

С.М. Андрюшечкин

# ТРЕХСЕМЕСТРОВАЯ ФИЗИКА

учебное пособие



БАУАСС

**С.М. Андрюшечкин**

**ТРЕХСЕМЕСТРОВАЯ  
ФИЗИКА**

**Учебное пособие**

**Москва  
БАЛАСС  
2015**

УДК 53(075)  
ББК 22.3я7  
А 65

*Рецензенты:*

д-р техн. наук, профессор *Ю.К. Машков*;  
д-р пед. наук, профессор *С.А. Суровикина*

Андрюшечкин, С.М.

**А65** **Трёхсеместровая физика:** учебное пособие для вузов/  
С.М. Андрюшечкин. – М.: Баласс, 2015. – 273 с., ил.

ISBN 978-5-906567-54-3

Учебное пособие предназначено для студентов вузов, изучающих дисциплину «Физика» математического и естественнонаучного цикла при реализации основных образовательных программ бакалавриата. В пособии приведены планы лекций, вопросы для самоконтроля, тестовые задания. Рассмотрены примеры решения задач по материалу всех лекций.

По структуре и содержанию пособие является модифицированным вариантом пособия «Односеместровая физика» того же автора.

УДК 53(075)  
ББК 22.3я7

ISBN 978-5-906567-54-3

© С.М. Андрюшечкин, 2015

## ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие предназначено для студентов-бакалавров, изучающих физику в рамках краткого лекционного курса, а также может быть полезно преподавателям при организации соответствующих занятий. При бюджете времени, что заложен на изучение физики в Образовательном стандарте, проблематично всесторонне и глубоко изучить все вопросы, составляющие курс общей физики. По этой причине необходимо акцентировать внимание на основных понятиях, рассмотрение которых позволяет выявить методы и приёмы науки, составляющей, по образному выражению американского физика Раби<sup>1</sup>, «сердцевину гуманитарного образования нашего времени».

Лекционный курс представлен планами 28 лекций, снабжённых вопросами и тестовыми заданиями. Проработку теоретического материала лекций студент может осуществлять по параграфам «Курса физики» Т.И. Трофимовой и «Курса физики» Р.И. Грабовского, указанным к лекциям. Также можно использовать и другие учебники и пособия (список рекомендованной литературы приведен на с. 271 пособия). При этом в первую очередь необходимо добиваться понимания изучаемых физических законов и явлений.

Анализ примеров решения задач, приведённых после каждой лекции, позволит студенту более осознанно ориентироваться в изучаемом материале (особенно если он возьмёт на себя труд попробовать решить рассматриваемые задачи самостоятельно).

В пособие включены также отдельные темы, рекомендованные для самостоятельного изучения студентами. Эти темы, помимо плана изучения, для удобства студентов снабжены развёрнутыми текстами.

---

<sup>1</sup> Изидор Раби (1898 – 1988) – американский физик, нобелевский лауреат (1944).

## Тема 1 (для самостоятельного изучения)

### ПРЕДМЕТ ФИЗИКИ

#### *План изучения темы*

1. Наука – часть мировой культуры.
2. Физика и другие науки.
3. Физика – ядро гуманитарного образования.
4. Эксперимент. Теория. Практика.

В широком смысле слова понятие *культура* включает в себя всё, что создано человечеством на пути его развития в результате созидательной деятельности. Культуру принято подразделять на материальную и духовную. *Материальная культура* охватывает всю область материальной деятельности человека и её результаты (орудия производства, средства транспорта и связи, архитектурные строения и т. д.). *Духовная культура* включает в себя воспитание и просвещение, искусство, литературу, религию, науку.

**Наука – область человеческой деятельности, направленной на выработку и теоретическую систематизацию объективных знаний.** Различные научные дисциплины, составляющие науку, можно подразделить на три большие группы – *естественные, технические и общественные науки.*

Естественные науки – науки о природе. Природа же – это всё, что нас окружает, весь материальный мир во всём многообразии его форм. По авторитетному мнению выдающегося американского физика-теоретика XX века, лауреата Нобелевской премии Ричарда Фейнмана, с которым солидарны другие учёные, самой фундаментальной из всех естественных наук, самой всеобъемлющей наукой о природе является **физика**. Слово «физика» происходит от греческого *physis* – природа. Оно было введено в научный обиход великим мыслителем Древней Греции Аристотелем (384-322 до нашей эры). В русском языке термин «физика» появился благодаря выдающемуся учёному-энциклопедисту Михаилу Васильевичу Ломоносову (1711-1765), который в 1746 году перевёл с немецкого языка и издал первый в России учебник физики.

Что изучает наука физика? Современное определение физики как науки, приведённое в физическом энциклопедическом словаре, звучит следующим образом:

**Физика – наука, изучающая простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности явлений природы, свойства и строение материи и законы её движения. Физика относится к точным наукам и изучает количественные закономерности явлений.**

По утверждению академика Владимира Ивановича Вернадского (1863-1945), основоположника комплекса современных наук о Земле (геохимии, биогеохимии, радиогеологии), произошедший за последние двести лет *качественный скачок в развитии науки и техники* изменил роль и место человека на Земле, деятельность людей стала фактором планетарного масштаба, преобразующей силой эволюции биосферы. При этом наиболее значимые успехи в сравнении с другими естественными науками (астрономия, химия, биология и т. д.) достигнуты в физике. Будучи лидером естествознания, физика разработала основные понятия, которые являются фундаментом естественно научной картины мира (например: атомистическое строение вещества, концепция электромагнитного поля, иных видов взаимодействий). Именно на основе физических идей возникают и развиваются новые области научно-технического прогресса: физика сегодня – это техника завтра.

Физические принципы изучения мира, пронизывая все естественные науки, стимулируют их развитие. Так, например, в астрономии, именно физический метод спектрального анализа позволил определить химический состав бесконечно удалённых звёзд и установить, что в составе звёзд нет химических элементов, не встречающихся на Земле. Именно физика позволила выяснить, что является источником энергии звёзд.

Физика, установив строение атома (ядро и электронная оболочка), позволила понять, что химические реакции и происходящие при этом превращения веществ обусловлены изменениями в электронных оболочках атомов в ходе химических реакций. Физики выяснили, что номер химического элемента в Периодической системе Д. И. Менделеева совпадает с числом протонов в ядре, а значит, и с числом электронов в нейтральном атоме, определяя химические свойства элемента.

Пронизана физическими понятиями и биология – наука о жизни во всех её проявлениях. Как осуществляется процесс зрения, как работает орган слуха, как происходит передача электрического по своей природе

нервного импульса, как изменяется давление крови при сокращениях сердечной мышцы – вот только несколько из множества физических вопросов, представляющих интерес для биологии. Внедрение физических методов исследования и современных физико-технических средств эксперимента (например, использование электронных микроскопов, применение радиоактивных изотопов) превратило биологию в наиболее бурно развивающуюся отрасль знаний. По мнению экспертов, в XXI веке именно биология и биотехнологии выдвинулись в лидеры естествознания, сменив на этой позиции физику.

Во введении к учебному пособию приведены слова американского физика Раби о том, что «физика – сердцевина гуманитарного образования нашего времени». Не являются ли эти слова преувеличением? Ведь «гуманитарное» - это относящееся к человеческому обществу, к человеку и его культуре. Да и не так редко приходится слышать о «ненужности» физики, о том, что «физика не пригодится мне в жизни, она не важна для меня».

Главная цель физики – выявить законы природы, объяснить, как протекают физические явления, и указать на возможность их практического применения. Это не может не быть важным для человека, являющегося частью природы.

При получении образования вы имеете дело с физикой как с учебным предметом. И здесь физике принадлежит основная роль в формировании научных представлений об окружающем мире. В процессе изучения физики вы знакомитесь с основными методами научного познания природы, характерными для естественных наук (экспериментальным и теоретическим); приобретаете умения обрабатывать результаты измерений и на этой основе выявлять зависимости между физическими величинами, знакомитесь с принципами действия отдельных технических устройств; развиваете свои умения ставить и разрешать проблемы. Таким образом, физика, формируя естественно научный стиль мышления, понимание потенциальной познаваемости мира, безусловно, является важнейшим элементом общечеловеческой культуры.

Может возникнуть вопрос: «А почему именно физика – ключевое звено гуманитарного образования? А другие естественные науки? Разве своим содержанием они не вносят вклад в развитие и формирование мировоззрения, а значит, в гуманитарное образование?». При поиске своего варианта ответа на подобный вопрос обратите внимание, что

физика – наука, изучающая простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности объективного мира. Именно при изучении физики имеется возможность пройти весь цикл познания от непосредственного наблюдения явления к его *экспериментальному изучению*, а далее к *теоретическому осмыслению модели* изучаемого явления, *проверке следствий теории* и *использованию выводов теории на практике*.

Рассмотрим в качестве примера, как формировались научные знания в области тепловых явлений. При этом использовались различные **научные методы** – способы получения новых знаний. С давних времён человек наблюдал тепловые явления: нагревание воды, плавление металлов, горение топлива. Если наблюдение проводится целенаправленно, по заранее продуманному плану, его результат фиксируется, то это *научное наблюдение*. Но осуществляющиеся в то время наблюдения тепловых явлений были наблюдениями качественными, они не сопровождались количественными измерениями.

Новый этап в изучении тепловых явлений наметился в семнадцатом веке. Изобретение термометра позволило перейти к *научным экспериментам*. В отличие от наблюдения в эксперименте (от латинского *experimentum* – проба, опыт) учёный не ограничивается ролью простого наблюдателя происходящих событий. В эксперименте изучаемое явление исследуется в контролируемых управляемых условиях. Именно в эксперименте добываются *научные факты*, являющиеся фактической основой любой науки. Именно опыт, эксперимент является источником *научных знаний*. Именно эксперимент – единственный критерий достоверности *научной истины*, достигнутой нами на современном этапе развития науки. При проведении физического эксперимента необходимо измерить физические величины, оценить допущенные при измерениях погрешности и, если это нужно, провести расчёты, используя значения величин, измеренных в эксперименте.

*Измерение физической величины* – операция, которая позволяет с помощью средства измерения установить, во сколько раз измеряемая величина больше или меньше единицы измерения данной величины. Различают два вида измерений: прямые и косвенные измерения. *Прямые измерения* – определение значения физической величины непосредственно средством измерения. Например, измерение температуры термометром, объёма гири с помощью мензурки, силы



тока в электрической цепи амперметром, электрического сопротивления резистора прибором омметром и т. д. *Косвенные измерения* – определение значения физической величины как результат расчёта по формуле, связывающей данную величину с другими физическими величинами, чьи значения определены путём прямых измерений. Примеры косвенных измерений: определение объёма комнаты прямоугольной формы путём измерения её длины, ширины и высоты или определение сопротивления резистора путём измерения соответствующих значений электрического напряжения и силы тока.

В физике, как и в любой другой естественной науке, никакое измерение не может быть проведено абсолютно точно, *результат измерения всегда отличается от истинного значения физической величины*. Действительно, при проведении измерения экспериментатор использует средства измерения, которые не являются идеальными (инструментальная погрешность), им допускается определённая ошибка при считывании показаний измерительного прибора (погрешность отсчёта). Таким образом, целью измерения физической величины является не определение истинного значения величины (это невозможно принципиально!), а установление границ интервала, в котором находится значение величины. Как же установить границы этого искомого интервала? Известная русская пословица гласит: «Семь раз отмерь – один раз отрежь». Оказывается, пословица верно отражает важную закономерность, установленную в теории измерений! Если с одинаковой тщательностью провести несколько измерений одной и той же неизменной физической величины, то мы получим численные значения  $A_1, A_2, A_3 \dots A_n$ , отличающиеся друг от друга. Вычислим среднее значение величины  $\bar{A}$  (черта над символом величины – знак среднего):

$$\bar{A} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}{n},$$

где  $n$  - число измерений.

В теории измерений доказывается, что чем больше проведено измерений, тем ближе среднее арифметическое значение  $\bar{A}$  к истинному значению измеряемой физической величины  $A$ . Таким образом истинное значение измеряемой величины находится в интервале:

$$\bar{A} - \Delta A \leq A \leq \bar{A} + \Delta A,$$

где  $\Delta A$  - абсолютная погрешность измерения (модуль разности результата измерения и истинного значения измеряемой величины).

Освоение методов расчёта абсолютной погрешности при обработке результатов прямых и косвенных измерений, выработка умения оценить качество проведённых измерений является одной из важных задач цикла лабораторных работ, который выполняется каждым из студентов при изучении им курса физики.

Как правило, постановке эксперимента предшествует выдвижение *гипотезы* (от греческого *hypothesis* – основание, предположение) о ходе протекания физического явления, о зависимости (или независимости) одной физической величины от другой. Вот как, например, шведский астрономии физик Цельсий описывает опыты по проверке постоянства температуры плавления льда: «Эти опыты я повторял два года, во все зимние месяцы, при различной погоде и разнообразных изменениях состояния барометра и всегда находил точно такую же точку на термометре. Я помещал термометр не только в тающий лёд, но также при сильных холодах приносил снег в мою комнату на огонь до тех пор, пока он не начинал таять. Я помещал также котёл с тающим снегом вместе с термометром в топящуюся печь и всегда находил, что термометр показывал одну и ту же точку, если только снег лежал плотно вокруг шарика термометра». (Одновременно Цельсий исследовал точку кипения воды и установил, что температура кипения воды зависит от величины атмосферного давления.)

Накопленные научные факты, подтверждённые экспериментом гипотезы, работа мысли и воображения учёных позволяют им открыть законы природы. **Закон природы** – наиболее важная существенная неизменная связь между явлениями. Открытый учёными закон природы после его описания на языке науки (формулировка, математическое выражение закона) становится **законом науки**. Как вы знаете, изучение тепловых явлений привело учёных в дальнейшем к открытию одного из фундаментальных законов – закона сохранения энергии.

Комплекс взглядов и представлений (определения, результаты экспериментов, классификации, научные законы), направленные на истолкование и объяснение какой-либо группы явлений, образуют **научную теорию**.

Ценность научной теории определяется не только и не столько тем, какой круг известных и исследованных наукой явлений ею объясняется, но теми предсказаниями новых явлений, закономерностей, которые делаются на основе теории. Результаты экспериментальных исследований, развёрнутых с целью подтверждения гипотез,

выдвинутых благодаря теории, и определяют судьбу теории, Если эксперименты подтверждают теорию, то она признаётся истинной на данном этапе развития науки.

При изучении какого-либо явления учёные не могут изучить его полностью всесторонне и учесть влияние всех факторов на ход явления. Например, изучается процесс изменения температуры горячей воды с течением времени. При этом вряд ли есть необходимость учитывать изменение формы сосуда, в котором находится вода, за счёт теплового расширения сосуда, незначительные различия в степени очистки воды и т. д. Во внимание будут приняты масса и начальная температура воды, площадь поверхности, с которой происходит испарение воды. Будет учтено, есть или нет на поверхности воды плёнка масла (вспомните, как долго остывает жирный суп). Таким образом, в естественных науках, в том числе и в физике, фактически *изучаются не реальные, а упрощённые идеализированные объекты - модели.*

Модели бывают *материальные* и *теоретические*. Например, термос – материальная модель теплоизолированной системы, удобен при изучении тепловых явлений. Уменьшенная копия – модель космического корабля позволяет изучить, как будет нагреваться корпус спускаемого аппарата в плотных слоях земной атмосферы. Теоретическая модель – математические уравнения, описывающие ход того или иного физического процесса, в которых специально сделаны определённые упрощения. Например, при расчёте движения жидкости-теплоносителя по металлической трубе не учитывается, что жидкость вблизи стенки трубы имеет меньшую температуру, чем в центре трубы. В наше время мощным исследовательским инструментом стало компьютерное моделирование. Как и в других случаях, критерием истинности результатов моделирования является сравнение их с экспериментом.

При изучении тепловых явлений первой разработанной и общепринятой теоретической моделью стала модель особой «тепловой жидкости», которой якобы обмениваются тела при тепловом контакте. На основе такой модели во второй половине восемнадцатого века учёными были введены понятия теплоёмкости вещества, удельной теплоты плавления, были выведены формулы для расчёта температуры, установившейся при смешивании жидкостей в термосе (калориметре). Но, как вам известно, эта модель тепловых явлений не выдержала испытания экспериментом. В конце восемнадцатого века

естествоиспытатель граф Румфорд провёл важное наблюдение: при сверлении металла затупленным сверлом выделяется столько тепла, что через 2,5 часа работы вода, в которую были погружены металлическая заготовка и сверло, закипела. Учёные пришли к выводу, который вам уже известен из школьного курса физики: при совершении механической работы увеличивается энергия движения частиц (молекул, атомов), составляющих тело. Происходит превращение кинетической энергии во внутреннюю энергию тел. Именно на этих научных понятиях базируется современная научная теория тепловых явлений, основой которой является первый закон термодинамики – закон сохранения энергии, применённый к тепловым процессам.

При этом мы по-прежнему используем введенные ранее понятия: теплоёмкость, удельная теплота плавления и так далее. В этом находит своё отражение один из основных принципов естествознания: новая научная теория не отменяет и не вычёркивает из научного обихода понятия, разработанные предыдущей теорией – новая теория лишь ограничивает и уточняет область их применения, удерживая всё положительное, что было накоплено ранее. Таков процесс познания мира естественными науками – нет абсолютных и вечных истин «в последней инстанции», а есть постепенное расширение и уточнение наших знаний о пространстве, времени, материи.

Как художники у мольберта, поколения учёных добавляют всё новые и новые краски в научную картину мира, «прорисовывая детали», «оттеняя подробности» и объединяя в единое целое отдельные элементы картины. Иногда какая-то часть картины пишется заново, но прежние слои «краски» не пропадают – они становятся основанием-грунтом, на которое ложатся новые узоры.

Не бесполезен ли труд учёных, если окончательная истина не достижима вчера, сегодня, завтра? Конечно же, нет! Новые научные взгляды, новые научные теории естествознания становятся основой современных технологий, находят своё вещественное воплощение в современных машинах, приборах, становятся теми практическими вещами, которые окружают человека как «вторая природа».

## *Литература<sup>1</sup>*

I. С. 4–5. Введение

II. Введение. С. 5–8. § 1. Предмет физики. Связь физики с другими науками и производством

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Сравните методы научного познания – наблюдение и опыт.
2. Вам необходимо как можно точнее измерить массу детали. Для этого вы измеряете её массу на пяти разных весах, а затем вычисляете среднее арифметическое значение массы. Правильно ли вы действуете?
3. В книге физика-теоретика А.Б. Мигдала «Как рождаются физические теории» описывается следующий эпизод: «В лаборатории, которую возглавлял опытный экспериментатор, изучали, как распределены по энергиям альфа-частицы, вылетающие из ядер ... экспериментаторы нашли равноотстоящие по энергии группы альфа-частиц ... Этот результат ... противоречил существующим представлениям о структуре ядра. ... В самом начале равноотстоящие значения энергии получились случайно, и экспериментаторов так взволновала возможность сделать открытие, что всякий раз, когда выходило по-другому, они проверяли напряжение в сети. Если напряжение отличалось от нормы, результат измерений отбрасывался ... проверку делали только тогда, когда получался нежелательный результат». Верно ли экспериментаторами проведены измерения в данном эксперименте?
4. По одной из классификаций науки подразделяются на естественные, технические и общественные науки. К какой группе наук, по вашему мнению, относится математика?
5. Не несёт ли дальнейшее развитие науки угрозы человечеству? По этому поводу А. Эйнштейн писал: «Открытие деления урана угрожает цивилизации и людям не более, чем изобретение спички. Судьба мира отныне будет зависеть от моральных устоев человечества, а не от уровня развития науки». Согласны ли вы с мнением Эйнштейна?

---

<sup>1</sup> Здесь и далее под цифрой I указаны номера параграфов и номера страниц по пособию: Трофимова, Т. И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 541 с.; под цифрой II - номера параграфов и номера страниц по пособию: Грабовский, Р. И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие / Р. И. Грабовский. – 12-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2012. – 608 с.

## Лекция 1

### КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

*К данной лекции студент должен*

- знать правила сложения и вычитания векторов, нахождения проекции вектора на координатную ось;
- уметь применять элементарные формулы дифференциального и интегрального исчисления.

#### *План лекции*

1. Пространственно-временные масштабы мира. Механическое движение.
2. Кинематика поступательного движения.
3. Кинематика вращательного движения. Связь между линейными и угловыми кинематическими характеристиками.
4. Сравнение кинематических величин, характеризующих поступательное и вращательное движение.
5. Примеры решения задач.

#### *Литература*

- I. С. 6–9. § 1. Модели в механике. Система отсчёта. Траектория, длина пути, вектор перемещения  
С. 8–9. § 2. Скорость  
С. 9–12. § 3. Ускорение и его составляющие  
С. 12–14. § 4. Угловая скорость и угловое ускорение  
II. Часть I. С. 19 – 22. § 4. Общий случай криволинейного движения материальной точки. Основные характеристики движения  
С. 22–23. § 5. Прямолинейное движение материальной точки  
С. 23–26. § 6. Движение материальной точки по окружности

#### *Формулы*

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$1. x = x_0 + S_x \quad 2. \vec{S} = \vec{v}t \quad 3. \vec{v} = \frac{d\vec{S}}{dt} \quad 4. \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad 5. \vec{a} = \frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$$

6.  $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

7.  $a_y = \frac{v^2}{R}$

8.  $a_{кас} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

9.  $a = \sqrt{a_y^2 + a_{кас}^2}$

10.  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$

11.  $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$

12.  $n = \frac{1}{T}$

13.  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

14.  $v = \omega r$

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Знаменитому немецкому физику-теоретику, одному из создателей квантовой физики Максу Борну (1882 – 1970) принадлежит следующее высказывание: «Всё-таки странно, что существует слово для обозначения того, чего, строго говоря, не существует в природе, - именно покоя». Прокомментируйте это высказывание.

2. В известной песне поется, что «есть только миг между прошлым и будущим...» Оцените, какова продолжительность мигания.

3. Во сколько раз размеры Солнца больше размеров человека, во сколько раз человек больше атома?

4. Зависимость скорости  $v$  прямолинейного движения тела от времени  $t$  определяется выражением  $v(t) = 0,4t^2$  (м/с). Определите путь, пройденный телом, за первые 5 с.

5. Материальная точка вращается по окружности радиусом 20 см. При этом угол поворота  $\varphi$  точки меняется с течением времени  $t$  по закону  $\varphi = 3t^2$  (рад). Вычислите центростремительное, касательное и полное ускорения точки в момент времени  $t = 2$  с.

### **Тест**

1. Модуль ускорения  $|\vec{a}|$  равноускоренного движения рассчитывается по формуле

1.  $|\vec{a}| = \omega^2 R$ . 2.  $|\vec{a}| = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ . 3.  $|\vec{a}| = \frac{d^2 x}{dt^2}$ . 4.  $|\vec{a}| = \left| \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \right|$ . 5.  $|\vec{a}| = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$ .

2. Координата  $x$  материальной точки при её прямолинейном движении изменяется с течением времени  $t$  по закону  $x = 5t^2 + 2$  (м). На каком из графиков (рис.1) верно изображена зависимость скорости  $v$  материальной точки от времени  $t$ ?

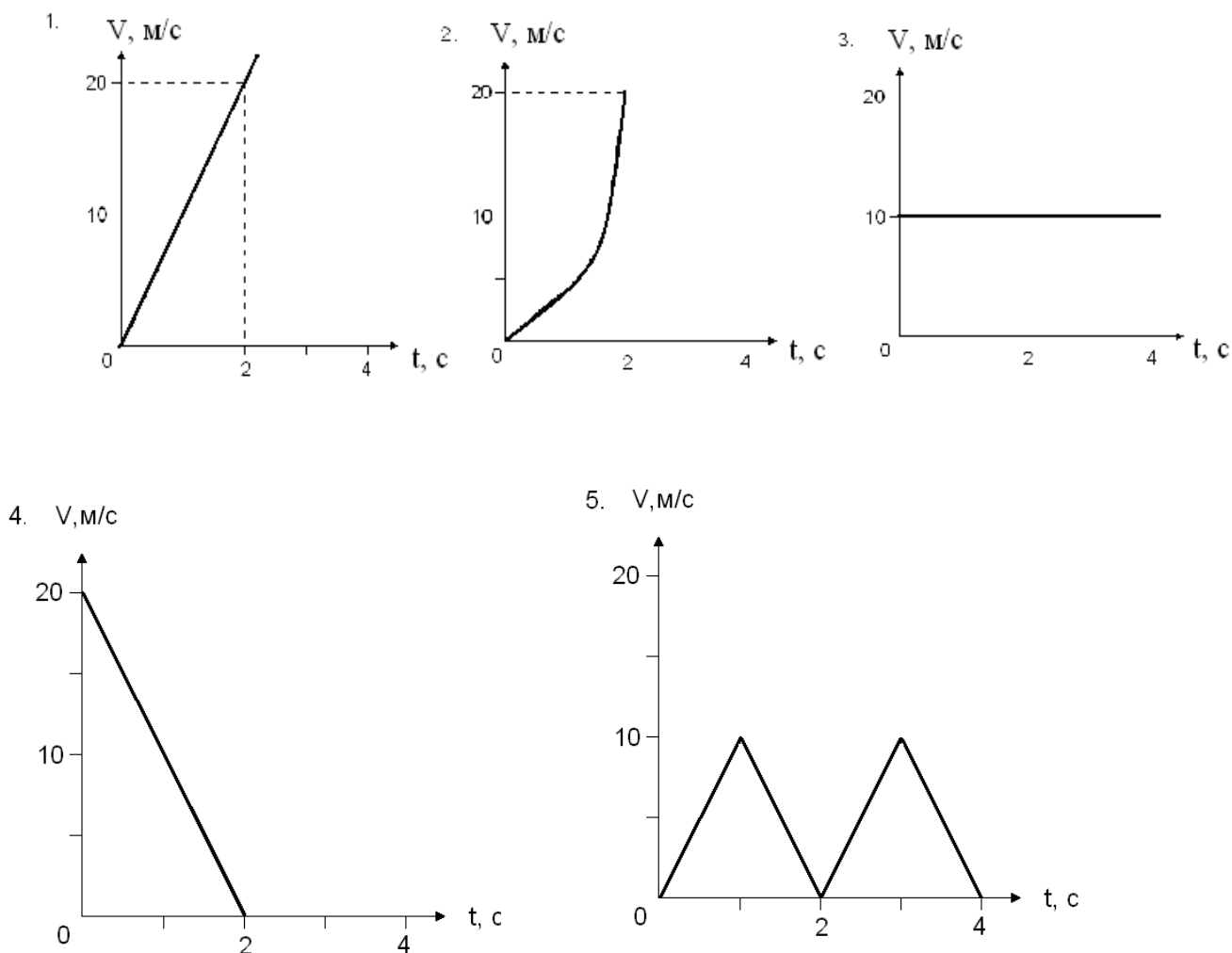


Рис. 1.

1. 1.    2. 2.    3. 3.    4. 4.    5. 5.

**3.** Координата  $x$  тела при прямолинейном движении с течением времени  $t$  изменяется по закону  $x(t) = 3 + 2t + 5t^2$  (м). Чему равна начальная координата  $x_0$ , начальная скорость  $v_0$  и ускорение  $a$  тела?

1.  $x_0 = 3$  м;  $v_0 = 2$  м/с;  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>.
2.  $x_0 = 2$  м;  $v_0 = 3$  м/с;  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>.
3.  $x_0 = 5$  м;  $v_0 = 2$  м/с;  $a = 3$  м/с<sup>2</sup>.
4.  $x_0 = 3$  м;  $v_0 = 2$  м/с;  $a = 10$  м/с<sup>2</sup>.
5.  $x_0 = 3$  м;  $v_0 = 4$  м/с;  $a = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**4.** Колесо автомобиля вращается с угловой скоростью  $5\pi$  рад/с. Период  $T$  вращения колеса равен:

1.  $T = 5$  с.    2.  $T = 5\pi$  с.    3.  $T = 0,4$  с.    4.  $T = 0,2$  с.    5.  $T = 0,1$  с.



5. При прохождении поворота автомобиль уменьшил скорость в 2 раза. Как изменилось центростремительное ускорение автомобиля? Радиус поворота постоянен.

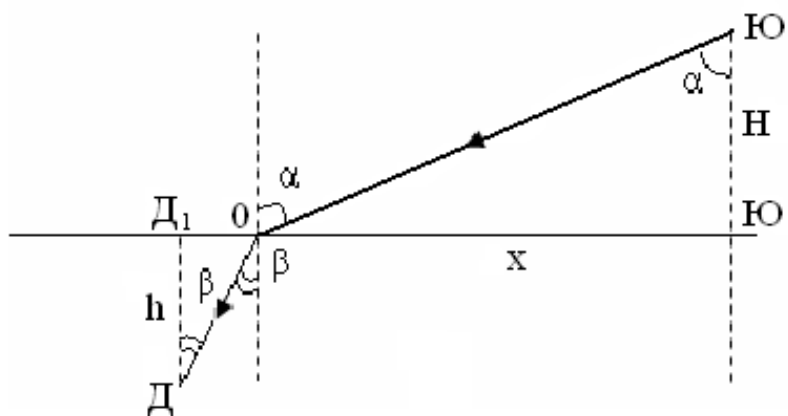
1. Увеличилось в 2 раза.
2. Увеличилось в 4 раза.
3. Уменьшилось в 2 раза.
4. Уменьшилось в 4 раза.
5. Не изменилось.

### *Примеры решения задач*

#### *Задача 1.1*

По берегу озера прогуливается юноша. В озере купается девушка. Внезапно она почувствовала себя плохо, начинает тонуть и зовёт на помощь. По какой траектории должен двигаться юноша, чтобы быстрее всего прийти на помощь? Первоначально расстояние от юноши до кромки озера равно  $H$ , расстояние от девушки до берега –  $h$ . Скорость бега юноши –  $v$ , скорость плавания –  $u$  (рис. 2).

*Решение.*



*Рис. 2*

Пусть юноша добегает до точки  $O$ , а затем пускается вплавь (см. рис. 2). Обозначим расстояние  $Ю_1O$  через  $x$ .

Тогда

$$|ЮO| = \sqrt{H^2 + x^2};$$

$$|OD| = \sqrt{h^2 + (Ю_1D_1 - x)^2}.$$

Расстояние  $|ЮO|$  юноша пробегает за время

$$t_1 = \frac{|ЮО|}{v}.$$

Расстояние  $|ОД|$  он проплывает за время

$$t_2 = \frac{|ОД|}{u}.$$

Все время движения  $t$  равно

$$t = t_1 + t_2.$$

$$t = \frac{\sqrt{H^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{h^2 + (Ю_1Д_1 - x)^2}}{u}.$$

По условию задачи юноше необходимо двигаться по траектории наименьшего времени. Значит, следует определить минимум функции  $t(x)$ .

$$t'(x) = 0;$$

$$\left( \frac{\sqrt{H^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{h^2 + (Ю_1Д_1 - x)^2}}{u} \right)' = 0,$$

$$\frac{1}{2} \frac{2x}{v\sqrt{H^2 + x^2}} - \frac{1}{2} \frac{2(Ю_1Д_1 - x)}{u\sqrt{h^2 + (Ю_1Д_1 - x)^2}} = 0.$$

Рассмотрим треугольник  $ОЮЮ_1$ . Очевидно, что

$$\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{H^2 + x^2}}.$$

Аналогично

$$\sin \beta = \frac{Ю_1Д_1 - x}{\sqrt{h^2 + (Ю_1Д_1 - x)^2}}.$$

Тогда

$$\frac{\sin \alpha}{v} - \frac{\sin \beta}{u} = 0,$$

или

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v}{u}.$$

Следовательно, юноша должен двигаться так, чтобы отношение «синуса угла падения» к «синусу угла преломления» было равно отношению скоростей его движения в разных «средах» – по берегу и в воде.

### Задача 1.2

Время отправления электрички по расписанию –  $12^{00}$ . На ваших часах  $12^{00}$ , но мимо вас уже начинает проезжать предпоследний вагон, который движется мимо вас в течение 10 с. Последний вагон проходит мимо вас в течение 8 с. Электричка отправилась вовремя и движется равноускоренно. На какое время отстают ваши часы?

*Решение.*

Пусть часы отстают на  $t$  секунд, электричка имеет  $N$  вагонов, каждый длиной  $L$ . Так как электричка движется равноускоренно и её начальная скорость равна нулю, то

$$(N-2)L = \frac{at^2}{2};$$

$$(N-1)L = \frac{a(t+10)^2}{2};$$

$$NL = \frac{a(t+18)^2}{2}.$$

Из третьего уравнения вычтем второе, а из второго вычтем первое:

$$NL - (N-1)L = \frac{a(t+18)^2}{2} - \frac{a(t+10)^2}{2};$$

$$(N-1)L - (N-2)L = \frac{a(t+10)^2}{2} - \frac{at^2}{2}.$$

Следовательно,

$$L = \frac{a[(t+18)^2 - (t+10)^2]}{2};$$

$$L = \frac{a[(t+10)^2 - t^2]}{2}.$$

Отсюда

$$(t+18)^2 - (t+10)^2 = (t+10)^2 - t^2.$$
$$t = 31\text{с}.$$

*Ответ:*  $t = 31\text{с}$ .

### Задача 1.3

Камень брошен с начальной скоростью  $v_0 = 20\text{м/с}$  под углом  $45^\circ$  к горизонту (рис. 3). Чему равен радиус кривизны траектории движения камня в её верхней точке? Силу сопротивления воздуха не учитывать.

Решение.

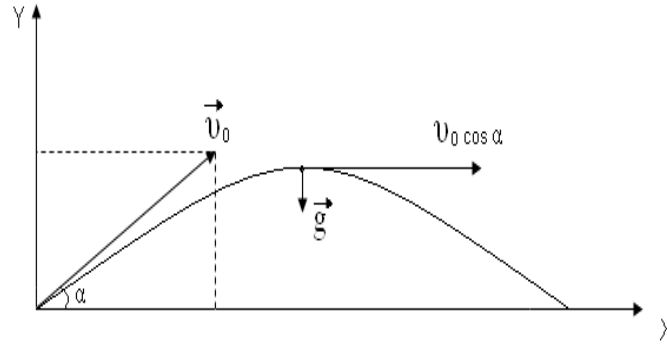


Рис. 3

На камень действует сила тяжести (силой сопротивления пренебрегаем), следовательно, ускорение тела  $\vec{a}$  равно ускорению свободного падения:

$$\vec{a} = \vec{g}.$$

При движении тела по криволинейной траектории полное ускорение тела  $\vec{a}$  равно сумме центростремительного (нормального)  $\vec{a}_y$  и касательного (тангенциального)  $\vec{a}_{кас}$  ускорений.

$$\vec{a} = \vec{a}_y + \vec{a}_{кас}.$$

При движении камня горизонтальная составляющая скорости  $v_x$  не изменяется.

$$v_x = v_0 \cos \alpha.$$

Вертикальная составляющая скорости изменяется, в верхней точке траектории она равна нулю.

$$v_y = 0.$$

Центростремительное ускорение  $a_y$  перпендикулярно скорости  $v$ . Значит, в верхней точке траектории вектор  $\vec{a}_y$  направлен вертикально вниз. Касательное ускорение  $\vec{a}_{кас}$  в этом случае равно нулю.

Таким образом,  $\vec{a}_y = \vec{g}.$

С другой стороны,  $a_y = \frac{v_x^2}{R}.$

Тогда  $R = \frac{v_x^2}{a_y};$

$$R = \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{g};$$

$$R = \frac{20^2 \cdot (\cos 45)^2}{10} = 20(\text{м}).$$

Ответ:  $R = 20$  м.

## Лекция 2

### ЗАКОНЫ НЬЮТОНА. МЕХАНИЧЕСКИЕ СИЛЫ

*К данной лекции студент должен*

- знать, что изучает механика;
- уметь применять элементарные формулы дифференциального и интегрального исчисления.

#### *План лекции*

1. Развитие представлений о пространстве-времени: Аристотель, Евклид, Галилей, Ньютон, Эйнштейн.
2. Законы Ньютона.
  - 2.1. Первый закон Ньютона.
  - 2.2. Второй закон Ньютона. Сила и импульс.
  - 2.3. Третий закон Ньютона.
  - 2.4. Алгоритм применения законов Ньютона для решения задач.
3. Силы в механике.
  - 3.1. Сила тяготения.
  - 3.2. Сила упругости.
  - 3.3. Сила трения.

#### *Литература*

- I. С.14–15. § 5. Первый закон Ньютона. Масса. Сила
- С.15–17. § 6. Второй закон Ньютона
- С.17. § 7. Третий закон Ньютона
- С. 46–48. § 22. Законы Кеплера. Закон всемирного тяготения
- С. 48–49. § 23. Сила тяжести и вес. Невесомость
- С. 43–44. § 21(частично). Деформации твёрдого тела
- С. 17–19. § 8. Силы трения
- II. Часть I. С. 28–30. § 7. Законы Ньютона. Масса и сила
- С. 39–41. § 12. Силы тяготения
- С. 46–47. § 15 (частично). Вес тел. Ускорение свободного падения. Невесомость
- С. 36–37. § 10. Силы упругости
- С. 37–39. § 10. Силы трения

## Формулы

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$       2.  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$       3.  $\vec{p} = m\vec{v}$       4.  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

5.  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$     6.  $|\vec{F}_{\text{упр}}| = kx$     7.  $F_{\text{тр.скол}} = fN$     8.  $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$

## Вопросы для самоконтроля

1. Сравните взгляды Ньютона и Эйнштейна на пространство-время.
2. Пусть равнодействующая сила, действующая на тело, равна нулю ( $\vec{F} = 0$ ). Тогда, в соответствии со II законом Ньютона ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ), ускорение тела равно нулю ( $\vec{a} = 0$ ). Следовательно, скорость тела постоянна ( $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ ;  $\vec{a} = 0 \Rightarrow d\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{const}$ ). Можно ли утверждать, что из рассматриваемого примера вытекает I закон Ньютона?
3. При прямолинейном движении тела массой  $m = 2$  кг его координата  $x$  изменяется с течением времени  $t$  по закону  $x(t) = 15 + 3t + 2t^3$ . Вычислите скорость тела в момент времени  $t = 1$  с, ускорение тела и силу, действующую на тело, в момент времени  $t = 3$  с.
4. В преподавании физики существует знаменитая задача «про лошадь». «В соответствии с III законом Ньютона, с какой силой лошадь действует на телегу, с такой же по величине, но противоположной по направлению силой и телега действует на лошадь. Почему же лошадь может тащить телегу?» Ответьте на вопрос.
5. Земля по форме не является шаром; она сплюснута у полюсов, и её экваториальный радиус больше полярного. Где ускорение свободного падения больше – на экваторе или на полюсе?

## Тест

1. На материальную точку массой  $m$  действуют две силы –  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , угол между которыми равен  $90^\circ$ . Чему равен модуль ускорения  $|\vec{a}|$  тела?

1.  $|\vec{a}| = \frac{F_1}{m}$  .    2.  $|\vec{a}| = \frac{F_2}{m}$  .    3.  $|\vec{a}| = \frac{F_1 + F_2}{m}$  .    4.  $|\vec{a}| = \frac{\sqrt{F_1 \cdot F_2}}{m}$  .    5.  $|\vec{a}| = \frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{m}$  .

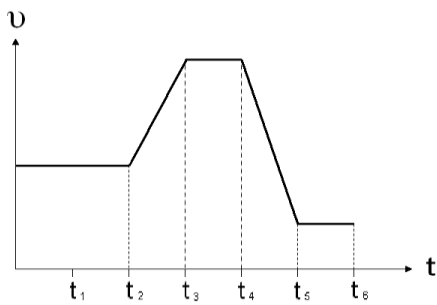


Рис. 4

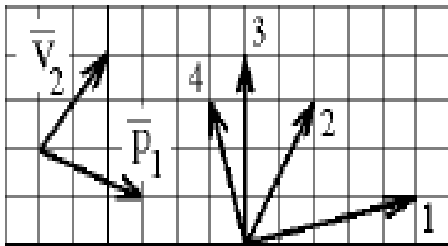


Рис. 5

2. Скорость  $v$  тела, движущегося прямолинейно, изменяется с течением времени  $t$  так, как это показано на рис. 4. В какой интервал времени на тело действует наибольшая по модулю сила?

1. От  $t_1$  до  $t_2$ .
2. От  $t_2$  до  $t_3$ .
3. От  $t_3$  до  $t_4$ .
4. От  $t_4$  до  $t_5$ .
5. От  $t_5$  до  $t_6$ .

3. Импульс тела  $\vec{p}_1$  изменился под действием короткого удара, и скорость тела стала равной  $\vec{v}_2$ , как показано на рис. 5. В каком направлении могла действовать сила?

1. Только в направлении 2.
2. Только в направлении 3.
3. Только в направлении 4.
4. В направлении 3 и в направлении 4.
5. В направлении 1 и в направлении 2.

4. При буксировке автомобиля массы 3 т по горизонтальной дороге результирующая сил сопротивления и трения в 50 раз меньше веса автомобиля. Чему равна жесткость буксирного троса, если при равномерном движении автомобиля трос удлинился на 2 см?

1. 30 Н/м.
2. 300 Н/м.
3. 3000 Н/м.
4. 30 000 Н/м.
5. 1200 Н/м.

5. Спутник, движущийся по круговой орбите радиусом  $R_A$  вокруг планеты  $A$  имеет скорость  $v_A$ . Спутник, движущийся по круговой орбите вдвое меньшего радиуса вокруг планеты  $B$ , имеет вдвое большую скорость. Отношение масс планет  $\frac{M_A}{M_B}$  равно

1.  $\frac{1}{4}$ .
2.  $\frac{1}{2}$ .
3. 1.
4. 2.
5. 4.

### Примеры решения задач

#### Задача 2.1

Один конец пружины закреплён на оси стержня (рис. 6), способного вращаться в горизонтальной плоскости. К другому концу пружины прикреплен небольшого размера цилиндрический груз, который может скользить по стержню без трения. Масса груза 400 г.

Какая сила упругости будет действовать на груз при его вращении со скоростью 5 м/с. Радиус вращения груза при такой скорости движения равен 20 см.

*Решение.*

Укажем все силы, действующие на цилиндр (рис. 6).

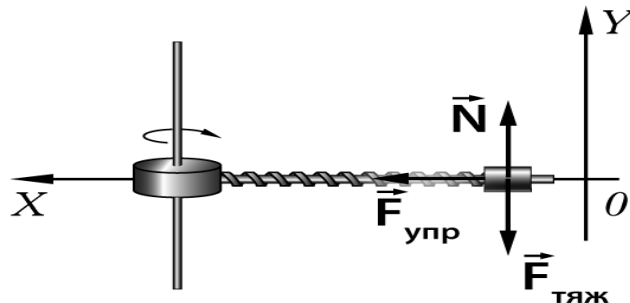


Рис. 6

Запишем II закон Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{упр}} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тяж}}.$$

Выберем направление осей координат следующим образом: ось X направим горизонтально вдоль направления силы упругости, ось Y – вертикально вверх, перпендикулярно оси X.

Так ускоренное движение груза происходит только вдоль оси X, то запишем II закон Ньютона в проекции на эту ось:

$$ma_x = F_{\text{упр}}.$$

Цилиндр вращается по окружности с постоянной по величине скоростью, следовательно, он движется с центростремительным ускорением:

$$a_x = a_{\text{ц}}.$$

Таким образом

$$F_{\text{упр}} = ma_{\text{ц}} \quad (1)$$

Центростремительное ускорение  $a_{\text{ц}}$ , как известно, рассчитывается по формуле

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}.$$

Тогда выражение (1) примет вид:

$$F_{\text{упр}} = \frac{mv^2}{R}.$$

Проведем вычисления.

$$F_{\text{упр}} = \frac{0,4 \cdot 5^2}{0,2} = 5(\text{H}).$$

Ответ:  $F_{\text{упр}} = 5 \text{ Н}$ .



### Задача 2.2

Автомобиль тянет платформу с грузом, масса которого  $m_1 = 250$  кг по горизонтальной дороге. Коэффициент трения скольжения между платформой и грузом 0,05. Масса самой платформы  $m_2 = 820$  кг. Сила, с которой тянет автомобиль платформу, изменяется по закону

$$F = Ct,$$

где  $C = 4,25$  кг·м/с<sup>3</sup> – некоторая постоянная.

Определите момент времени  $t_0$ , когда платформа начнёт выскальзывать из-под груза. Силу трения качения, действующую между колёсами платформы и дорожным покрытием, не учитывать.

*Решение.*

Под действием внешней силы  $F$  платформа и груз общей массой  $m_1 + m_2$  будут двигаться с ускорением  $a_1$ , равным:

$$a_1 = \frac{Ct}{m_1 + m_2}. \quad (2)$$

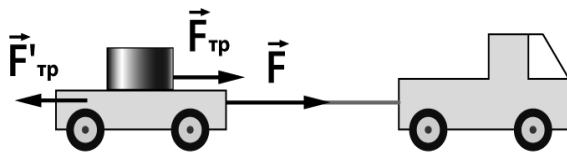


Рис. 7

Первоначально, когда груз не проскальзывает относительно платформы, груз движется с ускорением  $a_2$ , равным ускорению платформы  $a_1$ . Требуемое ускорение  $a_2$  сообщается грузу силой трения покоя (рис. 7). С течением

времени внешняя сила  $F$  увеличивается, увеличивается ускорение  $a_1$ , следовательно, должна возрасти и сила трения покоя, действующая на груз, чтобы сообщать грузу большее ускорение.

Однако максимальная сила трения покоя практически равна силе трения скольжения

$$F_{тр.скол} = fN,$$

где  $f$  - коэффициент трения скольжения,

$N$  - сила реакции.

Так как платформа и груз движутся по горизонтальной дороге, то

$$N = mg$$

и

$$F_{тр.скол} = fm_1g. \quad (3)$$

Таким образом, максимально возможное ускорение, которое сила трения может сообщить грузу равно:

$$a_2 = \frac{F_{\text{тр.скол}}}{m_1},$$

или с учётом выражения (3) имеем:

$$a_2 = fg. \quad (4)$$

После того, как ускорение груза достигает максимального значения  $a_2$ , при дальнейшем увеличении ускорения платформы  $a_1$  груз уже будет двигаться с меньшим ускорением, и будет «отставать» от платформы (скользить по платформе). Выясним, в какой момент времени  $t_0$  груз начнёт проскальзывать

$$a_1 = a_2,$$

или, воспользовавшись выражениями (2) и (4) для момента времени  $t = t_0$ ,

$$\frac{ct_0}{m_1 + m_2} = fg.$$

Отсюда

$$t_0 = \frac{fg(m_1 + m_2)}{c}.$$

Проведём вычисления.

$$t_0 = \frac{0,05 \cdot 9,81 \cdot (250 + 820)}{4,25} = 120 \text{ (с)}.$$

$$t_0 = 2 \text{ мин.}$$

*Ответ:*  $t_0 = 2 \text{ мин.}$

### Задача 2.3

Искусственный спутник движется по окружности в плоскости земного экватора, оставаясь всё время над одним и тем же пунктом земной поверхности. Определите угловую скорость  $\omega$  и высоту спутника  $h$ . Радиус Земли  $R_3 = 6370$  км.

*Решение.*

Спутник, описанный в задаче, называют геостационарным. Такого типа спутники весьма удобны для осуществления радио- и телевизионной связи (так как спутник «висит» над одной точкой земной поверхности, то отпадает необходимость поворота и настройки передающей антенны).

Угловую скорость спутника легко найти:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (5)$$

где  $T = 24$  часа – период обращения Земли вокруг своей оси.

Движение спутника происходит под действием силы всемирного тяготения

$$F = \frac{GmM}{(R_3 + h)^2}, \quad (6)$$

где  $m$  – масса Земли;

$M$  – масса спутника;

$G$  – гравитационная постоянная.

Преобразуем выражение (6):

$$R = \frac{GmM}{R_3^2 \left(1 + \frac{h}{R_3}\right)^2}. \quad (7)$$

С другой стороны, ускорение свободного падения на поверхности Земли рассчитывается по формуле

$$g = \frac{GM}{R_3^2}. \quad (8)$$

Сравнивая (7) и (8), имеем

$$F = \frac{mg}{\left(1 + \frac{h}{R_3}\right)^2}. \quad (9)$$

Центростремительное ускорение  $a_{ц}$  равно:

$$a_{ц} = \omega^2(R_3 + h), \quad (10)$$

В соответствии со вторым законом Ньютона

$$F = ma_{ц}.$$

С учетом соотношений (9) и (10)

$$\frac{mg}{\left(1 + \frac{h}{R_3}\right)^2} = m\omega^2(R_3 + h).$$

Отсюда

$$h = \sqrt[3]{\frac{gR_3^2}{\omega^2}} - R_3.$$

Проведём вычисления.

$$\omega = \frac{2 \cdot 3,14}{24 \cdot 3600} = 7,3 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right);$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9,81 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2}{(7,3 \cdot 10^{-5})^2}} - 6,37 \cdot 10^6;$$

$$h = 36000(\text{км}).$$

Ответ:  $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5} \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$ ;  $h = 36000$  км.

### Лекция 3

## ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЁРДОГО ТЕЛА

*К данной лекции студент должен*

- знать основные понятия динамики поступательного движения;
- уметь применять законы Ньютона для анализа простейших случаев поступательного движения тела (системы тел).

### *План лекции*

1. Момент силы.
2. Вращение твердого тела относительно неподвижной оси. Момент инерции. Теорема Штейнера. Примеры применения теоремы Штейнера для расчёта момента инерции некоторых тел.
3. Основной закон динамики вращательного движения твёрдого тела.
4. Сравнение динамических величин, характеризующих поступательное и вращательное движение.
5. Примеры решения задач.

### *Литература*

- I. С. 37. § 18 (частично). Момент силы. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела  
С. 34–35. § 16. Момент инерции  
С. 38. § 18 (частично). Момент силы. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела  
II. Часть I. С. 71–73. § 21. Основной закон динамики вращения  
С. 73–76. § 22. Моменты инерции некоторых тел

### *Формулы*

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$\begin{array}{lll} 1. I = \sum_i m_i r_i^2 & 2. I = I_c + m a^2 & 3. \vec{M} = [\vec{r} \vec{F}] \\ 4. M = F \ell & 5. \vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I} & \end{array}$$

### Вопросы для самоконтроля

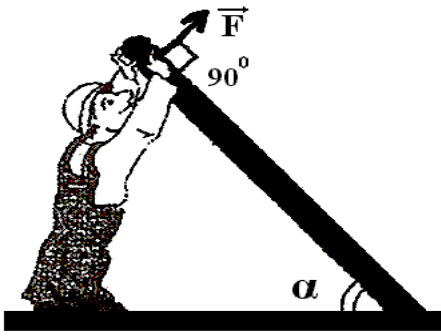


Рис. 8

1. Рабочий приподнимает трубу (рис. 8). В каком случае он прикладывает большую силу – когда сила направлена вертикально вверх или когда сила перпендикулярна трубе?
2. Диаметр рулевого колеса современных легковых автомобилей лежит в пределах 380–425 мм, тяжёлых грузовых автомобилей и автобусов - 440–550 мм. Чем обусловлено это отличие диаметров?
3. От чего зависит угловое ускорение тела, вращающегося относительно неподвижной оси?
4. Обоснуйте условие равновесия рычага, исходя из основного закона динамики вращательного движения твёрдого тела.
5. Сформулируйте теорему Штейнера. Используя данную теорему, определите момент инерции диска массой  $m$  и диаметром  $d$  относительно оси, проходящей через край диска и перпендикулярной плоскости диска.

### Тест

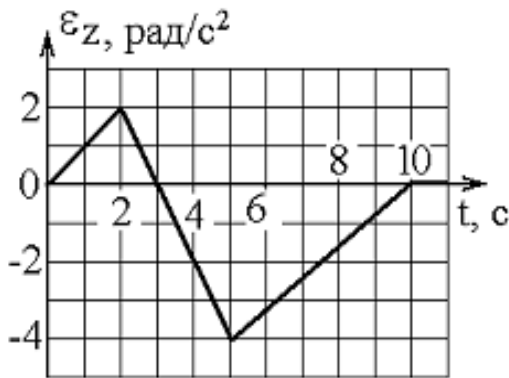


Рис. 9

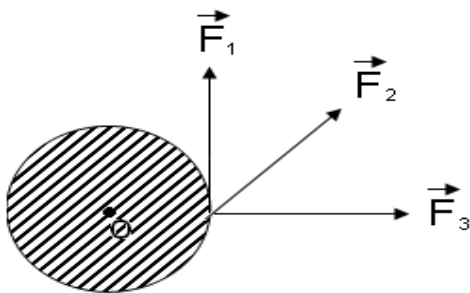


Рис. 10

1. Твёрдое тело из состояния покоя начинает вращаться вокруг оси  $Z$  с угловым ускорением, проекция которого изменяется во времени, как показано на графике (рис. 9). Модуль угловой скорости вращения тела в момент времени  $t = 5$  с равен ...  
 1. 1 рад/с.    2. 2 рад/с.    3. 3 рад/с.  
 4. 4 рад/с.    5. 11 рад/с.

2. На рис. 10 изображено тело, к которому приложены три силы  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$ , равные по модулю. Каково соотношение между моментами данных сил  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  относительно точки  $O$ ?



Закон движения  $\varphi(t)$  находится решением обратной задачи, т.е. интегрированием угловой скорости  $\omega(t)$  по времени:

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(t) dt + \varphi_0$$

По условию задачи  $\omega(t) = 2t^{10}$ , тогда, с учётом  $\varphi_0 = 0$ , имеем:

$$\varphi(t) = \int_0^t 2 \cdot t^{10} dt + \varphi_0 = \frac{2 \cdot t^{11}}{11}.$$

К моменту времени  $t = 2$  с маховик повернётся на угол

$$\varphi(t = 2 \text{ с}) = \frac{2 \cdot 2^{11}}{11} = 370 \text{ рад.}$$

Угловое ускорение определяется как первая производная от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt},$$

$$\varepsilon = \frac{d(2 \cdot t^{10})}{dt} = 20t^9 \quad (11)$$

В момент времени  $t = 2$  с угловое ускорение равно:

$$\varepsilon(t = 2 \text{ с}) = 10 \cdot 2 \cdot 2^9 = 10^4 \text{ рад/с}^2$$

Момент сил можно определить из основного закона динамики для вращательного движения твёрдого тела:

$$M = I\varepsilon, \quad (12)$$

где  $I$  - момент инерции тела.

В нашем случае, при вращении колеса радиусом  $R$  момент инерции равен:

$$I = mR^2 = m \frac{D^2}{4} \quad (13)$$

Подставляя выражения (11) и (13) в (12) получим:

$$M = \frac{mD^2}{4} \cdot 20t^9.$$

При  $t = 2$  с

$$M = \frac{30 \cdot 0,6^2 \cdot 20 \cdot 2^9}{4} = 2,7 \cdot 10^4 \text{ (Н} \cdot \text{м)}.$$

*Ответ:* в момент времени  $t = 2$  с  $\varphi = 370$  рад,  $\varepsilon = 10^4$  рад/с<sup>2</sup>,  
 $M = 2,7 \cdot 10^4$  Н·м.

### Задача 3.2

На барабан радиусом  $R = 20$  см намотан тонкий легкий нерастяжимый шнур, к которому привязан груз массой  $m = 0,50$  кг (рис. 12). До начала вращения барабана груз находится на высоте  $h = 1,0$  м от пола. Определите:

- натяжение нити при движении груза;
- через сколько времени груз опустится до пола;
- кинетическую энергию груза в момент удара о пол.

Момент инерции барабана,  $I = 0,10$  кг·м<sup>2</sup>. Трением пренебречь.

*Решение.*

Запишем второй закон Ньютона для движущегося груза:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a},$$

где  $\vec{a}$  - ускорение движущегося тела,

$\vec{N}$  - сила натяжения груза.

В проекции на ось  $OY$  имеем

$$mg - N = ma. \quad (14)$$

К барабану приложен момент силы натяжения, равный  $M = NR$ , и барабан вращается с угловым ускорением  $\varepsilon$ .

В соответствии с основным законом динамики вращательного движения

$$I\varepsilon = M. \quad (15)$$

Или

$$I\varepsilon = NR. \quad (16)$$

Линейное ускорение  $a$  и угловое ускорение  $\varepsilon$  связаны соотношением

$$a = \varepsilon R. \quad (17)$$

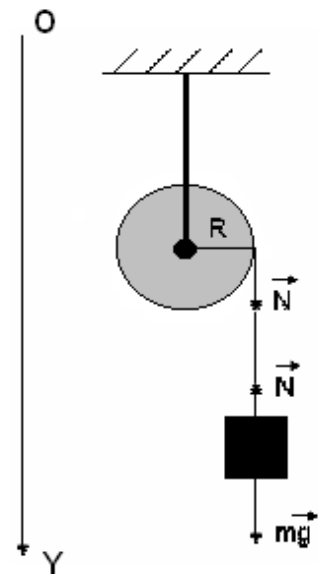


Рис. 12



Решая систему уравнений (14)–(17), имеем

$$\begin{aligned} N &= mg \frac{I}{I + mR^2}; \\ \varepsilon &= \frac{mgR}{I + mR^2}; \\ a &= g \frac{mR^2}{I + mR^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Для нахождения времени  $t$  движения груза до пола с высоты  $h$  воспользуемся соотношением

$$h = \frac{at^2}{2}.$$

Отсюда

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}}.$$

Скорость груза  $v$  в момент удара будет равна

$$\begin{aligned} v &= at, \\ v &= \sqrt{2ha}. \end{aligned}$$

Или, с учётом выражения (18):

$$v = \sqrt{2gh \frac{mR^2}{I + mR^2}}.$$

Теперь легко определить кинетическую энергию груза  $E_k$  в момент удара о пол:

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{mv^2}{2}; \\ E_k &= mgh \frac{mR^2}{I + mR^2}. \end{aligned}$$

*Ответ:*  $N = 4,1$  Н;  $t = 1,1$  с;  $E_k = 0,81$  Дж.

### Задача 3.3

Вследствие действия приливов продолжительность суток на Земле увеличивается за  $\Delta t = 100$  лет на  $\Delta T = 0,001$  с. Определите приливную силу трения  $F_{тр}$ . Землю считать однородным шаром массой  $m = 6 \cdot 10^{24}$  кг и радиусом  $R = 6400$  км.

*Решение.*

В соответствии с основным законом динамики вращательного движения

$$\varepsilon = \frac{M}{I},$$

где  $I = \frac{2}{5}mR^2$  – момент инерции земного шара;

$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$  – угловое ускорение, равное отношению изменения угловой

скорости вращения Земли  $\Delta\omega$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за которое это изменение произошло;

$M = F_{mp} R$  – момент силы приливного трения  $F_{mp}$ .

Угловая скорость вращения Земли вокруг своей оси равна

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

где  $T$  – земные сутки.

Изменение угловой скорости Земли равно

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi}{T + \Delta T} = \frac{2\pi\Delta T}{T(T + \Delta T)} \approx \frac{2\pi\Delta T}{T^2}.$$

Проведя несложные преобразования, получим

$$F_{mp} = \frac{4\pi m R \Delta T}{5T^2 \Delta t};$$

$$F_{mp} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot (24 \cdot 3600)^2 \cdot 10^2 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600}.$$

$$F_{mp} = 6 \cdot 10^6 \text{ Н.}$$

*Ответ:*  $F_{mp} = 6 \text{ МН.}$

## Лекция 4

### ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

*К данной лекции студент должен*

– знать основные понятия кинематики и динамики.

#### *План лекции*

1. Импульс. Закон сохранения импульса.
2. Энергия. Кинетическая и потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии.
3. Механическая работа и мощность.
4. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.
5. Кинетическая энергия тела при вращательном движении.
6. Законы сохранения импульса, энергии, момента импульса и свойства симметрий пространства-времени.
7. Примеры решения задач.

## Литература

- I. С. 19–21. § 9. Закон сохранения импульса. Центр масс  
С. 23–24. § 11. Энергия, работа, мощность  
С. 24–27. § 12. Кинетическая и потенциальная энергии  
С. 27–29. § 13. Закон сохранения энергии  
С. 38–40. § 19 (частично). Момент импульса и закон его сохранения  
С. 36–37. § 17. Кинетическая энергия вращения
- II. Часть I. С. 30–32. § 8. Закон сохранения импульса  
С. 32–34. § 9. Закон сохранения импульса в изолированной системе  
С. 51–53. § 16. Работа и мощность  
С. 53–58. § 17. Энергия  
С. 58–62. § 18. Закон сохранения и превращения энергии  
С. 76–78 § 23. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия вращающегося тела

## Формулы

Укажите: буквенные обозначения каких физических величин использованы в каждой из приведённых ниже формул, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$1. \vec{p} = m\vec{v} \quad 2. \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const \quad 3. E_k = \frac{mv^2}{2} \quad 4. E_n = mgh$$

$$5. E_n = -\frac{GMm}{r} \quad 6. E_n = \frac{kx^2}{2} \quad 7. A = FS \cos \alpha$$

$$8. A = \int_1^2 F dS \cos \alpha \quad 9. N = \frac{\Delta A}{\Delta t} \quad 10. N = \frac{dA}{dt} \quad 11. E_k = \frac{I\omega^2}{2}$$

$$12. \sum_{i=1}^n E_i = const \quad 13. \vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] \quad 14. \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = const$$

## Вопросы для самоконтроля

1. При прямолинейном движении тела массой  $m = 5$  кг его импульс  $p$  изменяется с течением времени  $t$  по закону  $p(t) = 20 + 2t + 4t^2$  (кг·м/с). Вычислите:
- кинетическую энергию тела в момент времени  $t = 3$  с;
  - работу, совершённую внешними силами над телом, в интервале времени от  $t_1 = 2$  с до  $t_2 = 3$  с;

- среднюю мощность внешних сил, действующих на тело, за указанный интервал времени.

2. При абсолютно упругом ударе шар отражается так, как показано на рис. 13. Изменяется ли при ударе импульс шара и если да, то чему равно изменение импульса тела? Начальный импульс шара  $p_0$ .

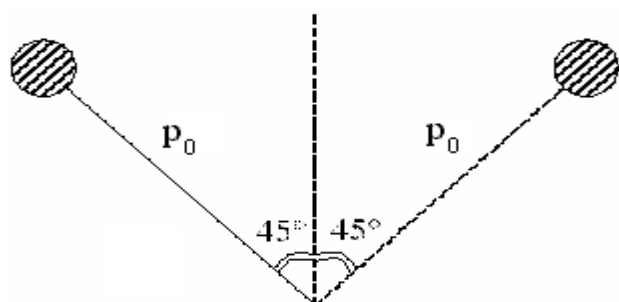


Рис. 13

3. При старте ракеты она поднимается на высоту, равную радиусу Земли. Во сколько раз изменяется потенциальная энергия ракеты? При достижении указанной высоты масса ракеты меньше первоначальной в 2 раза (за счёт расхода ракетного топлива).

4. Обоснуйте второй закон Кеплера: «Радиус-вектор планеты за равные промежутки времени «замечает» равные площади».

5. Стальной шарик радиусом 5 см вращается относительно неподвижной оси, проходящей через центр шарика, делая 10 оборотов в секунду. Вычислите кинетическую энергию шарика.

### Тест

1. При сжатии пружины амортизатора возникает сила упругости  $F(x)$ , зависящая от сжатия  $x$  пружины и направленная противоположно деформации. Как вычислить работу силы упругости при сжатии пружины от  $x_1$  до  $x_2$ ?

$$1. A = - \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx. \quad 2. A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx. \quad 3. A = \frac{F(x_1) + F(x_2)}{2} (x_1 + x_2).$$

$$4. A = F(x_1) \cdot (x_2 - x_1). \quad 5. A = F(x_2) \cdot (x_2 - x_1).$$

2. Скорость поступательно движущегося тела увеличилась в 2 раза. Как при этом изменились импульс и кинетическая энергия тела?

1. Импульс увеличился в 2 раза, кинетическая энергия увеличилась в 2 раза. 2. Импульс увеличился в 2 раза, кинетическая энергия увеличилась в 4 раза. 3. Импульс увеличился в 4 раза, кинетическая энергия увеличилась в 2 раза. 4. Импульс увеличился в 4 раза, кинетическая энергия увеличилась в 4 раза. 5. Импульс увеличился в 2 раза, кинетическая энергия уменьшилась в 2 раза.

3. Кинетическая энергия  $E$  поступательно движущегося тела зависит от времени  $t$  по закону  $E(t) = 40t^2$  (Дж). Вычислите мгновенную мощность внешних сил, приложенных к телу, в момент времени  $t = 3$  с.

1. 40 Вт. 2. 60 Вт. 3. 80 Вт. 4. 120 Вт. 5. 240 Вт.

4. Фигуристка, вращаясь на льду, выбрасывает руки в стороны и после этого частота её вращения уменьшается. Какой физический закон объясняет наблюдаемое явление?

1. Закон сохранения механической энергии. 2. Закон сохранения импульса. 3. Закон сохранения момента импульса. 4. Закон сохранения массы. 5. Наблюдаемое явление не имеет научного объяснения.

5. Период вращения маховика уменьшился в 3 раза. Как изменилась кинетическая энергия маховика?

1. Уменьшилась в 3 раза. 2. Уменьшилась в 9 раз. 3. Увеличилась в 3 раза. 4. Увеличилась в 9 раз. 5. Не изменилась

#### Задача 4.1

Тело массой  $m = 3$  кг движется со скоростью  $v = 4$  м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар абсолютно неупругим, определите количество теплоты  $Q$ , выделившееся при ударе.

*Решение.*

Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое. Обозначим скорость движения шаров после столкновения через  $u$  и запишем закон сохранения импульса (скорости шаров после удара одинаковы).

$$m\vec{v} = 2m\vec{u}.$$

Отсюда

$$\vec{u} = \frac{\vec{v}}{2}.$$

Кинетическая энергия шаров  $E_k$  после столкновения равна

$$E_k = \frac{(2m)u^2}{2} = \frac{mv^2}{4}.$$

Начальная кинетическая энергия системы  $E_{k0}$  равна

$$E_{k_0} = \frac{mv^2}{2}.$$

В соответствии с законом сохранения энергии количество теплоты  $Q$ , выделившееся при ударе:

$$Q = E_{k_0} - E_k;$$

$$Q = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv^2}{4};$$

$$Q = \frac{mv^2}{4};$$

$$Q = 12 \text{ Дж.}$$

Ответ:  $Q = 12 \text{ Дж.}$

#### Задача 4.2

Пуля, летящая горизонтально, попадает в маятник, подвешенный на нити, и застревает в нём. Масса пули в 1000 раз меньше массы маятника. Расстояние от точки подвеса до центра маятника  $L = 1,0 \text{ м}$ . Определите скорость пули, если известно, что нить подвеса с маятником отклонилась от удара на угол  $10^\circ$ .

*Решение.*

Рассмотрим систему «пуля–маятник». Изменение импульса системы  $\Delta \vec{p}_{сист}$ , происходящее за время  $\Delta t$ , связано с внешними силами  $\vec{F}$ , действующими на систему, соотношением

$$\Delta \vec{p}_{сист} = \vec{F} \Delta t.$$

Какие внешние силы действуют на систему? Это сила тяжести  $m\vec{g}$  ( $m$  – масса пули), сила тяжести  $M\vec{g}$  ( $M$  – масса маятника) и сила реакции  $\vec{N}$ , действующая на маятник со стороны нити. За малое время удара  $\Delta t$  маятник не успевает сместиться, значит, сила  $\vec{N}$  будет направлена вертикально вверх. Силы  $m\vec{g}$  и  $M\vec{g}$  направлены вертикально вниз. Таким образом, проекция равнодействующей силы  $\vec{F} = m\vec{g} + M\vec{g} + \vec{N}$  на ось  $Ox$  (рис. 6) во время удара равна нулю.

Следовательно,  $(\Delta p_{сист})_x = 0$ .

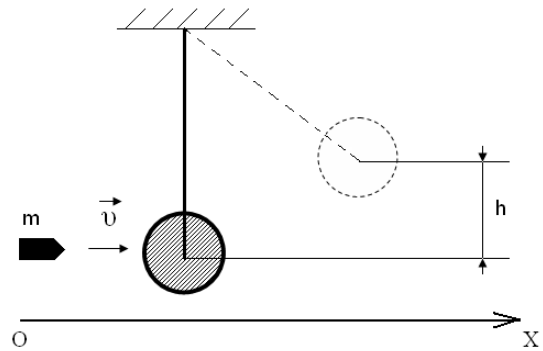


Рис. 14

Очевидно, что

$$(\Delta p_{cicum})_x = (M + m)u - mv. \quad (19)$$

где  $u$  – скорость, с которой маятник движется после удара пули;  
 $v$  – скорость пули.

Из соотношения (19) имеем

$$\begin{aligned} v &= \frac{m + M}{m} u; \\ v &= \left(1 + \frac{M}{m}\right) u. \end{aligned} \quad (20)$$

Для определения скорости  $u$  воспользуемся законом сохранения механической энергии. Примем первоначальное положение по вертикали за начало отсчета, т.е. будем считать начальную потенциальную энергию системы равной нулю. При отклонении маятника на угол  $\alpha$  маятник поднимется до высоты  $h$ , и в этот момент кинетическая энергия маятника будет равна нулю.

Таким образом,

$$\begin{aligned} \frac{(m + M)u^2}{2} &= (m + M)gh; \\ u &= \sqrt{2gh}. \end{aligned} \quad (21)$$

Легко видеть, что

$$\begin{aligned} h &= L - L\cos\alpha; \\ h &= L(1 - \cos\alpha); \\ h &= 2L \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \end{aligned}$$

Подставим полученный результат в соотношение (21):

$$u = 2\sqrt{gL} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

С учётом соотношения (20) окончательно имеем

$$v = 2\left(1 + \frac{M}{m}\right)\sqrt{gL} \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$v = 2\left(1 + \frac{1000}{1}\right)\sqrt{9,81 \cdot 1,0} \cdot \sin 5^\circ.$$

*Ответ:*  $v = 550$  м/с.

После решения задачи возникает вопрос: «Нельзя ли было для нахождения скорости пули приравнять её кинетическую энергию к потенциальной энергии маятника, поднятого на высоту  $h$ ?»

Нет, такой подход не верен. При попадании пули маятник нагревается, часть кинетической энергии пули переходит во внутреннюю энергию маятника. Таким образом, только некоторая часть кинетической энергии пули идет на увеличение потенциальной энергии маятника и его подъём на некоторую высоту.

### Задача 4.3

Мальчик катил обруч по горизонтальной дорожке со скоростью 7,2 км/ч. На какое расстояние  $L$  может вкатиться обруч самостоятельно на горку за счёт своей кинетической энергии? Уклон горки 10 м на каждые 100 м пути.

*Решение.*

Воспользуемся законом сохранения механической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = mgh, \quad (22)$$

где  $m$  – масса обруча;

$I$  – момент его инерции;

$\omega$  – угловая скорость обруча;

$h$  – высота, на которую поднимется обруч.

Момент инерции  $I$  и угловую скорость  $\omega$  обруча легко определить:

$$I = mR^2;$$

$$\omega = \frac{v}{r},$$

где  $R$  – радиус обруча.

Из уравнения (22):  $h = \frac{v^2}{g}$ .  $h = 0,41$  м.

Составим пропорцию  $\frac{L}{h} = \frac{100}{10}$ ;  $L = 4,1$  м.

*Ответ:*  $L = 4,1$  м.

## Тема 2 (для самостоятельного изучения) ПОСТУЛАТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

### План изучения темы

1. Принцип относительности в механике
2. Принцип относительности



3. Закон распространения света и принцип относительности
4. Постулаты СТО и релятивистские эффекты
5. Релятивистский закон сложения скоростей

Как известно, механика рассматривает наиболее простую форму движения материи – механическое движение. *Механическое движение – это изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.* Основой классической механики являются **законы Ньютона**, сформулированные им в его основном научном труде «Математические начала натуральной философии» (1687 г.). Как и другие фундаментальные законы, лежащие в основе физики, они являются обобщением научных фактов.

Необходимо специально отметить, что законы Ньютона определяют движение различных классов тел. В первом законе Ньютона рассматривается движение *свободного тела*, то есть, тела, которое не взаимодействует ни с какими другими телами<sup>1</sup>. Напомним формулировку данного закона: *всякое тело продолжает удерживаться в своём состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.*

Второй и третий законы Ньютона устанавливают характер движения тела, взаимодействующего с другими телами.

Так, по II закону Ньютона, если на тело массой  $m$  со стороны других тел действует сила  $\vec{F}$ , то тело движется с ускорением  $\vec{a}$ .

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (23)$$

Вспомним, что ускорение – это физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости тела:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (24)$$

Тогда из соотношений (23) и (24) имеем:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

или

---

<sup>1</sup> Ввиду существования сил гравитационного взаимодействия с их бесконечным радиусом действия ясно, что понятие свободного тела является определённой физической идеализацией. Но, если представить себе, что внешнее воздействие на тело уменьшается, то мы и приходим в пределе к представлению о свободном теле.

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}. \quad (25)$$

Произведение массы тела  $m$  на его скорость  $\vec{v}$  в классической механике определяется как импульс тела  $\vec{p}$ :

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (26)$$

Таким образом, соотношение (25), выражающее II закон Ньютона, примет вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \quad (27)$$

III закон был сформулирован Ньютоном следующим образом: *действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе – взаимодействия двух тел друг на друга между собой равны и направлены в противоположные стороны.*

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

Описание механического движения невозможно провести, не используя понятия «система отсчёта». Система отсчёта включает в себя тело отсчёта, систему координат и прибор для отсчёта времени (часы). Пусть имеется система отсчёта  $K$ , относительно которой свободное тело покоится или движется прямолинейно и равномерно (рис. 15). Выберем дополнительно ещё систему отсчёта  $K'$ , которая движется относительно системы отсчёта  $K$  прямолинейно и равномерно. Тогда и относительно системы отсчёта  $K'$  свободное тело будет двигаться прямолинейно и равномерно.

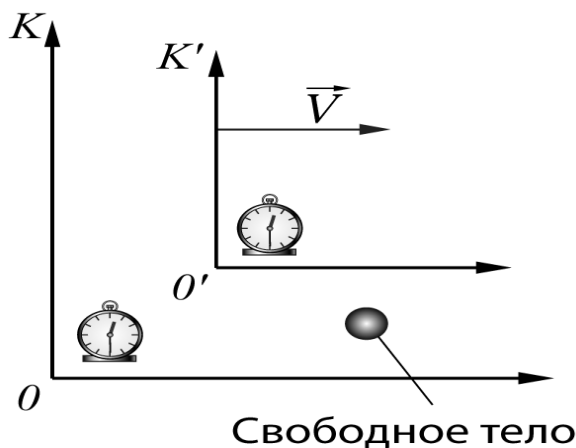


Рис. 15

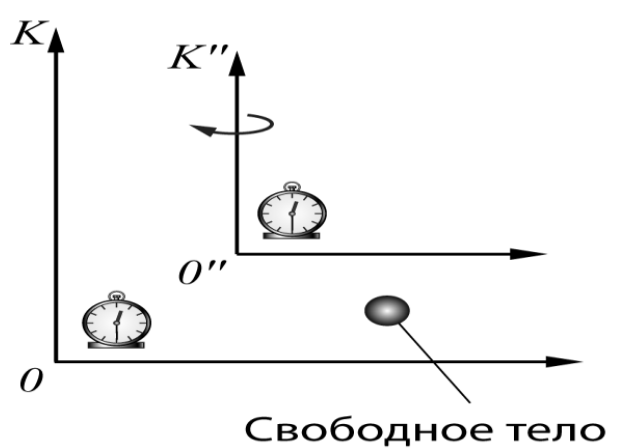


Рис. 16

Возможна и иная ситуация (рис. 16). Можно выбрать систему отсчёта  $K''$ , которая движется ускоренно или вращается относительно системы отсчёта  $K$ . Тогда относительно такой системы отсчёта  $K''$

свободное тело будет двигаться неравномерно, например, по криволинейной траектории.

Рассмотренные примеры (рис. 15 и 16) показывают, что системы отсчёта делятся на два класса:

1. *Инерциальные системы отсчёта.* В инерциальных системах отсчёта выполняется I закон Ньютона.

2. *Неинерциальные системы отсчёта.* В неинерциальных системах отсчёта не выполняется I закон Ньютона.

Используя введённое понятие инерционной системы отсчёта, содержание I закона Ньютона можно изложить следующим образом: *существуют такие системы отсчёта, их называют инерциальными, относительно которых свободное тело либо покоится, либо движется прямолинейно и равномерно.*

Является или нет та или иная система отсчёта инерциальной, можно установить только на основе опыта. Так, например, часто при рассмотрении механического движения в качестве такой системы отсчёта принимают Землю. Но вспомним, что при наблюдении звёздного неба мы обнаруживаем суточное вращение звёзд, поворот небесной сферы. Значит, Земля является инерциальной системой лишь в грубом приближении: далёкие звёзды – практически свободные тела, вращаются, то есть движутся с центростремительным ускорением, относительно системы отсчёта «Земля». Намного ближе к инерциальной системе будет система отсчёта, где в качестве тела отсчёта взято Солнце, а систему координат образуют световые лучи, направленные на три далёкие звезды, не лежащие в одной плоскости. Однако если учесть, что Солнечная система вращается относительно центра Галактики, делая один оборот за 200 млн. лет, то и такая система является инерциальной лишь с определённым приближением (хотя и очень высоким).

Если имеется хотя бы одна инерциальная система отсчёта (а именно это и утверждает I закон Ньютона), то любая другая система отсчёта, движущаяся относительно неё прямолинейно и равномерно, также будет инерциальной. Таким образом, для описания механического движения может быть использовано множество инерциальных систем отсчёта, и в этой связи естественно возникает вопрос – равноценны ли инерциальные системы между собой. Иными словами, одинаковым ли законам подчиняется механическое движение в различных инерциальных системах отсчёта, не влияет ли

прямолинейное равномерное движение на характер протекания механических процессов?

Ответ на этот вопрос был дан выдающимся итальянским учёным, одним из основоположников научного естествознания Галилео Галилеем (1564-1642).

Галилеем был выдвинут *принцип<sup>1</sup> относительности*. Он писал: «Уединитесь... в просторное помещение под палубой какого-нибудь корабля... Заставьте теперь корабль двигаться с любой скоростью, и тогда (если только движение будет равномерным и без качки в ту и другую сторону) ... вы не обнаружите ни малейшего изменения и ни по одному из них не сможете установить, движется ли корабль или стоит неподвижно...». *Принцип относительности Галилея* гласит: *законы механики одинаковы во всех инерциальных системах отсчёта*.

При дальнейшем развитии физической науки трудами великого английского физика Д.К. Максвелла (1831-1879) была создана теория электромагнитного поля, позволившая дать объяснения целому комплексу явлений в области электричества, магнетизма и оптики. Учёным стало ясно, что все физические процессы, все события природы не могут быть представлены на основе только классической механики. В этой связи возник вопрос о правомерности принципа относительности применительно не только к механическим, но и *любым природным явлениям*. Приведём, следуя аргументации Эйнштейна, несколько доводов в пользу «расширения» принципа относительности на все физические явления. *Во-первых*, является маловероятным, чтобы принцип столь большого общего значения, будучи применяем в механике, оказался бы не действительным в других областях. *Во-вторых*, наша планета Земля ввиду её орбитального движения вокруг Солнца, движется относительно Солнца со скоростью 30 км/с, постоянно меняя направление скорости. «Следовательно, в случае, если принцип относительности недействителен, надо было бы допустить, что направление движения Земли в данный момент отражается на законах природы. А в силу этого физические системы в своих процессах зависели бы от их пространственного расположения по отношению к Земле... при всей тщательности наблюдений никогда не была отмечена такая анизотропия земного физического пространства, то есть подобная

---

<sup>1</sup> Принцип – основное исходное положение какой-либо теории, науки. Физические принципы подтверждают опытными фактами.

физическая неравноценность различных направлений, - и в этом весьма веский аргумент в пользу принципа относительности». Сформулируем **принцип относительности: законы физики одинаковы во всех инерциальных системах отсчёта.** Иными словами говоря, прямолинейное равномерное движение не влияет на характер протекания не только механических, но любых без исключения физических процессов!

Напомним известный в механике закон сложения скоростей. Пусть вагон поезда движется относительно земли (полотна дороги) прямолинейно и равномерно со скоростью  $V$  (рис. 17). Внутри вагона (инерциальная система отсчёта  $K'$ ) вдоль него и в направлении его движения шагает человек со скоростью  $v'$  относительно вагона. С какой скоростью  $v$  он будет перемещаться относительно земли (инерциальной системы  $K$ )? Ответ на этот вопрос и называют «законом сложения скоростей в классической механике»:

$$v = v' + V. \quad (28)$$

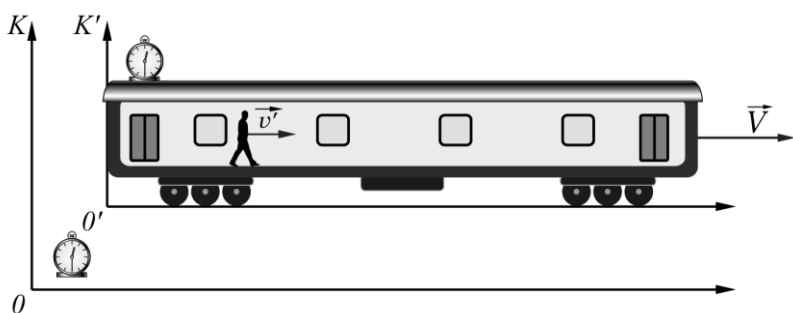


Рис. 17

Такой закон сложения скоростей вытекает из следующих рассуждений: «Если бы человек в течение секунды оставался стоять спокойно, то он подвинулся бы вперёд по

отношению к полотну на расстояние  $V$ , равное скорости движения вагона. В действительности же он не стоит, а идёт, а поэтому отмерит в эту секунду в отношении к вагону, а следовательно, и в отношении к полотну ещё расстояние  $v'$ , равное скорости его шагания. Таким образом в рассматриваемую секунду он по отношению к полотну всего подвинется на расстояние  $v = v' + V$ .» Так мы рассуждаем в рамках классической механики, и эти рассуждения подтверждаются нашим привычным жизненным опытом.

Попробуем провести подобные рассуждения при рассмотрении следующего мысленного эксперимента. Вообразим, что в космическом пространстве движется относительно Земли ракета со скоростью, практически равной скорости света в вакууме  $c$ . В носовой части ракеты включается прожектор, который посылает луч света по ходу

движения ракеты. Какова будет скорость этого луча света относительно земного астронома, наблюдающего за полётом ракеты?

Ответ на этот вопрос с точки зрения классической механики и её закона сложения скоростей (28) звучит совершенно неожиданно. Оказывается (и это является достоверно установленным *фактом*), **скорость света не зависит от скорости источника света.**

Так, например, астроном Виллем де Сйттер (1872-1934) подтвердил этот вывод результатами наблюдения за двойными звёздами.

Вообразим, говорит де Ситтер, двойную звезду и наблюдателя  $O$ , расположенного в плоскости орбиты двойной звезды на огромном расстоянии  $L$  от неё (рис. 18). Пусть для простоты одна из звёзд вращается со скоростью  $v$  по круговой орбите вокруг массивной звезды – центра двойной системы. Если скорость света не зависит от движения

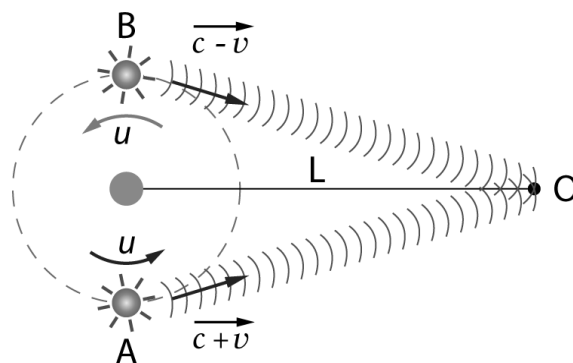


Рис. 18

источника света, то и в точке  $A$ , и в точке  $B$  свет, испускаемый звездой, имеет одну и ту же скорость  $c$ . Следовательно и из точки  $A$ , и из точки  $B$  свет дойдёт до наблюдателя за одно и то же время, и эти события будут разделены промежутком времени  $\frac{T}{2}$ , равным половине периода орбитального движения звезды.

Если же скорость света зависит от движения источника, то из точки  $A$  свет дойдёт до наблюдателя за время

$$t_A = \frac{L}{c + v},$$

где  $c$  - скорость света, испускаемого неподвижным источником,

$v$  - скорость движения звезды по орбите.

Из точки  $B$  свет дойдёт до наблюдателя за время

$$t_B = \frac{L}{c - v}.$$

Тогда при движении звезды по орбите из точки  $A$  в точку  $B$  её полупериод *удлинится* на величину  $\Delta t$ , равную:

$$\Delta t = t_B - t_A,$$

$$\Delta t = \frac{2Lv}{c^2 - v^2}.$$

$$\Delta t \approx \frac{2Lv}{c^2}.$$

При движении звезды по орбите из точки  $B$  в точку  $A$  на такую же величину  $\Delta t$  полупериод орбитального движения звезды должен был бы *укоротиться* (ведь из точки  $A$  в этом случае к наблюдателю приходит более «быстрый» свет, чем из точки  $B$ ). Однако, подобные «колебания полупериодов» для двойных звёзд не наблюдаются, что и служит доказательством независимости скорости света от скорости источника.

Один из ярких экспериментов по прямой демонстрации независимости скорости света от скорости движения источника был проведён несколько лет тому назад российскими физиками в Курчатовском центре синхротронного излучения и нанотехнологий Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»

В этом эксперименте в качестве импульсного источника света использовался источник так называемого синхротронного излучения – электромагнитного излучения от инфракрасного до рентгеновского диапазонов, возникающего при движении сгустка электронов по криволинейной траектории. Схема установки изображена на рис. 19. В вакуумной системе сгусток электронов, ускоренных до скорости, близкой к скорости света  $c$ , движется по замкнутой криволинейной траектории. Орбиту электронов формирует магнитная система, состоящая из четырёх магнитов  $M 1 - M 4$ , которые создают магнитное поле с индукцией 1,5 Тл. На криволинейных участках траектории (их радиус 1 м) электроны движутся с центростремительным ускорением и являются источниками электромагнитного излучения. За один оборот электрон теряет на излучение менее 0,001 % от всей первоначальной энергии, и эти потери восполняются в резонаторе, к ускоряющему промежутку которого приложено переменное напряжение амплитудой 15 кВ и частотой, равной частоте обращения электронного сгустка в вакуумной системе.

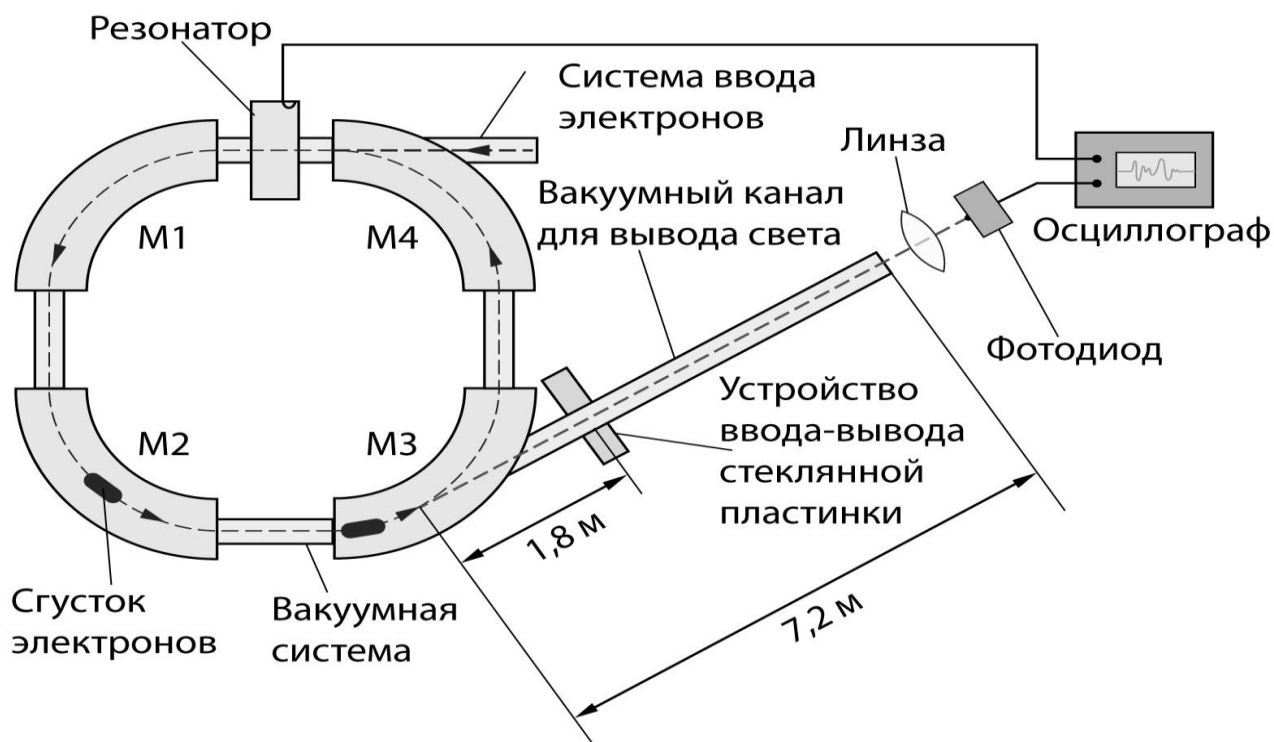


Рис. 19

В экспериментальной установке в области магнита  $M_3$  устроен канал для вывода света длиной 7,2 м. Импульс светового излучения, испущенный релятивистскими электронами, фокусируется линзой на фотодиод, и возникший за счёт света импульс напряжения на фотодиоде формирует сигнал на экране осциллографа. В световом канале расположено специальное устройство ввода – вывода стеклянной пластинки, которую можно поставить на пути света.

Предположим, что скорость света зависит от скорости источника. Электроны излучают свет, двигаясь практически со скоростью, равной скорости света  $c$ . В таком случае скорость излучённого электронами света должна была бы быть равной  $2c$ .

Если же на пути светового излучения поставить стеклянную пластинку, то часть пути (длиной 1,8 м, смотрите схему установки на рисунке 19) свет должен пройти со скоростью  $2c$ . Затем свет поглощается стеклянной пластинкой, и *неподвижные* атомы вещества излучают свет со скоростью  $c$ . Следовательно, оставшуюся часть пути (7,2 м – 1,8 м) по вакуумному каналу вывода свет пройдёт с меньшей скоростью. В таком случае чередование сигналов на экране осциллографа, формируемых световыми импульсами, должно быть различным. Однако в опыте это не наблюдалось (рис. 20, 21).



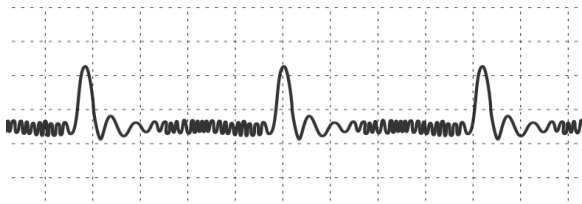


Рис. 20. Сигнал на экране осциллографа в случае прохождения света по свободному каналу вывода без стеклянной пластинки.

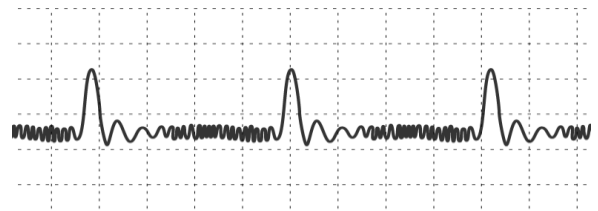


Рис. 21. Сигнал на экране осциллографа в случае прохождения света по каналу вывода, перегороженному стеклянной пластинкой.

Это означает, что *скорость света, излучённого движущимися электронами, и скорость света, излучённого неподвижными атомами вещества, одинакова!* Таким образом, результаты эксперимента безоговорочно подтверждают факт независимости скорости света от скорости источника, излучающего свет.

Если скорости других объектов относительноны и зависят от скорости и направления движения наблюдателя, то **скорость света абсолютна** – она не зависит от движения не только источника, но и наблюдателя.

На первый взгляд этот факт представляется невероятным и противоречит «здравому смыслу». Но здравый смысл – это то, что почерпнуто нами из опыта, это концентрат нашего опыта. Ясно, что мы не обладаем опытом, как должен выглядеть мир при движении со скоростью, близкой к скорости 300 000 км/с. В таких ситуациях необходимо действовать в рамках обычного научного метода, с помощью которого одни научные теории принимаются, а другие – отвергаются.

Как вы знаете, «право на гражданство» в науке имеет только та теория, что подтверждается результатами экспериментов.

Вывод о независимости скорости света от скорости источника находится в согласии с принципом относительности, который утверждает одинаковость законов природы (в том числе, и закона излучения света) во всех инерциальных системах отсчёта. Однако, с другой стороны, этот вывод противоречит «закону сложения скоростей в классической механике», а следовательно, и представлениям о пространстве и времени, которые отражает классическая механика.

Анализ возникшего противоречия привёл Альберта Эйнштейна к выводу о необходимости пересмотра системы научных взглядов на пространство и время и создания новой теоретической концепции пространства-времени – специальной теории относительности (СТО).

Наряду с Эйнштейном существенный вклад в создание СТО был сделан выдающимся физиком-теоретиком Хендриком Антоном Лоренцем (1853-1928), знаменитым французским математиком и философом Жюлем Анри Пуанкаре (1854-1912), известным немецким математиком и физиком Германом Минковским (1864-1909).

*Специальная (частная) теория относительности базируется на двух постулатах: принципе относительности и постулате независимости скорости света от скорости источника.*

Рассмотрим некоторые явления, описываемые теорией относительности, или, как принято их называть, *релятивистские*<sup>1</sup> эффекты.

**1. Относительность одновременности.** Рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Пусть вагон поезда – инерциальная система отсчёта  $K'$  – движется прямолинейно и равномерно со скоростью  $V$  относительно полотна железной дороги – инерциальной системы отсчёта  $K$  (рис. 22). Пусть на противоположных концах вагона расположены двери, при открывании которых вспыхивают лампы  $A'$  и  $B'$  и пусть посередине вагона (в точке  $M'$ ) находится фотоприёмник, способный регистрировать приходящее световое излучение. Такой же фотоприёмник поместим в точке  $M$  на полотне железной дороги.

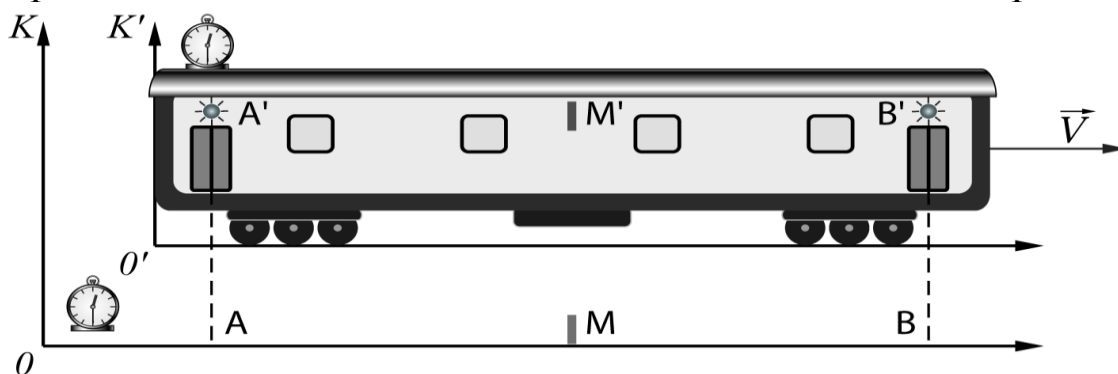


Рис. 22

Допустим, в тот момент, когда точки  $M$  и  $M'$  совпадают (если смотреть с полотна дороги), двери вагона открываются и вспыхивают лампы  $A'$  и  $B'$ . С точки зрения стационарного наблюдателя, находящегося в инерциальной системе отсчёта  $K$  в точке  $M$ , двери открылись одновременно – из точек  $A'$  и  $B'$  свет достигает наблюдателя  $M$ , пройдя с одной и той же скоростью  $c$  одинаковые расстояния, *одновременно*.

<sup>1</sup> От латинского *relatives* - относительный. Саму теорию относительности также называют релятивистской теорией.

С точки зрения пассажира, находящегося в инерциальной системе отсчёта  $K'$  в точке  $M'$ , двери открылись *не одновременно*. Ведь наблюдатель, находящийся в точке  $M'$ , удаляется от луча света, нагоняющего его из точки  $A'$ , и движется навстречу лучу света, идущему из точки  $B'$ .

*События, которые одновременны в одной инерциальной системе отсчёта  $K$ , не одновременны в другой системе  $K'$ , и наоборот (относительность одновременности).*

Полученный нами вывод об относительности одновременности кажется парадоксальным. Мы «твёрдо» знаем, что если у двух наблюдателей имеются одинаковые часы, которые они сверили друг с другом (синхронизировали), то в дальнейшем независимо от того, как движутся наблюдатели относительно друг друга, часы будут показывать одинаковое время.

Но это «твёрдое знание» сформировалось при движении с малыми скоростями! Распространять его на движение со скоростями, сравнимыми со скоростью света, нет никаких оснований. Как писал А. Эйнштейн, «до теории относительности физика всегда «молчаливо» принимала, что указания времени обладают абсолютным, то есть независимым от состояния движения тел, значением». Теперь следует привыкнуть к мысли, что время – дело индивидуальное. Время – это то, что измеряется часами, и результаты этих измерений, утверждает теория относительности, различна в разных системах отсчёта, движущихся относительно друг друга.

**2. Относительность расстояний.** Представим, что нам необходимо сравнить расстояние  $A'B'$ , измеренное в системе  $K'$ , - длину вагона и расстояние  $AB$  – длину вагона в системе отсчёта  $K$ . Для этого нам необходимо установить точки  $A$  и  $B$  на «полотне железной дороги» (система отсчёта  $K$ ), с которыми при движении совпадают обе точки  $A'$  и  $B'$  в *один и тот же момент времени*, определяя его с «полотна железной дороги» (система отсчёта  $K$ ). Но так как нами установлена относительность одновременности, то следует сделать вывод и об относительности расстояний.

Результаты измерений различны в разных инерциальных системах отсчёта, движущихся относительно друг друга. Иными словами, не существует привычного нам понятия абсолютной длины.

Как установил Эйнштейн, результаты измерения длины вагона  $AB$ , выполненные «станционным смотрителем» - наблюдателем,

находящимся в неподвижной системе отсчёта  $K$ , дадут меньшее значение длины, чем результаты измерения длины «пассажиром» - наблюдателем, находящимся в «движущейся» системе отсчёта  $K'$  и измеряющим длину  $A'B'$  неподвижного для него вагона.

$$AB < A'B'.$$

Этот эффект называют *релятивистским сокращением размеров движущегося тела*. Он выражен тем сильнее, чем больше скорость «движущейся» системы отсчёта  $K'$ . Так, например, если бы наблюдатель находился на Солнце и измерял бы диаметр Земли, движущейся со скоростью 30 км/с, он обнаружил бы сокращение размера Земли на 6 см.

Представим, что два космических корабля находятся в состоянии относительного движения. Наблюдатель на первом корабле обнаружит сокращение размеров второго корабля вдоль направления его движения. Наблюдатель на втором корабле обнаружит сокращение размеров первого корабля. Иногда возникает вопрос – как это возможно, чтобы каждый корабль был короче другого? Но подобный вопрос неверен в принципе. Теория относительности не говорит, что каждый корабль короче другого. Она утверждает, что космонавт на каждом корабле, проведя измерения, определит, что другой корабль короче. Это совсем разные вещи. Чтобы пояснить эту мысль, можно вспомнить известное образное сравнение. Представьте, что два наблюдателя находятся по разные стороны огромной двояковыпуклой линзы. При этом каждый из них увидит другого меньше себя; но не то же самое, что сказать, будто каждый из них меньше другого.

**3. Относительность промежутков времени.** Рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Пусть космический корабль – инерциальная система отсчёта  $K'$  – пролетает со скоростью  $V$  относительно другой инерциальной системы  $K$  – Земли (рис. 23). В тот момент, когда космический корабль поравнялся с Землёй, на полу корабля включили лампу, луч света долетел до потолка корабля, отразился от зеркала и вернулся обратно, попав в фотоприёмник.

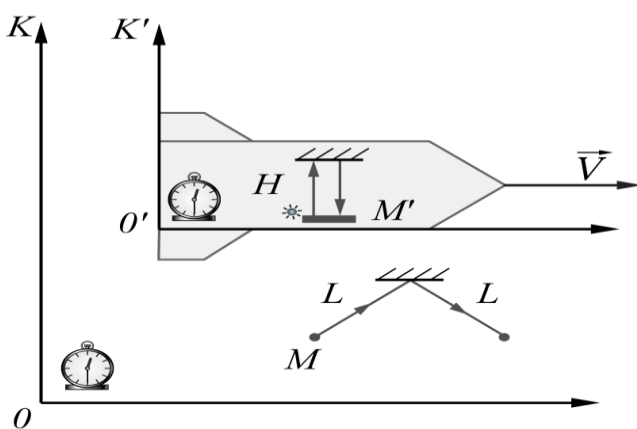


Рис. 23

Сколько времени  $\Delta t'$  займёт «путешествие света» с точки зрения космонавта – наблюдателя, находящегося в «движущейся» системе отсчёта  $K'$ ?

$$\Delta t' = \frac{2H}{c},$$

где  $H$  – расстояние от лампы до зеркала в космическом корабле.

С точки зрения землянина – наблюдателя, находящегося в «неподвижной» системе отсчёта  $K$ , луч света движется по ломаной траектории и проходит путь  $2L$  (смотрите схему на рис. 23). С точки зрения «неподвижного» наблюдателя время  $\Delta t$  «путешествия света» равно:

$$\Delta t = \frac{2L}{c}.$$

Очевидно, что  $\Delta t > \Delta t'$ .

Этот эффект называют *релятивистским замедлением времени в движущейся системе отсчёта*.

Подобный эффект многократно проверялся экспериментально. Например, при взаимодействии высокоэнергичных протонов с веществом возникают заряженные частицы пи-мезоны, которые с течением времени распадаются. Среднее время жизни пи-мезона в системе отсчёта, относительно которой частица покоится, равно  $2,60 \cdot 10^{-8}$  с. Если же в ускорителе частицы разогнаны до скорости, которая составляет 75 % от скорости света, то время жизни пи-мезонов возрастает в 1,5 раза, в полном соответствии с теорией относительности<sup>1</sup>.

Вспомним, какие рассуждения сопровождали вывод закона сложения скоростей в классической механике. Мы складывали путь пассажира, измеренный в вагоне–движущейся системе отсчёта  $K'$  и пройденный им за одну секунду, с путём вагона, измеренным стационарным зрителем–наблюдателем неподвижной системы отсчёта  $K$ , также пройденный вагоном за одну секунду.

Теперь после анализа релятивистских эффектов нам известно, что секунда пассажира не равна секунде стационарного зрителя - в

---

<sup>1</sup> Отметим, что такой «экзотический» релятивистский эффект как замедление времени в движущейся системе отсчёта практически учитывается, например, в спутниковых системах навигации (GPS, ГЛОНАСС и другие). Необходимость ведения поправок, составляющих несколько десятков микросекунд в день, обусловлена, в частности, движением спутников вокруг Земли.

каждой инерциальной системе отсчёта собственное индивидуальное время! Теперь нам известно, что результаты измерения пространственных промежутков в движущейся и неподвижной системе отсчёта различны. Эти факты позволяют осознать, что релятивистский закон сложения скоростей должен безусловно отличаться от закона сложения скоростей в классической механике, где он имеет вид [формула (28)]:

$$v = v' + V.$$

Релятивистский закон сложения скоростей был выведен Эйнштейном и записан им в виде:

$$v = \frac{v'+V}{1+\frac{vV}{c^2}}, \quad (29)$$

где  $v$  - скорость тела относительно «неподвижной» системы отсчёта,

$v'$  - скорость тела относительно «движущейся» системы отсчёта,

$V$  - скорость движущейся системы отсчёта относительно неподвижной.

Формула записана для случая, когда вектора  $\vec{v}$ ,  $\vec{v}'$  и  $\vec{V}$  сонаправлены.

Проверим, что релятивистский закон сложения скоростей не противоречит второму постулату специальной теории относительности. Пусть космический корабль движется со скоростью  $V$  относительно Земли. В носовой части корабля включается прожектор, и луч света движется относительно корабля со скоростью  $c$ :

$$v' = c.$$

Проверим, что скорость луча света относительно Земли также равна  $c$ .

$$v = \frac{v'+V}{1+\frac{vV}{c^2}},$$

Так как

$$v' = c,$$

то

$$v = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}}$$

$$v = c.$$

Что и требовалось проверить.

Релятивистский закон сложения скоростей был также успешно проверен экспериментально. Один из таких опытов заключался в измерении скорости света в движущейся воде. Трубку заполнили протекающей по ней с некоторой скоростью  $V$  водой и измерили

скорость света  $v$  относительно трубки. Скорость света относительно воды  $v'$  была известна по результатам измерения абсолютного показателя преломления воды. (В этом опыте скорость света  $v'$  относительно воды – это «скорость пассажира, идущего по вагону», скорость воды  $V$ , протекающей по трубке, - это «скорость вагона относительно железнодорожного полотна», а скорость света  $v$  относительно трубки - это «скорость пассажира относительно железнодорожного полотна».)

В заключение применим релятивистский закон сложения скоростей

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$$

для случая медленных движений.

Если  $v' \ll c$  и  $v \ll c$ , то слагаемым  $\frac{v'V}{c^2}$  в сравнении с 1 в знаменателе данного выражения можно пренебречь, и мы видим, что

$$v = v' + V.$$

В полученном результате нет ничего неожиданного. Ведь специальная теория относительности не «отменяет» законы классической механики, а лишь ограничивает их применение случаями медленного (в сравнении со скоростью света  $c$ ) движения. По этой причине все выражения релятивистской теории при малых скоростях «в обязательном порядке» переходят в выражения, которые мы получаем в рамках классической механики.

### *Литература*

I. С. 67–69. § 34. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности

С. 69–70. § 35. Постулаты специальной (частной) теории относительности

С. 70–71. § 35. Преобразования Лоренца

С. 72–75. § 35 (частично). Следствия из преобразований Лоренца

II. С. 463–468. Опыт Майкельсона. Специальная теория относительности

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Почему в большинстве случаев словосочетания «движущаяся система отсчёта», «неподвижная система отсчёта» в тексте взяты в кавычки? (Там же, где это не сделано, кавычки подразумеваются.)

2. В 1881 году американским физиком Альбертом Абрахамом Майкельсоном (1852–1931) был поставлен опыт с целью измерения влияния движения Земли на скорость света. В 1887 году опыт был им проведён с большей точностью совместно с американским учёным Эдвардом Уильямсоном Морли (1838–1923). В 1964 году американские физики повторили опыт Майкельсона, используя в качестве источников света гелий-неоновые лазеры. Во всех случаях результат опыта Майкельсона был отрицательный – скорость света никак не зависела от скорости движения Земли и направления измеряемой скорости. Почему отрицательный результат опыта Майкельсона противоречит классической физике?

3. На космическом корабле, движущемся относительно Земли, со скоростью, равной половине скорости света  $c$  (фантастика), включён линейный ускоритель электронов, ускоряющий частицы вдоль направления движения космического корабля до скорости, равной половине скорости света  $c$ . Чему равна скорость потока электронов относительно Земли?

4. По наблюдению земного астронома два звёздных скопления симметрично удаляются друг от друга так, что расстояние между ними возрастает со скоростью  $\frac{c}{4}$ . Какова скорость одного звёздного скопления относительно другого?

5. Используя релятивистский закон сложения скоростей, докажите, что скорость света в вакууме  $c$  является максимально возможной скоростью в природе.

### Тема 3 (для самостоятельного изучения)

## ОСНОВЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДИНАМИКИ

### *План изучения темы*

1. Импульс в СТО
2. Энергия в СТО

В специальной теории относительности установлено, что выражение для импульса тела  $p$ , удовлетворяющее постулатам теории относительности, имеет вид

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (30)$$



где  $m$  – масса тела,

$v$  – его скорость относительно некоторой инерциальной системы отсчёта.

Легко видеть, что релятивистское соотношение для импульса (30) в случае малой скорости ( $v \ll c$ ) соответствует выражению для импульса в классической механике (26).

При таком определении импульса соотношение (27), выражающее II закон Ньютона,

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}$$

оказывается справедливым и в специальной теории относительности.

Пусть на первоначально покоящееся тело массой  $m$  действует постоянная сила  $F$ , под действием которой тело приходит в движение. Выясним, как в этом случае изменяется скорость тела с течением времени.

Запишем формулу II закона Ньютона:

$$\frac{dp}{dt} = F.$$

Отсюда

$$dp = F dt.$$

Интегрируя, имеем:

$$\int_0^t dp = \int_0^t F dt,$$
$$p - p_0 = Ft.$$

Так как первоначально тело покоилось, то

$$p = 0$$

и окончательно имеем:

$$p = Ft. \tag{31}$$

С учётом выражения (30) формула (31) примет вид:

$$\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = Ft. \tag{32}$$

Из соотношения (32) выразим скорость:

$$\frac{m^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = F^2 t^2$$

и

$$v = \frac{\frac{F}{m}t}{\sqrt{1 + \frac{F^2 t^2}{m^2 c^2}}}. \quad (33)$$

Проанализируем выражение (33).

1. Если сила  $F$  действует на тело в течение продолжительного времени ( $t \rightarrow \infty$ ), то в знаменателе выражения (33) можно пренебречь единицей в сравнении со слагаемым  $\frac{F^2 t^2}{m^2 c^2}$  и тогда

$$v \rightarrow \frac{Ft}{m},$$

$$v \rightarrow c.$$

Таким образом, **скорость света в вакууме является максимально возможной скоростью физического объекта.**

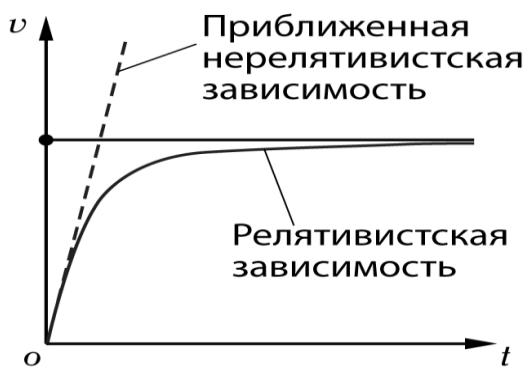


Рис. 23

2. При малых скоростях, когда  $Ft \ll mc$ , имеем приближённое равенство

$$v = \frac{F}{m}t,$$

то есть, движение является равноускоренным.

График зависимости скорости от времени показан на рис. 24.

Полная энергия  $E$  свободного релятивистского тела, как установлено в СТО, определяется выражением

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (34)$$

Релятивистское выражения для энергии (34) позволяет ввести понятие, которого не существует в классической механике, - понятие **энергии покоя**. Оказывается, **даже если тело не движется, оно всё равно обладает энергией, называемой энергией покоя.**

Чему равна энергия покоя  $E_0$ ? Пусть тело не движется ( $v = 0$ ), тогда из выражения (34) следует, что энергия покоя  $E_0$  равна:

$$E_0 = mc^2. \quad (35)$$

Ниже в таблице 1 приведены значения массы и энергии покоя некоторых частиц

Таблица 1

Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	Масса частицы, кг	Энергия покоя частицы, МэВ
Нейтрон	$1,67493 \cdot 10^{-27}$	939,6
Протон	$1,67262 \cdot 10^{-27}$	938,3
Электрон	$9,10938 \cdot 10^{-31}$	0,511

Энергия покоя частиц в таблице 1 указана в мегаэлектронвольтах. Напомним, что

$$1 \text{ эВ} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж},$$

$$1 \text{ МэВ} = 1,602 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

На первый взгляд энергия покоя одной частицы невелика. Но вспомните, что число частиц в макроскопическом теле определяется постоянной Авогадро ( $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$ ). Перемножив энергию покоя одной частицы на число частиц в одном моле, вы увидите, что энергия покоя - это колоссальный резервуар энергии.

В наше время существование энергии покоя не вызывает сомнения – ведь именно благодаря энергии покоя «работает» ядерная энергетика. При делении, например, ядра изотопа урана на два ядра-«осколка» общая масса всех продуктов реакции *меньше* массы ядра урана. Уменьшение массы означает уменьшение энергии покоя, а значит, при делении ядра урана происходит *выделение энергии* (ещё один релятивистский эффект).

Если тело движется, то его энергия  $E$  больше энергии покоя  $E_0$  на величину кинетической энергии  $E_k$ . Таким образом, в специальной теории относительности кинетическая энергия  $E_k$  вычисляется по формуле

$$E_k = E - E_0. \quad (36)$$

Или с учётом выражений (34) и (35)

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2. \quad (37)$$

Докажем, что при медленных движениях, когда скорость движения тела  $v$  намного меньше скорости света в вакууме  $c$ , выражение (17.8) переходит в известную формулу для расчёта кинетической энергии в классической механике.

Для доказательства проведём преобразование выражения

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

с учётом того, что  $v \ll c$  или  $\frac{v}{c} \ll 1$ .

Например, первая космическая скорость равна 8 км/с, средняя скорость орбитального движения Земли вокруг Солнца – 30 км/с. Если  $v = 30 \frac{\text{км}}{\text{с}}, c = 300\,000 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ , то  $\frac{v}{c} = 10^{-4}, \frac{v^2}{c^2} = 10^{-8}$ .

Итак,

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v^4}{c^4}}}$$

Если  $\frac{v}{c} \ll 1$ , то  $\frac{v^4}{c^4}$  - пренебрежимо мало и

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$

Продолжим преобразование:

$$\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{\left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right)^2 - \frac{v^4}{4c^4}}$$

или, вновь пренебрегая  $\frac{v^4}{c^4}$ ,

$$\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{\left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right)^2} = 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

Подставим полученный результат в соотношение (37)

$$E_k = mc^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) - mc^2,$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Последнее выражение и есть формула для расчёта кинетической энергии в классической механике.

Запишем также одно из основных соотношений релятивистской механики, которое определяет связь между энергией  $E$ , энергией покоя  $E_0$  и импульсом  $p$  движущегося тела,

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2. \quad (38)$$

Для того чтобы убедиться в справедливости соотношения (38), достаточно поставить непосредственно в него выражения (30), (34) и (35), определяющие импульс, энергию и энергию покоя тела в релятивистской теории. (Проделайте необходимые математические выкладки самостоятельно.)

В качестве примера применения формул релятивистской динамики, рассчитаем, какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы приобрести скорость, равную  $0,6 c$ ? Начальную скорость протона при этом будем считать равной нулю.

При прохождении протоном ускоряющей разности потенциалов  $U$  электрическое поле совершает работу  $A$ , равную

$$A = U \cdot |e|, \quad (39)$$

где  $|e|$  – заряд протона.

Совершение работы электрическим полем приводит к увеличению кинетической энергии протона:

$$A = \Delta E_k,$$

где  $\Delta E_k$  – изменение кинетической энергии протона.

$$\Delta E_k = E_k - E_{k0},$$

$E_k$  – конечная кинетическая энергия протона,

$E_{k0}$  – начальная кинетическая энергия протона (по условию задачи она равна нулю).

Таким образом,

$$A = E_k. \quad (40)$$

С учётом выражений (37) и (39) соотношение (40) примет вид

$$U \cdot |e| = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2. \quad (41)$$

Вспомним, что энергия покоя  $E_0$  рассчитывается по известной формуле (35):

$$E_0 = mc^2.$$

Тогда соотношение (41) примет вид:

$$U \cdot |e| = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - E_0. \quad (42)$$

По условию задачи скорость протона  $v$  после прохождения ускоряющего электрического поля равна

$$v = 0,6c.$$

Подставив это значение скорости в выражение (42), получим

$$U \cdot |e| = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{(0,6c)^2}{c^2}}} - E_0.$$

$$U \cdot |e| = \frac{1}{4} E_0.$$

Дальнейший расчёт можно упростить, если воспользоваться значением энергии покоя протона, выраженным в электронвольтах (см. таблицу 1):

$$E_0 = 938,3 \text{ МэВ.}$$

Следовательно, протон должен пройти ускоряющую разность потенциалов  $U$ , равную

$$U = \frac{938,3 \cdot 10^6 \text{ В}}{4}.$$

$$U = 234,6 \cdot 10^6 \text{ В.}$$

$$U = 234,6 \text{ МВ.}$$

Сравним, какой был бы получен результат, если бы расчёт проводился по формулам классической механики, где кинетическая энергия рассчитывается по формуле

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Так как условию задачи скорость протона  $v$  после прохождения ускоряющего электрического поля равна  $0,6c$ , то

$$E_k = 0,18mc^2$$

$$E_k = 0,18E_0$$

и

$$U \cdot |e| = 0,18E_0.$$

$$U = 0,18 \cdot 938,3 \cdot 10^6 \text{ (В).}$$

$$U = 168,9 \text{ МВ.}$$

Как видим, расхождение составляет

$$\frac{234,6 - 168,9}{234,6} \cdot 100\% = 28\%$$

Легко убедиться, что если необходимо ускорить частицы до более высоких скоростей, то расхождение в результатах, даваемых релятивистской теорией и классической механикой, будет ещё более разительным.

Этот пример показывает, что фраза «Специальная теория относительности является инженерной наукой» не гипербола, а констатация объективного факта. Действительно, любые расчёты современных ускорителей заряженных частиц проводят исключительно по формулам специальной теории относительности Эйнштейна.

Дополнительно обсудим ещё один вопрос – каково *необходимое условие*, при котором возможен распад ядра (или частицы) на два (или более) «осколка».

Пусть ядро массой  $M$  самопроизвольно распадается на два ядра-«осколка» массами  $m_1$  и  $m_2$ .

Запишем закон сохранения энергии:

$$E = E_1 + E_2, \quad (43)$$

где  $E$  – энергия первоначального ядра

$E_1$  и  $E_2$  - энергия образовавшихся ядер-«осколков».

Из соотношения (38) имеем:

$$E_1 = \sqrt{E_{10}^2 + p_1^2 c^2},$$

$$E_2 = \sqrt{E_{20}^2 + p_2^2 c^2}.$$

где  $E_{10}$ ,  $p_1$  и  $E_{20}$ ,  $p_2$  – энергия покоя и импульс соответственно первого и второго ядра-«осколка».

Тогда закон сохранения энергии [уравнение (43)] запишется в виде

$$E = \sqrt{E_{10}^2 + p_1^2 c^2} + \sqrt{E_{20}^2 + p_2^2 c^2}.$$

Так как

$$p_1^2 c^2 > 0,$$

$$p_2^2 c^2 > 0,$$

то

$$E > \sqrt{E_{10}^2} + \sqrt{E_{20}^2}.$$

$$E > E_{10} + E_{20}. \quad (44)$$

Таким образом, распад ядра (или частицы) возможен, если энергия ядра (или частицы) больше суммарной энергии покоя продуктов распада.

Если исходное ядро (или частица) покоится, то энергия первоначального ядра  $E$  равна его энергии покоя

$$E = Mc^2$$

и соотношение (44) в этом случае, очевидно, приобретает ещё более конкретный вид:

$$M > m_1 + m_2.$$

*Распад неподвижного ядра (или частицы) возможен только в том случае, если масса ядра (или частицы) больше суммарной массы продуктов распада.*

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Чему равен импульс протона, движущегося со скоростью  $0,6 c$ ? Во сколько раз увеличится импульс частицы при увеличении её скорости до  $0,8 c$ ?
2. При какой скорости энергия частицы будет больше её энергии покоя в 3 раза?
3. Измерение энергии и импульса частицы, образовавшейся в результате ядерной реакции, дало следующие результаты: энергия частицы  $1000,85$  МэВ, импульс  $- 6,686 \cdot 10^{-19} \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$ . Определите энергию покоя и массу частицы.
4. Определите импульс электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $1$  МВ.
5. Частица массой  $M$ , двигавшаяся со скоростью  $0,3 c$ , распадается на две частицы одинаковой массы, которые разлетаются с одинаковыми скоростями, направленными под прямым углом друг к другу. Определите массы  $m$  и скорости  $v$  частиц.

## **Лекция 5**

### **ОСНОВЫ ГИДРОАЭРОСТАТИКИ И ГИДРОАЭРОДИНАМИКИ**

*К данной лекции студент должен*

– знать формулы для расчёта давления, силы Архимеда, второй закон Ньютона, закон сохранения механической энергии;



– уметь применять элементарные формулы интегрального исчисления для расчёта значения переменной величины.

### ***План лекции***

1. Методы исследования сплошных сред. Гидростатическое давление.
2. Линии и трубки тока. Уравнение неразрывности потока.
3. Уравнение Бернулли.
4. Истечение идеальной жидкости из отверстия.
5. Вязкость жидкостей и газов. Определение вязкости
6. Режимы течения потока. Критерий Рейнольдса.
7. Примеры решения задач.

### ***Литература***

- I. С. 56–58. § 28. Давление в жидкости и газе  
С. 58. § 29. Уравнение неразрывности  
С. 59–62. § 30. Уравнение Бернулли и следствия из него  
С. 62–63. § 31. Вязкость (внутреннее трение). Ламинарный и турбулентный режимы течения жидкостей  
С. 64. § 32 (частично). Методы определения вязкости  
II. Часть I. С. 80–81. § 24. Основные определения. Уравнение неразрывности  
С. 82–84. § 25. Уравнение Бернулли  
С. 186–189. § 60. Вязкость жидкости. Турбулентное движение жидкости

### ***Формулы***

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$\begin{array}{lll} 1. p = \frac{F}{S} & 2. p = \rho gh & 3. F_{арх} = \rho g V_{погр} \\ 4. s_1 v_1 = s_2 v_2 = const & 5. \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = const & \\ 6. F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S & 7. Re = \frac{\rho v d}{\eta} & 8. F_c = 6\pi \eta r v \end{array}$$

### ***Вопросы для самоконтроля***

1. Почему на тело, погружённое в жидкость или газ, действует выталкивающая сила?

2. Каков физический смысл уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости? Выведите данное уравнение.
3. Запишите уравнение Бернулли. Прокомментируйте его.
4. От чего зависит сила внутреннего трения, возникающая при движении жидкости?
5. Какими физическими величинами определяется число Рейнольдса? Что оно характеризует?

### *Тест*

1. Бетонная цилиндрическая свая – опора моста длиной 3 м – вкопана вертикально в дно реки так, что 1 м сваи возвышается над поверхностью воды, 1 м сваи находится в воде и 1 м углублен в дно реки. Определите архимедову силу, действующую на сваю со стороны воды.

1. 5 кН.    2. 10 кН.    3. 15 кН.    4. 27 кН.    5. 0 кН.

2. Несжимаемая идеальная жидкость течет по трубе. Как меняется скорость течения жидкости при плавном сужении трубы и уменьшении диаметра трубы в 2 раза?

1. Уменьшается в 4 раза.    2. Уменьшается в 2 раза.    3. Остается неизменной.    4. Увеличивается в 2 раза.    5. Увеличивается в 4 раза.

3. Вода вытекает через небольшое отверстие (с закругленными краями) в боковой стенке резервуара. Как изменится скорость вытекания воды, если диаметр отверстия увеличить в 2 раза? Уровень жидкости в резервуаре поддерживается неизменным.

1. Уменьшится в 4 раза.    2. Уменьшится в 2 раза.    3. Останется неизменным.    4. Увеличится в 2 раза.    5. Увеличится в 4 раза.

4. Что измеряется при определении вязкости жидкости по методу Пуазейля?

1. Объем жидкости, вытекающий за определенное время через капилляр известного диаметра;
2. Скорость вытекания жидкости из капилляра известного диаметра;
3. Дальность полета струи жидкости, вытекающей из капилляра известного диаметра;
4. Давление, создаваемое столбом жидкости;
5. Градиент скорости, возникающий при течении слоев жидкости.

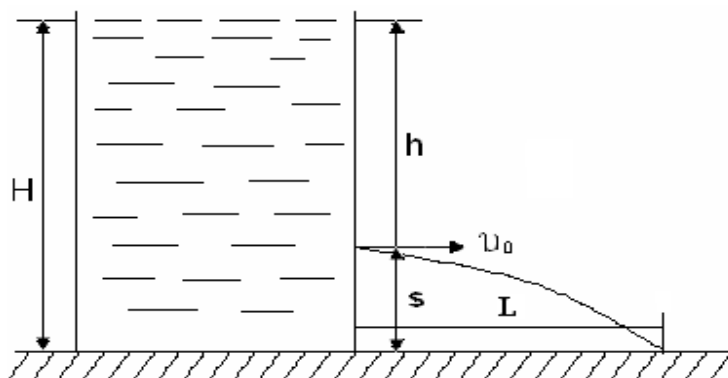
5. При изучении в лабораторных условиях поведения тела, обтекаемого потоком жидкости, используют модель тела. Для физически верного анализа необходимо, чтобы...

1. Скорость потока жидкости, обтекающего модель, и скорость потока жидкости, обтекающего тело, были равны;
2. Плотность жидкости, обтекающей модель, и плотность жидкости, обтекающей тело, были равны;
3. Вязкость жидкости, обтекающей модель, и вязкость жидкости, обтекающей тело, были равны;
4. Отношение скорости потока жидкости к ее вязкости при обтекании модели и отношение скорости жидкости к ее вязкости при обтекании тела были равны;
5. Число Рейнольдса для модели и число Рейнольдса для тела были равны.

### *Примеры решения задач*

#### *Задача 5.1*

Бак высотой  $H$  заполнен невязкой жидкостью (рис. 25). На какой высоте  $S$  от дна необходимо в стенке бака проделать небольшое отверстие с гладкими краями, чтобы дальность полета  $L$  вытекающей из бака струи жидкости была наибольшей?



*Рис. 25*

*Решение.*

Уравнение Бернулли позволяет получить формулу Торричелли для нахождения скорости истечения жидкости через отверстие в стенке или дне сосуда<sup>1</sup>:

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (45)$$

<sup>1</sup>Смотрите, например: Трофимова, Т. И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. — С. 61– 62.

Время падения с высоты  $S = H - h$  легко найти из соотношения

$$H - h = \frac{gt^2}{2}. \quad (46)$$

Отсюда

$$t = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}.$$

Дальность полета  $L$  равна

$$L = vt.$$

С учётом (45) и (46) имеем

$$L = \sqrt{h(H-h)}.$$

Нахождение максимума функции  $L(h)$  не составляет труда:

$$L'(h) = 0.$$

Тогда

$$h = \frac{H}{2}.$$

Следовательно,

$$S = \frac{H}{2}.$$

*Ответ:*  $S = \frac{H}{2}$ .

### Задача 5.2

Бак цилиндрической формы площадью основания  $S = 1 \text{ м}^2$  и объёмом  $V = 3 \text{ м}^3$  заполнен водой. Пренебрегая вязкостью воды, определите время  $\tau$ , необходимое для опустошения бака, если на дне бака образовалось отверстие площадью  $S_0 = 2 \text{ см}^2$ .

*Решение.*

Пусть в некоторый момент времени уровень воды в баке равен  $h$ . Тогда скорость вытекания жидкости из отверстия

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (47)$$

За время  $dt$  из бака вытекает объём воды  $dV$ , равный

$$dV = S_0 v dt. \quad (48)$$

С другой стороны,

$$dV = S dh, \quad (49)$$

где  $dh$  – изменение уровня жидкости в баке.

Из соотношений (47) – (49) имеем

$$dt = \frac{s}{s_0 \sqrt{2g}} \frac{dh}{\sqrt{h}}.$$

Для нахождения времени  $\tau$ , за которое бак опустеет (уровень жидкости в баке понизится от первоначального уровня  $H$  до нуля), проинтегрируем последнее выражение:

$$\int_0^{\tau} dt = \frac{s}{s_0 \sqrt{2g}} \int_0^H \frac{dh}{\sqrt{h}}.$$

Тогда

$$\tau = \frac{s}{s_0} \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Первоначальный уровень жидкости  $H$  легко определить:

$$H = \frac{V}{s}.$$

Окончательно имеем

$$\tau = \frac{1}{s_0} \sqrt{\frac{2sV}{g}};$$

$$\tau = \frac{1}{2 \cdot 10^{-4}} \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \cdot 3}{9,81}} = 3900(\text{с});$$

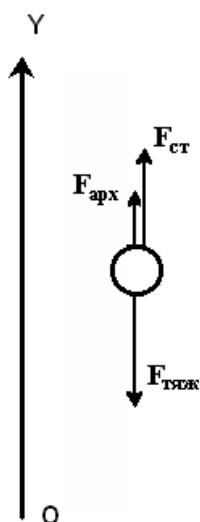
$$\tau = 65 \text{ мин}$$

Ответ:  $\tau = 65 \text{ мин}$ .

### Задача 5.3

В широком сосуде, наполненном глицерином, падает стеклянный шарик диаметром  $d = 1 \text{ мм}$  с установившейся скоростью  $v = 5 \text{ см/с}$ . Определите динамическую вязкость глицерина  $\eta$ . Плотность глицерина  $\rho = 1,2 \text{ г/см}^3$ , плотность стекла  $\rho_c = 2,7 \text{ г/см}^3$ .

Решение.



На шарик, падающий в жидкости вертикально вниз, действуют три силы: сила тяжести  $F_{тяж}$ , архимедова сила  $F_{арх}$  и сила сопротивления Стокса  $F_{ст}$  (рис. 26). При равномерном движении ускорение шарика равно нулю, следовательно, в соответствии со вторым законом Ньютона

$$\vec{F}_{тяж} + \vec{F}_{арх} + \vec{F}_{см} = 0.$$

В проекцию на вертикальную ось  $OY$  имеем

$$F_{тяж} - F_{арх} - F_{см} = 0. \quad (50)$$

Как вычисляются данные силы?

Сила тяжести определяется массой тела:

$$F_{тяж} = mg,$$

Рис. 26 где  $m$  – масса шарика;

$$m = \rho_c V.$$

$V$  – объём шарика;

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3. \quad (51)$$

$$F_{тяж} = \rho_c V g. \quad (52)$$

Выталкивающая сила зависит от плотности жидкости и объёма погруженной части тела:

$$F_{арх} = \rho g V. \quad (53)$$

Сила сопротивления вычисляется по закону Стокса:

$$F_{см} = 6\pi\eta r v, \quad (54)$$

где  $r$  – радиус шарика, равный половине его диаметра  $r = \frac{d}{2}$ ,

$v$  – скорость шарика.

Из соотношений (50)–(54) имеем

$$\eta = \frac{(\rho_c - \rho)gd^2}{18v};$$

$$\eta = \frac{(2,7 \cdot 10^3 - 1,2 \cdot 10^3) \cdot 9,81 \cdot (1 \cdot 10^{-3})}{18 \cdot 5 \cdot 10^{-2}};$$

$$\eta = 16 \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Ответ:  $\eta = 16 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

Таким образом, измерив скорость установившегося равномерного движения шарика, можно определить динамическую вязкость жидкости.

## Лекция 6

### ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

*К данной лекции студент должен*

– знать смысл физических величин: импульс, сила, давление, концентрация, плотность;

– уметь строить графики зависимостей между физическими величинами (давление, объем, температура).

### *План лекции*

1. Методы исследования макроскопических объектов.
2. Основные положения молекулярно-кинетической теории (МКТ). Определение размеров и массы молекул.
3. Модель идеального газа. Основное уравнение МКТ.
4. Скорости молекул газа. Распределение Максвелла. Температура.
5. Уравнение Клапейрона. Изопроцессы.
6. Примеры решения задач.

### *Литература*

- I. С. 81–84. § 41. Статистический и термодинамический методы. Опытные законы идеального газа
- С. 86–88. § 43. Основное уравнение молекулярно - кинетической теории идеальных газов
- С. 88–90. § 44. Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям и энергиям теплового движения
- С. 84–86. § 42. Уравнение Клапейрона – Менделеева
- II. Часть I. С. 123–124. § 40. Предмет и методы молекулярной физики
- С. 115–118. § 37. Основные положения молекулярно-кинетической теории
- С. 119–121. § 38. Некоторые явления, подтверждающие основные положения молекулярно-кинетической теории
- С. 129–133. § 42. Основное уравнение кинетической теории идеального газа (уравнение Клаузиуса)
- С. 133–135. § 43. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул идеального газа (уравнение Больцмана)
- С. 147 – 151. § 47. Скорость поступательного движения молекул газа. Распределение числа молекул по скорости
- С. 135 – 138. § 44. Получение экспериментальных газовых законов из уравнений кинетической теории идеального газа

## Формулы

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$1. \quad \nu = \frac{N}{N_A} \quad \nu = \frac{m}{M} \quad m_0 = \frac{M}{N_A}$$

$$2. \quad p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2} \quad p = \frac{2}{3} n \bar{E} \quad \bar{E} = \frac{3}{2} kT$$

$$3. \quad f(v) = \frac{dN(v)}{N dv} \quad f(v) = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}$$

$$4. \quad v_6 = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad v_{cp} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad v_{cp.kв} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad R = kN_A$$

$$5. \quad pV = \frac{m}{M} RT$$

## Вопросы для самоконтроля

1. Оцените, сколько молекул попадает в ваши лёгкие при каждом вдохе. Оцените, во сколько раз число молекул в капле воды больше числа жителей на Земле?
2. Что такое «модель» в физике? Каковы основные требования к физической модели? Перечислите известные вам физические модели.
3. Как были определены размер, масса молекул и скорость теплового движения молекул?
4. Запишите формулу закона распределения молекул идеального газа по скоростям. Поясните ее. Как рассчитать наиболее вероятную скорость молекул?
5. Известно, что при увеличении объема газа его давление уменьшается. Почему же когда надувают щеки, то увеличиваются и объем, и давление воздуха?

## Тест

1. Какое количество вещества содержится в 8 г молекулярного водорода?

1. 1/8 моля.    2. 1/4 моля.    3. 4 моля.    4. 8 молей.    5. 2 моля.



2. Молекула кислорода летит со скоростью  $\vec{v}$  перпендикулярно к стенке сосуда. Чему равен вектор изменения импульса молекулы?

1.  $\vec{0}$ .
2.  $m\vec{v}$ .
3.  $2m\vec{v}$ .
4.  $-2m\vec{v}$ .
5.  $-m\vec{v}$ .

3. Молекулы каких газов (кислорода, водорода или азота), находящиеся в воздухе комнаты, движутся быстрее?

1. Водород.
2. Кислород.
3. Азот.
4. Скорости всех газов одинаковы.
5. Соотношение между скоростями газов определяется их концентрацией в комнате.

4. На рис. 27 показаны графики функции распределения молекул газа по скоростям  $f(v)$  при различных температурах  $T_1, T_2, T_3$ . Каково соотношение между температурами?

1.  $T_1 > T_2 > T_3$ .
2.  $T_2 > T_3 > T_1$ .
3.  $T_3 > T_1 > T_2$ .
4.  $T_3 > T_2 > T_1$ .
5.  $T_1 = T_2 = T_3$ .

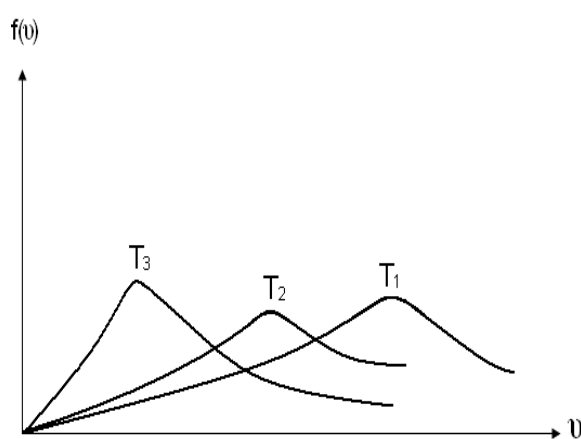


Рис. 27

5. Как изменится температура идеального газа, если уменьшить его объём в 2 раза при осуществлении процесса, описываемого формулой  $pV^2 = \text{const}$ ? ( $p$  – давление газа;  $V$  – его объём).

1. Уменьшится в 2 раза.
2. Уменьшится в 4 раза.
3. Не изменится.
4. Увеличится в 2 раза.
5. Увеличится в 4 раза.

## Примеры решения задач

### Задача 6.1

Для дальнейшей космической связи используется спутник объёмом  $V = 1000 \text{ м}^3$ , наполненный воздухом, находящимся при нормальных условиях. Метеорит пробил в корпусе отверстие площадью  $s = 1 \text{ см}^2$ . Оцените время  $t$ , через которое давление внутри спутника изменится на 1 %. Температуру газа считать неизменной.

*Решение.*

Определим первоначальное число молекул воздуха в спутнике  $N$ :

$$N = nV, \quad (55)$$

где  $n$  – концентрация молекул в спутнике.

Давление газа  $p$  определяется его концентрацией  $n$  и температурой  $T$ :

$$p = nkT, \quad (56)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана.

Из соотношений (55) и (56) имеем

$$N = \frac{pV}{kT}. \quad (57)$$

По условию задачи давление внутри спутника упало на 1 % (0,01), следовательно, через пробоину в космос вылетело число молекул  $\Delta N$ , равное

$$\Delta N = 0,01N,$$

или с учётом (57)

$$\Delta N = 0,01 \frac{pV}{kT}. \quad (58)$$

Теперь для ответа на вопрос задачи необходимо определить, сколько молекул ударяет об участок стенки площадью  $s$  за единицу времени. Действительно, ведь все «ударившиеся» молекулы вылетят через отверстие. (Высказывая это утверждение, мы считаем толщину стенки спутника малой по сравнению с длиной свободного пробега молекул и не учитываем, что часть молекул в процессе вылета через отверстие может столкнуться с другими молекулами, изменить направление своего движения и вернуться в спутник.)

Выделим вблизи отверстия элемент объёма  $\Delta V$  – параллелепипед площадью  $s$  и высотой  $\Delta h$ .

$$\Delta h = |\bar{v}_x| \Delta t,$$

где  $|\bar{v}_x|$  – среднее значение модуля проекции скорости на  $Ox$  (рис. 28);

$\Delta t$  – малый интервал времени.

$$\Delta V = |\bar{v}_x| s \Delta t. \quad (59)$$

За время  $\Delta t$  половина всех молекул, находящихся в этом объеме, покинут спутник. Почему половина? Не забывайте, что молекулы движутся хаотически и, следовательно, в среднем половина всех молекул движется к отверстию, а половина – от отверстия. Таким образом, число молекул  $Z$ , вылетевших за время  $\Delta t$ , равно

$$Z = \frac{1}{2} n \Delta V,$$

или с учетом (59)

$$Z = \frac{1}{2} n |\bar{v}_x| s \Delta t. \quad (60)$$

Через время  $t$  вылетит  $\Delta N$  молекул:

$$\Delta N = \frac{1}{2} n |\bar{v}_x| s t. \quad (61)$$

(Изменением концентрации с течением времени пренебрегаем.)

Следовательно, из соотношений (56), (58) и (61) имеем:

$$t = \frac{0,02V}{s |\bar{v}_x|}. \quad (62)$$

Для окончательного решения задачи необходимо определить  $|\bar{v}_x|$ .

Очевидно, что

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2,$$

где  $v$  – скорость молекулы;

$v_x, v_y, v_z$  – проекции скорости на соответствующие оси координат.

Усредним

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}.$$

Ввиду хаотического движения молекул

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}.$$

Следовательно,

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}. \quad (63)$$

Среднеквадратичная скорость теплового движения молекул связана с температурой:

$$\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT, \quad (64)$$

где  $m_0$  – масса молекулы;

$k$  – постоянная Больцмана.

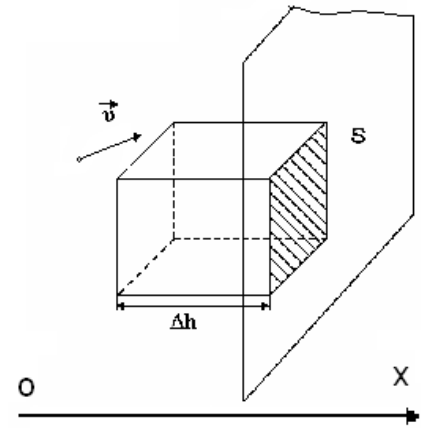


Рис. 28

$$m_0 = \frac{M}{N_A}, \quad (65)$$

где  $M$  – молярная масса воздуха;  
 $N_A$  – число Авогадро.

Из соотношений (63)–(65) имеем

$$|v_x| = \sqrt{\frac{RT}{M}},$$

где  $R = kN_A$  – газовая постоянная.

Подставим полученный результат в соотношение (62).

Тогда

$$t = \frac{0,02V}{S} \sqrt{\frac{M}{RT}};$$

$$t = \frac{0,02 \cdot 10^3}{10^{-4}} \cdot \sqrt{\frac{29 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 293}} = 70 \text{ (с)}.$$

*Ответ:*  $t = 70 \text{ с}$ .

### Задача 6.2

Основываясь на представлениях молекулярно-кинетической теории, оцените давление и температуру внутри Солнца. Масса Солнца  $m_c = 2 \cdot 10^{30}$  кг, его радиус  $R_c = 7 \cdot 10^8$  м. В расчетах можно принять, что Солнце в основном состоит из атомарного водорода.

*Решение.*

Согласно молекулярно-кинетической теории давление газа  $p$  связано с его температурой  $T$  и концентрацией молекул  $n$  соотношением

$$p = nkT,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана.

Тогда

$$T = \frac{p}{nk}.$$

Поскольку Солнце не расширяется и не сжимается, на любой глубине газовое давление его внутренних слоев равно давлению вышележащих слоев, обусловленному действием силы тяжести. Отсюда следует, что для определения температуры на какой-то глубине внутри Солнца необходимо определить концентрацию атомов  $n$  на этой глубине и давление вышележащих слоев  $p$ .

Для упрощения зададимся целью определить температуру на расстоянии  $R_c/2$  от центра Солнца (рис. 29).

Концентрацию атомов приближенно примем равной среднему значению для Солнца:

$$n = \frac{N}{V},$$

где  $N$  – число атомов водорода;

$V$  – объем Солнца.

$$N = \frac{m_c}{m_0},$$

где  $m_0 = \frac{M}{N_A}$  – масса атома водорода, равная отношению молярной массы атомарного водорода  $M = 0,001$  кг/моль к числу Авогадро  $N_A$ .

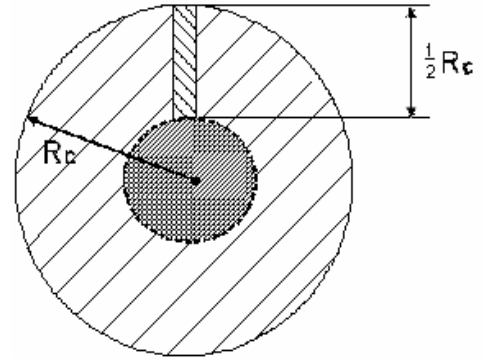


Рис. 29

$$V = \frac{4}{3} \pi R_c^3.$$

Таким образом, концентрация равна

$$n = \frac{3m_c N_A}{4\pi M R_c^3}. \quad (66)$$

Давление вышележащих слоев высотой  $\frac{R_c}{2}$  оценим по формуле гидростатического давления

$$p = \rho g \frac{R_c}{2}, \quad (67)$$

где  $\rho$  – средняя плотность вещества;

$g$  – среднее значение ускорения свободного падения.

Среднюю плотность определим как отношение массы Солнца к его объему:

$$\rho = \frac{m_c}{\frac{4}{3} \pi R_c^3}. \quad (68)$$

Среднее значение ускорения вычислим следующим образом. Известно, что на поверхности шара радиусом  $r$  и массой  $m$  ускорение свободного падения  $g$  равно

$$g = \frac{Gm}{r^2},$$

где  $G$  – гравитационная постоянная.

Если в нашем расчете в качестве среднего значения ускорения свободного падения принять значение ускорения свободного падения на расстоянии  $3/4 R_c$  от центра Солнца, то

$$r = 3/4 R_c.$$

Объем шара такого радиуса составляет  $(3/4)^3$  от объема всего Солнца, а масса шара  $m$  равна (при условии, что плотность вещества постоянна)

$$m = (3/4)^3 m_c.$$

Таким образом,

$$g = \frac{G \left(\frac{3}{4}\right)^3 m_c}{\left(\frac{3}{4} R_c\right)^2};$$
$$g = \frac{3Gm_c}{4R_c^2}. \quad (69)$$

С учётом (38) и (39) выражение (37) примет вид

$$p = \frac{9Gm_c^2}{32\pi R_c^4}; \quad (70)$$
$$p = \frac{9 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (2 \cdot 10^{30})^2}{32 \cdot 3,14 \cdot (7 \cdot 10^8)^4} \approx 10^{14} (\text{Па}).$$

Атмосферное давление, как известно, равно  $10^5$  Па; следовательно, *давление в недрах Солнца составляет миллиарды атмосферных давлений!*

Теперь оценим температуру.

$$T = \frac{p}{nk}.$$

С учётом (36) и (40) имеем

$$T = \frac{3GMm_c}{8N_A k R_c};$$
$$T = \frac{3 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{8 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 7 \cdot 10^8} \approx 10^7 (\text{К}).$$

*То есть температура составляет десятки миллионов кельвин!*

При всем оценочном характере расчётов нами получены значения, которые по порядку величины соответствуют тем, что получены путем более строгих вычислений.

*Ответ:  $p = 10^{14}$  Па;  $T = 10^7$  К.*

### Задача 6.3

На поверхности Венеры температура  $T$  и атмосферное давление  $p$  соответственно равны:  $T = 750$  К и  $p = 9120$  кПа. Определите плотность атмосферы у поверхности планеты, считая, что она состоит из углекислого газа.

*Решение.*

Выделим некоторый элемент атмосферы у поверхности планеты объемом  $V$ . Тогда масса газа  $m$  в выделенном объеме равна

$$m = \rho V. \quad (71)$$

В соответствии с уравнением Клайперона

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (72)$$

где  $M$  – молярная масса углекислого газа;

$R$  – газовая постоянная.

Из соотношений (71) и (72) имеем

$$\rho = \frac{9120 \cdot 10^3 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 750} = 64 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Для сравнения: плотность воздуха при нормальных условиях составляет  $1,3 \text{ кг/м}^3$ .

*Ответ:*  $\rho = 64 \text{ кг/м}^3$ .

## Лекция 7

### ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ

*К данной лекции студент должен*

- знать закон сохранения энергии применительно к механическим процессам, уравнение Клапейрона;
- уметь применять формулы интегрального исчисления для расчёта работы переменной силы.

#### *План лекции*

1. Внутренняя энергия макроскопического тела.
2. Работа газа.
3. Первое начало термодинамики.

4. Теплоёмкость идеального газа.
5. Адиабатный процесс. Уравнение Пуассона.
6. Принцип действия тепловых двигателей. КПД.
7. Необратимость тепловых процессов. Энтропия.
8. Примеры решения задач.

### *Литература*

- I. С. 100–101. § 50. Число степеней свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул
- С. 102–103. § 52. Работа газа при изменении его объёма
- С. 101–102. § 51. Первое начало термодинамики
- С. 105–107. § 54. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам
- С. 103–105. § 53. Теплоёмкость
- С. 107–110. § 55 Адиабатический процесс. Политропный процесс
- С. 115–118. § 59. Тепловые двигатели и холодильные машины. Цикл Карно и его к. п. д. для идеального газа
- С. 110–111. § 56. Круговой процесс (цикл). Обратимые и необратимые процессы
- С.111–113. § 57. Энтропия, её статистическое толкование и связь с термодинамической вероятностью
- II. Часть I. С. 223–227. § 71. Некоторые общие понятия термодинамики. Первое начало термодинамики
- С. 227–232. § 72. Работа, совершаемая при изменении объёма газа. Адиабатические процессы
- С. 232–236. § 73. Цикл Карно. Второе начало термодинамики.
- С. 236–240. § 74. Энтропия
- С. 240–244. § 75. Статистический смысл энтропии и второго начала термодинамики

### *Формулы*

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$1. \bar{E} = \frac{i}{2} kT \quad 2. U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT \quad 3. A = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad 4. Q = \Delta U + A_{\text{газ}}$$

$$5. c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} \quad C = cM \quad C_p = \frac{i+2}{2} R \quad C_V = \frac{i}{2} R$$



$$6. pV^\gamma = \text{const}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

$$7. \eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$8. \eta_{\text{макс}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$9. dS = \frac{dQ}{T}$$

$$10. S = k \ln W$$

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Почему внутренняя энергия идеального газа не зависит от объёма? От каких физических параметров она зависит?
2. У моля одноатомного идеального газа, находящегося при температуре 300 К, изохорно увеличивают давление в 2 раза. Какое количество теплоты было передано газу при этом?
3. Может ли теплоемкость идеального газа быть равной нулю? отрицательной?
4. Каков принцип действия двигателя внутреннего сгорания системы Дизеля?
5. Что такое энтропия? Как связаны между собой энтропия системы и термодинамическая вероятность? В каком направлении может изменяться энтропия замкнутой системы? незамкнутой системы?

### **Тест**

1. Как изменяется внутренняя энергия идеального газа при изотермическом сжатии?
  1. Увеличивается. 2. Уменьшается. 3. Не изменяется. 4. Вначале увеличивается, а затем уменьшается. 5. Вначале уменьшается, а затем увеличивается.
  
2. Какое количество теплоты нужно передать двум молям одноатомного идеального газа, чтобы изобарно увеличить его объём в 3 раза? Начальная температура газа  $T_0$ .
  1.  $RT_0$ . 2.  $3RT_0$ . 3.  $5RT_0$ . 4.  $6RT_0$ . 5.  $10RT_0$ .
  
3. Какие из перечисленных ниже механизмов являются неотъемлемыми частями любого теплового двигателя?
  1. Турбина. 2. Холодильник. 3. Цилиндр. 4. Поршень. 5. Маховик.

4. Температуру нагревателя и холодильника теплового двигателя понизили на одинаковое количество градусов. Как изменится при этом КПД двигателя?

1. Увеличится. 2. Уменьшится. 3. Не изменится. 4. При понижении на четное количество градусов КПД уменьшится. 5. При понижении на нечетное количество градусов КПД уменьшится.

5. Энтропия системы  $S$  и термодинамическая вероятность  $W$  связаны между собой следующим образом ( $k$  – постоянная Больцмана).

1.  $S = \frac{1}{k} \ln W$ . 2.  $S = \ln W$ . 3.  $S = k \ln W$ . 4.  $S = \frac{1}{k^2} \ln W$ . 5.  $S = k^2 \ln W$ .

### Примеры решения задач

#### Задача 7.1

Один моль идеального газа изотермически расширяется так, что объём увеличивается вдвое. Определите работу, совершаемую газом при его расширении. Температура газа  $T = 300$  К.

*Решение.*

Пусть давление газа  $p$ . При малом изменении объема  $dV$  газа им совершается работа  $dA$ , равная

$$dA = p dV. \quad (73)$$

Полную работу газа, совершаемую им при расширении от объёма  $V_1$  до объёма  $V_2$ , определим, интегрируя формулу (73):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Давление газа выразим через уравнение Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

где  $m$  – масса газа;

$M$  – молярная масса газа;

$R$  – газовая постоянная.

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V};$$

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

По условию задачи,

$$\frac{m}{M} = 1 \text{ моль};$$
$$\frac{V_2}{V_1} = 2.$$

Таким образом,

$$A = RT \ln 2;$$
$$A = 8,31 \cdot 300 \cdot 0,69 = 1700 \text{ (Дж)}.$$

*Ответ:*  $A = 1700$  Дж.

### Задача 7.2

Определите, какая связь между объёмом и температурой для случая одноатомного идеального газа при адиабатном процессе.

*Решение.*

Первый закон термодинамики устанавливает связь между количеством теплоты  $Q$ , переданной газу, изменением его внутренней энергии  $\Delta U$  и работой  $A$ , совершённой газом:

$$Q = \Delta U + A.$$

Для элементарного процесса (т.е. при малом изменении параметров термодинамической системы) в случае адиабатного процесса для 1 моля одноатомного газа имеем

$$0 = \frac{3}{2} R dT + p dV, \quad (74)$$

где  $R$  – газовая постоянная;

$dT$  – изменение температуры газа;

$p$  – давление газа;

$dV$  – изменение объёма газа.

Из уравнения Клапейрона для 1 моля газа

$$pV = RT$$

выразим давление:

$$p = \frac{RT}{V}$$

и подставим в уравнение (74).

Тогда

$$\frac{3}{2} R dT + RT \frac{dV}{V} = 0;$$

$$\frac{3}{2} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0;$$

$$\frac{3}{2} \frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V}.$$

Интегрируя последнее уравнение в пределах от  $T_1$  до  $T_2$  и соответственно от  $V_1$  до  $V_2$ , получим

$$\frac{3}{2} \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = -\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right),$$

$$\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} = \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

Следовательно,

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} = \frac{V_2}{V_1};$$

$$T_1^{3/2} V_1 = T_2^{3/2} V_2,$$

$$T^{3/2} V = \text{const.}$$

*Ответ:*  $T^{3/2} V = \text{const.}$

### Задача 7.3

Одним из способов получения высоких температур является адиабатное сжатие воздуха. Для этого можно воспользоваться, например, толстостенным цилиндром, закрытым с обеих сторон, с перемещающимся в нем поршнем. По одну сторону от поршня помещается пороховой заряд, а по другую – газ. При взрыве пороха поршень «выстреливается» и производит адиабатное сжатие газа в трубе. Вычислите максимальное нагревание 2 г водорода при сжатии таким образом, если пороховой заряд сообщает поршню массой  $m_n = 10$  кг начальную скорость  $v = 1$  км/с.

*Решение.*

В соответствии с первым законом термодинамики изменение внутренней энергии термодинамической системы  $\Delta U$  определяется работой  $A_{\text{внеш}}$  внешних сил и переданной системе количеством теплоты  $Q$ :

$$\Delta U = A_{\text{внеш}} + Q. \quad (75)$$

Внутренняя энергия  $U$  для случая двухатомного идеального газа равна

$$U = \frac{5}{2} \frac{m}{M} RT,$$

где  $m$  – масса газа;

$M$  – молярная масса газа;

$R$  – газовая постоянная;

$T$  – абсолютная температура.

Тогда

$$\Delta U = \frac{5}{2} \frac{m}{M} R \Delta T. \quad (46)$$

Работа, совершённая над газом, очевидно, равна разности начальной и конечной кинетической энергий поршня. В момент максимального сжатия газа поршень неподвижен, следовательно,

$$A_{\text{внеш}} = \frac{m_n v^2}{2}. \quad (77)$$

При быстром сжатии газа теплообмен не успевает произойти, значит,

$$Q = 0. \quad (78)$$

Соотношения (75)–(78) позволяют получить ответ:

$$\Delta T = \frac{m_n M v^2}{5mR};$$

$$\Delta T = \frac{10 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (10^3)^2}{5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31} = 2,4 \cdot 10^5 \text{ (К)}.$$

Результат представляет собой лишь оценку изменения температуры газа, т. к. в расчётах не учитывались такие явления, как распад молекул и ионизация атомов водорода при высокой температуре.

*Ответ:*  $\Delta T = 2,4 \cdot 10^5 \text{ К}$ .

## Лекция 8

### РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ

*К данной лекции студент должен*

- знать, в чем заключается модель идеального газа, уравнение Клапейрона, что называется изопроцессами;
- уметь объяснять свойства газов, исходя из модели идеального газа;
- уметь строить графики изопроцессов.

### ***План лекции***

1. Причины отклонения реальных газов от модели идеального газа (собственный объем молекул, взаимодействие молекул газа).
2. Уравнение Ван-дер-Ваальса.
3. Изотермы реальных газов. Критическая температура.
4. Сжижение газов.
5. Примеры решения задач.

### ***Литература***

- I. С. 119–120. § 60. Силы и потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия  
С. 120–121. § 61. Уравнение Ван-дер-Ваальса  
С. 121–124. § 62. Изотермы Ван-дер-Ваальса и их анализ  
С. 127–128. § 65. Сжижение газов
- II. Часть I. С. 205–207. § 65. Реальный газ. Уравнение Ван-дер-Ваальса  
С. 207–210. § 66. Опыт Эндрюса. Критическая температура

### ***Формулы***

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$

### ***Вопросы для самоконтроля***

1. Обоснуйте, проведя расчет, что при высоких давлениях (сотни и тысячи атмосфер) значительная часть объема газа приходится на собственный объем молекул.
2. Начертите и прокомментируйте график зависимости сил межмолекулярного взаимодействия от расстояния между молекулами газа, график потенциальной энергии взаимодействия молекул от расстояния между ними.
3. Запишите уравнение Ван-дер-Ваальса. Обоснуйте введение поправок в уравнение.
4. Чем изотермы реального газа отличаются от изотерм идеального газа?
5. Что называют критической температурой? В чем заключается значимость данного понятия для практики?

### Тест

1. Характерный размер молекулы составляет...

1.  $10^{-6}$  см. 2.  $10^{-6}$  м. 3.  $10^{-8}$  см. 4.  $10^{-8}$  м. 5.  $10^{-13}$  см.

2. Уравнение состояния для 1 моля реального газа имеет вид...

1.  $PV = RT$ . 2.  $p = nkT$ . 3.  $PV = \frac{m}{M}RT$ . 4.  $\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$ . 5.  $p = \frac{2}{3}n\bar{E}$ .

3. На рис. 30 приведены изотермы Ван-дер-Ваальса. Какая из изотерм соответствует критической температуре?

1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5. 5.

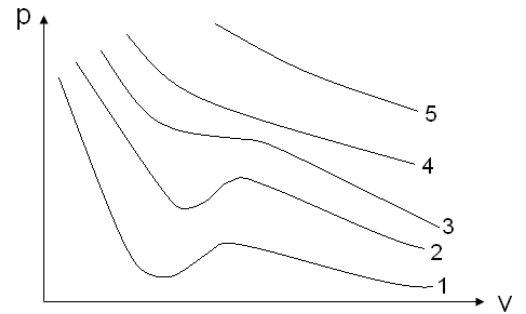


Рис. 30

4. Для сжижения газа, находящегося при температуре выше критической, необходимо...

1. сжать газ до давления, не превышающего критическое.
2. сжать газ до давления, превышающего критическое.
3. сжать газ до произвольного давления.
4. увеличить объём газа в изотермическом процессе.
5. предварительно понизить температуру газа так, чтобы она была меньше критической.

5. В современных установках сжижения газов применяют ...

1. поршневые машины, в которых газ охлаждается за счет совершения им работы.
2. турбодетандеры, в которых газ охлаждается за счет совершения им работы.
3. машины Линде, работающие на основе эффекта Джоуля-Томсона.
4. машины Линде, в которых газ предварительно охлажден ниже температуры инверсии.
5. машины Линде, в которых газ предварительно нагрет выше температуры инверсии.

## Примеры решения задач

### Задача 8.1

В определённом интервале расстояний энергия взаимодействия молекул реального газа  $U(r)$  зависит от расстояния  $r$  между частицами:

$$U(r) = -\frac{A}{r^6},$$

где  $A$  – постоянная для данного вещества величина,  $A > 0$ .

Во сколько раз изменится сила притяжения между молекулами при изменении расстояния на 1 %?

*Решение.*

Сила взаимодействия  $F$  равна

$$F = -\frac{dU}{dr}.$$

Тогда

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2^7}{r_1^7};$$

$$\frac{F_1}{F_2} = 1,07.$$

*Ответ:*  $\frac{F_1}{F_2} = 1,07$ .

### Задача 8.2

Оцените, во сколько раз изменится расстояние между молекулами воды при переходе воды из жидкого в газообразное состояние (при нормальном атмосферном давлении).

*Решение.*

Вычислим, какой объём  $V_1$  приходится на долю одной молекулы воды в жидком состоянии:

$$V_1 = \frac{V}{N_A},$$

где  $V$  – объём, занимаемый одним молем воды;

$N_A$  – число Авогадро.

$$V = \frac{M}{\rho},$$

где  $M$  – молярная масса воды;

$\rho$  – её плотность.

Тогда

$$V_1 = \frac{M}{\rho N_A};$$



$$V_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6 \cdot 10^{23}} = 3 \cdot 10^{-29} (\text{м}^3)$$

Расстояние между центрами соседних молекул  $d_1$  будет равно

$$d_1 = \sqrt[3]{V_1};$$

$$d_1 = \sqrt[3]{3 \cdot 10^{-29}} \approx 3 \cdot 10^{-10} (\text{м}).$$

Рассмотрим теперь водяной пар при нормальном атмосферном давлении и температуре  $100^\circ\text{C}$ . Объём  $V$ , занимаемый 1 молем водяного пара при этих условиях, можно определить, воспользовавшись уравнением Клапейрона:

$$pV = RT,$$

где  $p$  – давление водяного пара;

$R$  – газовая постоянная;

$T$  – абсолютная температура пара.

$$V = \frac{RT}{p}.$$

Объём  $V_2$ , приходящийся на долю одной молекулы водяного пара при этих условиях:

$$V_2 = \frac{V}{N_A};$$

$$V_2 = \frac{RT}{pN_A};$$

$$V_2 = \frac{8,31 \cdot 373}{10^5 \cdot 6 \cdot 10^{23}} = 5 \cdot 10^{-26} (\text{м}^3).$$

Среднее расстояние между молекулами  $d_2$  равно

$$d_2 = \sqrt[3]{V_2};$$

$$d_2 = \sqrt[3]{5 \cdot 10^{-26}} \approx 3,7 \cdot 10^{-9} (\text{м}).$$

Получив численные характеристики распределения в пространстве молекул вещества в жидком и газообразном состояниях, сравним их между собой:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{5 \cdot 10^{-26}}{3 \cdot 10^{-29}} = 1700;$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{3,7 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^{-10}} = 12.$$

Расчёты показывают, что при переходе воды из жидкого состояния в газообразное при условиях, близких к нормальным, объём, приходящийся на долю одной молекулы, увеличивается почти в 2000 раз. Однако среднее расстояние между молекулами увеличивается не так значительно.

### Задача 8.3

В вертикально расположенном цилиндре под поршнем находится 1 моль углекислого газа при температуре  $T$ , равной удвоенной критической температуре  $T_{кр}$ . Объём газа  $V$  равен критическому объёму  $V_{кр}$ .

Какая сила  $F$  должна быть приложена к поршню, чтобы он находился в равновесии? Массу поршня не учитывать. Трения между внутренней стенкой цилиндра и поршнем нет, внешним давлением пренебречь. Площадь поперечного сечения поршня  $S = 5 \text{ см}^2$ , критическое давление углекислого газа 73 атм.

*Решение.*

Давление  $p$  углекислого газа должно уравновешивать давление, создаваемое внешней силой, приложенной к поршню:

$$p = \frac{F}{S}. \quad (79)$$

Для того чтобы определить давление газа, воспользуемся уравнением Ван-дер-Ваальса (для моля газа):

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \quad (80)$$

где  $a$  и  $b$  – постоянные Ван-дер-Ваальса, характеризующие соответственно силы межмолекулярного взаимодействия и собственный объём молекул газа.

Критические объём, давление и температура выражаются через постоянные  $a$  и  $b$  следующим образом<sup>1</sup>:

$$V_{кр} = 3b; \quad (81)$$

$$p_{кр} = \frac{a}{27b^2}; \quad (82)$$

$$T_{кр} = \frac{8a}{27Rb}. \quad (83)$$

Учитывая, что по условию задачи

$$T = 2T_{кр};$$

$$V = V_{кр},$$

определим из соотношений (80)–(83) давление газа.

Оно будет равно:

$$p = 5 p_{кр}.$$

---

<sup>1</sup> Трофимова, Т. И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – С. 123.

Тогда из (79) легко определить силу  $F$ :

$$F = 5 p_{кр} s;$$
$$F = 5 \cdot 73 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 18000 \text{ (Н)}.$$
$$F = 18 \text{ кН}.$$

*Ответ:*  $F = 18$  кН.

## Лекция 9

### ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

*К данной лекции студент должен*

- знать основное уравнение МКТ идеального газа, связь между средней энергией поступательного движения молекул идеального газа и абсолютной температурой;
- уметь применять основные соотношения МКТ идеального газа для расчета давления, концентрации газа, скорости движения молекул газа.

#### *План лекции*

1. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул идеального газа.
2. Закон Фика. Диффузия газов.
3. Закон Фурье. Теплопроводность газов.
4. Вакуум. Свойства разреженных газов.
5. Примеры решения задач.

#### *Литература*

- I. С. 92–93. § 46. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул  
С. 95–97. § 48. Явление переноса в термодинамически неравновесных системах  
С. 97–99. § 49. Вакуум и методы его получения. Свойства ультраразреженных газов
- II. Часть I. С. 153–156. § 48. Средняя длина свободного пробега молекул  
С. 156–158. § 48. Явление переноса в газах. Уравнение переноса  
С. 158–160. § 50. Диффузия  
С. 16 –164. § 51. Теплопроводность

## Формулы

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $Z_{cp} = \sqrt{2}\pi d^2 n v_{cp}$

2.  $\ell_{cp} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$

3.  $j_m = -D \frac{d\rho}{dx}$      $D = \frac{1}{3} v_{cp} \cdot \ell_{cp}$     4.  $j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}$      $\lambda = \frac{1}{3} C_V \rho v_{cp} \ell_{cp}$

## Вопросы для самоконтроля

1. От каких физических величин зависит среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега идеального газа?
2. Запишите формулу закона Фика. Поясните, какие величины определяют скорость процесса диффузии. Какими физическими величинами определяется коэффициент диффузии газов?
3. В чем заключается процесс теплопроводности? Какими математическими соотношениями описывается данный процесс?
4. Сравните механизмы теплопроводности плотных и разреженных газов.
5. Какое состояние газа принято называть вакуумом?

## Тест

1. Газ изотермически сжат таким образом, что его давление возросло в 2 раза. Как при этом изменилась длина свободного пробега молекул?  
1. Увеличилась в 4 раза. 2. Увеличилась в 2 раза. 3. Не изменилась. 4. Уменьшилась в 2 раза. 5. Уменьшилась в 4 раза.

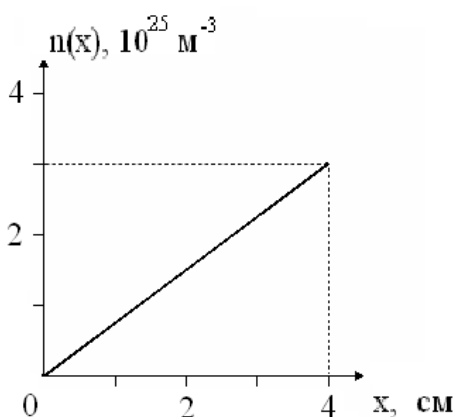


Рис. 31

2. Между двумя плоскопараллельными стенками сосуда концентрация газа изменяется так, как это изображено на рис. 31. Чему равен градиент концентрации газа?  
1.  $7,5 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-4}$ . 2.  $7,5 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-4}$ . 3.  $2,5 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-4}$ .  
4.  $2,5 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-4}$ .  
5.  $1,33 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-4}$ .

3. Как изменится среднее число столкновений за 1 с молекул газа при уменьшении температуры газа в 4 раза?

1. Увеличится в 4 раза. 2. Увеличится в 2 раза. 3. Не изменится.  
 4. Уменьшится в 2 раза. 5. Уменьшится в 4 раза.
4. Во время зимы толщина ледяного покрова на озере увеличилась в 2 раза. Как изменилась при этом величина теплового потока, проходящего через лед? Температуру окружающего воздуха считать постоянной.
1. Увеличилась в 4 раза. 2. Увеличилась в 2 раза. 3. Не изменилась.  
 4. Уменьшилась в 2 раза. 5. Уменьшилась в 4 раза.
5. Между двумя стенками колбы термоса находится разрежённый газ. При этом процесс теплопроводности между стенками колбы...
1. протекать не будет. 2. обусловлен переносом энергии молекулами газа от одной стенки термоса к другой. 3. обусловлен выравниванием средних кинетических энергий газа за счёт столкновений их друг с другом. 4. протекает так же, как и в случае заполнения пространства между стенками плотным газом. 5. уменьшается при увеличении концентрации газа между стенками колбы.

### **Примеры решения задач**

#### *Задача 9.1*

Как зависит сила тока  $I$ , при которой происходит перегорание проводника, от диаметра проводника  $D$ ?

*Решение.*

При прохождении тока по проводнику выделяется некоторое количество теплоты (джоулево тепло), что приводит к повышению температуры проводника. В результате возникает градиент температур между проводником и окружающей средой, что вызывает отвод тепловой энергии в окружающую среду через поверхность проводника. В соответствии с законом Джоуля – Ленца количество теплоты  $dQ_{\text{выд}}$ , выделяющееся за время  $dt$ , равно

$$dQ = I^2 R dt, \quad (84)$$

где  $I$  – сила тока в проводнике;

$R$  – сопротивление проводника.

$$R = \rho \frac{\ell}{s}, \quad (85)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление проводника;

$\ell$  – длина проводника;

$s$  – площадь поперечного сечения проводника.

$$s = \frac{\pi}{4} D^2. \quad (86)$$

Из соотношений (84)–(86) имеем

$$dQ_{\text{выд}} = \frac{4\rho I^2 \ell dt}{\pi D^2}. \quad (87)$$

Перенос тепловой энергии подчиняется закону Фурье:

$$j = -\lambda \frac{dT}{dx}, \quad (88)$$

где  $j$  – плотность теплового потока, величина, определяемая энергией, переносимой в форме теплоты в единицу времени через единичную площадь;

$\lambda$  – теплопроводность;

$\frac{dT}{dx}$  – градиент температуры, равный скорости изменения температуры на единицу длины  $x$  в направлении нормали к площадке. Знак минус в формуле (88) показывает, что при теплопроводности энергия переносится в направлении убывания температуры.

За время  $dt$  через поверхность проводника  $S_{\text{поверх}}$  отводится количество теплоты  $dQ_{\text{отв}}$ , равное

$$dQ_{\text{отв}} = jSdt. \quad (89)$$

Площадь поверхности проводника – площадь цилиндра диаметром  $D$  и высотой  $\ell$ :

$$S = \pi D \ell. \quad (90)$$

Из соотношений (88)–(90) имеем

$$dQ_{\text{отв}} = \lambda \pi D \ell \frac{dT}{dx} dt. \quad (91)$$

В стационарном режиме, когда распределение температуры не меняется с течением времени,

$$dQ_{\text{выд}} = dQ_{\text{отв}}.$$

Из соотношений (87) и (91) имеем

$$\frac{4\rho I^2}{\pi D^2} = \lambda \pi D \frac{dT}{dx}. \quad (92)$$

Максимальный ток  $I_{\text{max}}$ , который может протекать по проводнику, ограничивается максимальным значением градиента температуры  $\frac{dT}{dx}$ , определяемым температурой плавления проводника.

Таким образом, из соотношения (92)

$$\begin{aligned} I_{\text{max}}^2 &\sim D^3; \\ I_{\text{max}} &\sim D^{3/2}. \end{aligned}$$

Ответ:  $I_{\text{max}} \sim D^{3/2}$ .

### Задача 9.2

Лабораторная колонна химического синтеза представляет собой ёмкость, образованную двумя длинными коаксиальными<sup>1</sup> цилиндрами с внутренним радиусом  $r_0 = 0,5$  м и внешним радиусом  $R = 1$  м.

Вычислите плотность потока массы газообразного вещества между стенками цилиндра в точке  $r = 0,75$  м, если плотность вещества меняется в зависимости от расстояния  $r$  до оси колонны по закону

$$\rho(r) = \rho_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{10}}, \quad \rho_0 = 0,5 \text{ кг/м}^3; \quad r_0 \leq r \leq R.$$

Коэффициент диффузии вещества  $D = 0,15 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

*Решение.*

Явление диффузии для газа подчиняется закону Фика:

$$\vec{j}_m = -D \text{ grad } \rho, \tag{93}$$

где  $\vec{j}_m$  – плотность потока массы;

$\text{grad} \rho$  – градиент плотности,

$$\text{grad} \rho = \frac{\partial \rho}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \vec{k},$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы координатных осей.

Вычислим градиент плотности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial x};$$

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2};$$

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{1}{2} (x^2 + y^2)^{-1/2} \cdot 2x = \frac{x}{r};$$

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r};$$

$$\frac{\partial r}{\partial z} = 0;$$

$$\text{grad} \rho = \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot \frac{x}{r} \vec{i} + \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot \frac{y}{r} \vec{j};$$

$$\text{grad} \rho = \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot \frac{x\vec{i} + y\vec{j}}{r};$$

$$\text{grad} \rho = \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot \frac{\vec{r}}{r};$$

---

<sup>1</sup> Коаксиальный – соосный.

$$\rho = \rho_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{10}};$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{1}{10} \rho_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{10}} \cdot \frac{1}{r}.$$

Таким образом, 
$$\text{grad} \rho = \frac{\rho_0}{10} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{10}} \cdot \frac{\vec{r}}{r^2}.$$

С учетом соотношения (93) искомый поток массы равен

$$\vec{j}_m = - \frac{D \rho_0}{10} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{1}{10}} \frac{\vec{r}}{r^2};$$

$$j_m = \frac{0,15 \cdot 10^{-4}}{10} \cdot \left( \frac{0,75}{0,5} \right)^{\frac{1}{10}} \cdot \frac{1}{0,75} = 10^{-5} \left( \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \text{с}} \right);$$

$$j_m = 10^{-5} \text{ кг/м}^2 \text{с}.$$

Ответ:  $j_m = 10^{-5} \text{ кг/м}^2 \text{с}.$

### Задача 9.3

Определите коэффициент диффузии азота при давлении  $p = 50 \text{ кПа}$  и температуре  $T = 300 \text{ К}$ . Диаметр молекулы азота  $d = 0,37 \text{ нм}$ .

*Решение.*

Согласно кинетической теории газов коэффициент диффузии  $D$  равен

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \ell \rangle, \quad (94)$$

где  $\langle v \rangle$  – средняя скорость молекулы;

$\langle \ell \rangle$  – средняя длина свободного пробега молекул.

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad (95)$$

где  $R$  – газовая постоянная;

$M$  – молярная масса азота.

$$\langle \ell \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}, \quad (96)$$

где  $n$  – концентрация молекул.

Выразим давление газа через его концентрацию и температуру:

$$p = nkT, \quad (97)$$

Из соотношений (94)–(97) имеем



$$D = \frac{2}{3\pi} \frac{kT}{d^2 p} \sqrt{\frac{RT}{\pi M}};$$

$$D = \frac{2}{3 \cdot 3,14} \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{(0,37 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 50 \cdot 10^3} \sqrt{\frac{8,31 \cdot 300}{3,14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}} = 2,1 \cdot 10^{-5} \left( \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right).$$

Ответ:  $D = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ .

#### Тема 4 (для самостоятельного изучения)

### ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ТВЁРДЫХ ТЕЛ

#### *План изучения темы*

1. Поверхностное натяжение.
2. Явление смачивания и несмачивания.
3. Капиллярные явления.
4. Кристаллы.
5. Роль дефектов в кристаллах.
6. Жидкие кристаллы.
7. Аморфные тела.
8. Полимеры.

Приходилось ли вам на поверхности воды наблюдать не капельки, а кубики росы? Удавалось ли вам выдувать мыльные пузыри в форме пирамидок? Почему, если тонкую медную проволоку поместить в пламя газовой горелки, то на конце расплавленной проволоки образуется маленький шарик? Почему небольшие порции жидкости стремятся принять исключительно шарообразную форму? Вот каким образом, к примеру, в промышленных масштабах изготавливают охотничью дробь так называемым башенным методом. Расплавленный металл выливают в медный «дуршлаг» с отверстиями от 0,07 до 0,5 мм, закреплённый на высоте 30-45 м. В полёте капли расплавленного металла принимают форму шара, успевают охладиться, и образовавшиеся твёрдые металлические шарики-дробинки падают в резервуар с водой. Оказывается, если жидкость не «расплющена» силой тяжести, то она принимает форму, при которой площадь её поверхности будет минимальной – форму шара. Если сравнить различные геометрические тела равного объёма, то именно шар обладает наименьшей поверхностью. К примеру, площадь поверхности шара на 20 % меньше площади поверхности куба того же объёма.

Чем же обусловлено «стремление» жидкости минимизировать свою поверхность? Дело оказывается в том, что *поверхностный слой жидкости* отличается от её внутренних слоёв. Внутри жидкости каждая молекула окружена молекулами-«соседями». В итоге, в среднем силы притяжения этих молекул-«соседей» уравнивают друг друга (рис. 32).

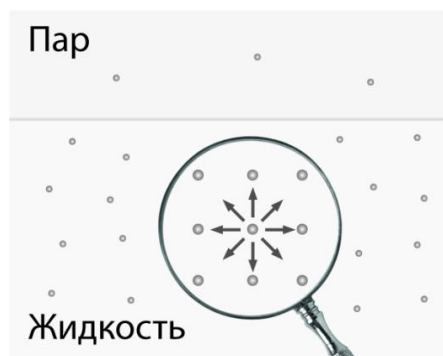


Рис. 32



Рис. 33

Иное дело – молекулы на поверхности жидкости (рис. 33). Со стороны внутренних слоёв жидкости на молекулу действуют силы притяжения, а с внешней стороны такие силы практически не действуют (концентрация молекул пара существенно меньше концентрации молекул жидкости). Под действием сил притяжения часть молекул поверхностного слоя втягивается внутрь жидкости – поверхность жидкости уменьшается. Нечто подобное наблюдается, когда часть пчёл покидает улей: вылетевшие пчёлы плотно группируются, собираясь в каплеобразный пчелиный рой.

Конечно, не все молекулы могут уйти с поверхности внутрь жидкости. Этому препятствуют силы межмолекулярного отталкивания, возникающие при уменьшении расстояния между молекулами.

Для того чтобы выдуть, например, мыльный пузырь, необходимо совершить определённую механическую работу. Почему? Это связано с тем, что необходимо увеличить площадь поверхности жидкости, то есть, вытянуть молекулы на поверхность, преодолевая силы притяжения со стороны молекул, находящихся во внутренних слоях жидкости. Увеличение площади поверхностного слоя требует «подъёма» молекул из «глубин жидкости», а значит, молекулы поверхностного слоя обладают большей потенциальной энергией, чем молекулы внутри жидкости.

Избыток энергии поверхностного слоя, обусловленный различием межмолекулярного взаимодействия внутри жидкости и на границе «жидкость - газ» называют *поверхностной энергией*. Чем больше площадь поверхностного слоя, тем больше молекул обладают избытком

энергии, тем больше поверхностная энергия. Иными словами, поверхностная энергия  $E$  прямо пропорциональна площади поверхностного слоя жидкости  $s$ :

$$E \sim s,$$

или

$$E = \sigma s, \quad (98)$$

где  $\sigma$  (читается: сигма) – коэффициент пропорциональности, называемый поверхностным натяжением. Поверхностное натяжение измеряется в  $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}$  или  $\frac{\text{Н}}{\text{м}}$ . (Напомним, что  $\text{Дж} = \text{Н} \cdot \text{м}$ .)

Поверхностное натяжение зависит от рода жидкости и её температуры. Повышение температуры означает увеличение энергии беспорядочного теплового движения, а значит, уменьшение величины избыточной энергии, необходимой для перехода молекулы в поверхностный слой. По этой причине с ростом температуры поверхностное натяжение уменьшается.

В таблице 2 указаны значения поверхностного натяжения для некоторых жидкостей при температуре  $20^\circ\text{C}$ .

Таблица 2

Поверхностное натяжение жидкостей, мН/м

Вода	73	Ртуть	510
Глицерин	63	Спирт	22
Мыльный раствор	25-40	Керосин	24

Если прекратить выдувать мыльный пузырь, то он сжимается, и площадь поверхности пузыря уменьшается. Следовательно, вдоль поверхности жидкости действуют межмолекулярные силы, стремящиеся сократить площадь поверхностного слоя. Если на воду аккуратно положить иголку, то она не утонет, а останется на поверхности воды. Внимательно разглядывая поверхность воды, мы увидим, что иголка находится в углублении. Следовательно, площадь поверхностного слоя увеличилась, и вновь действуют межмолекулярные силы, стремящиеся сократить площадь поверхностного слоя. Эти силы называют *силами поверхностного натяжения* (рис. 34).

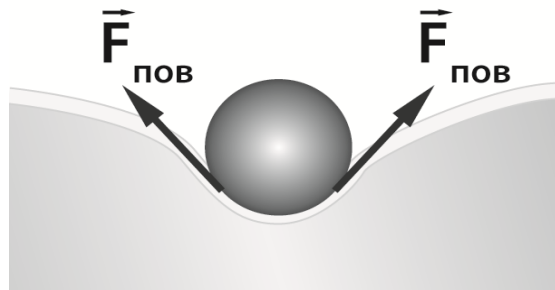


Рис. 34

Выведем формулу для расчёта силы поверхностного натяжения. Пусть на прямоугольной рамке с перемычкой АВ длиной  $l$  создана мыльная плёнка (рис. 35). Приложив силу  $F$ , равномерно переместим перемычку на расстояние  $dx$ , увеличив при этом площадь поверхности плёнки.

Элементарная работа  $dA$ , совершаемая при этом силой  $F$ , равна:  

$$dA = Fdx.$$

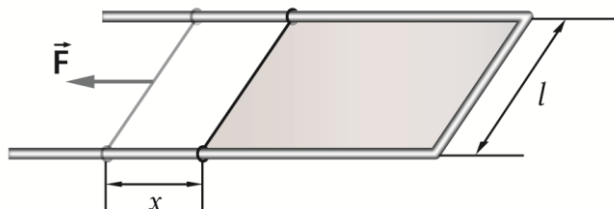


Рис. 35

На перемычку со стороны мыльной плёнки действуют две силы поверхностного натяжения  $F_{нов}$  (ведь у мыльной плёнки два поверхностных слоя). Так как перемычка перемещалась равномерно, то внешняя сила  $F$  и

силы поверхностного натяжения  $2F_{нов}$  уравнивали друг друга:

$$F = 2F_{нов}.$$

Тогда:

$$dA = 2F_{пов}dx. \quad (99)$$

За счёт совершения механической работы  $dA$  поверхностная энергия увеличилась на  $dE$ .

$$dE = dA. \quad (100)$$

С учётом выражения (98) имеем:

$$dE = \sigma ds \quad (101)$$

где  $ds$  - увеличение площади поверхностного слоя.

$$ds = 2ldx \quad (102)$$

Выражения (99) –(102) позволяют получить итоговый результат:

$$F_{нов} = \sigma l.$$

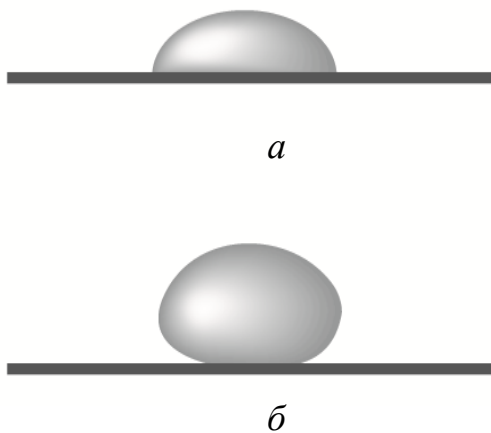


Рис. 36

Как следует из полученного выражения, сила поверхностного натяжения зависит от поверхностного натяжения и длины границы поверхностного слоя.

Если капля жидкости находится на поверхности твёрдого тела (рис. 36, а, б), то одновременно взаимодействуют между собой молекулы и газа, и жидкости, и твёрдого тела. Наиболее существенны

при этом межмолекулярные силы взаимодействия между частицами самой жидкости и частицами жидкости и твёрдого тела. Результат такого взаимодействия может быть различным.

Если взаимодействие «твёрдое тело-жидкость» больше взаимодействия «жидкость-жидкость», то капля жидкости растекается по поверхности твёрдого тела (рис. 36, а). Так происходит, например, с каплей воды, помещённой на чистую стеклянную пластинку или с каплей расплавленного олова, попавшей на поверхность меди. Если жидкость растекается по поверхности твёрдого тела, то такое явление называют *смачиванием*.

В противном случае, если взаимодействие «твёрдое тело-жидкость» меньше взаимодействия «жидкость-жидкость», то капля жидкости сохраняет шарообразную форму, будучи «приплюснутой» силой тяжести (рис. 36, б). Так происходит, если капля воды находится на поверхности парафина или промасленной бумаги, либо капля расплавленного олова находится на поверхности алюминия. В этом случае говорят, что капля *не смачивает* твёрдое тело.

Явление смачивания и несмачивания имеет важное значение в промышленности и быту. Окрашивание изделий, нанесение лакокрасочных покрытий, стирка, склеивание изделий – примеры процессов, где необходимо хорошее смачивание. Гидроизоляционные материалы, которые используют для изготовления зонтика, палатки или дождевого плаща, наоборот, имеют малую смачиваемость.

Для того чтобы вода лучше смачивала поверхность, например ткани, необходимо уменьшить её поверхностное натяжение. Для этой цели используют мыло, различные стиральные порошки, в состав которых входят так называемые поверхностно-активные вещества. Молекулы поверхностно-активных веществ ввиду особенностей их строения уменьшают поверхностное натяжение воды, а это ведёт к увеличению её проникающей и смачивающей способностей. В итоге, мыльная вода обволакивает и увлажняет частицы грязи, очищает ткани и другие материалы существенно лучше, чем чистая вода.

Межмолекулярное взаимодействие «твёрдое тело-жидкость» приводит к искривлению



Рис. 37



Рис. 38

поверхности жидкости у стенки сосуда (рис. 37, 38). При смачивании жидкостью стенок сосуда сила поверхностного натяжения приподнимает край жидкости до тех пор, пока не будет уравновешена силой тяжести, действующей на поднятую жидкость (рис. 37). В случае, если жидкость не смачивает твёрдое тело, происходит опускание края жидкости (рис. 38).

Особенно заметно явление подъёма смачивающей жидкости в узких трубках - *капиллярах*<sup>1</sup>. Чем меньше диаметр трубки-капилляра, тем

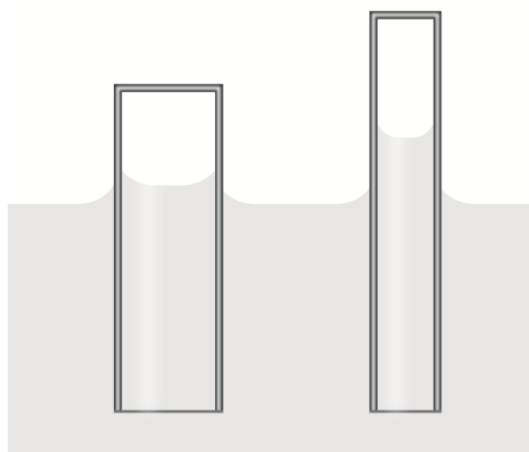


Рис. 39

на большую высоту поднята смачивающая жидкость (рис. 39). Высота подъёма зависит также и от свойств жидкости – её поверхностного натяжения и плотности.

Несмачивающая жидкость будет наоборот опускаться в капилляре на некоторую глубину, по сравнению с уровнем жидкости в широком сосуде (рис. 40). Так, например, ведёт себя ртуть в стеклянной трубке.

Явление капиллярности широко распространено в природе, используется в быту и технике. Многочисленные капилляры пронизывают растительные и животные ткани. Салфетки, полотенца, губки позволяют быстро промокнуть воду благодаря мелким порам – капиллярам. Множество капилляров пронизывают почву. По этим капиллярам вода поднимается до

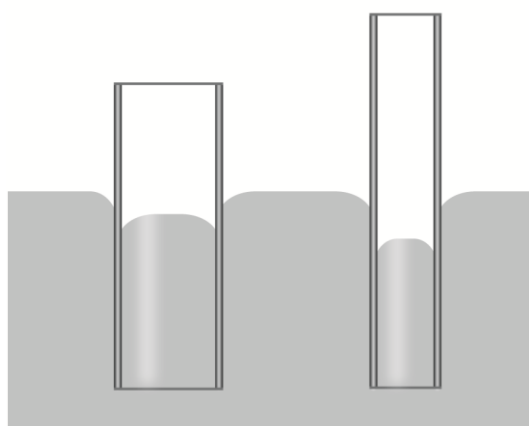


Рис. 40

поверхности и там испаряется. Чтобы избежать пересыхания почвы, поверхностный слой капилляров в почве стараются разрушить, проводя боронование. Кирпичи, имеющие мелкие поры, хорошо впитывают влагу. Чтобы вода от фундамента здания не поступала к кирпичам и не происходило намокание стен, между фундаментом и кирпичной кладкой прокладывают слой гидроизоляционных материалов.

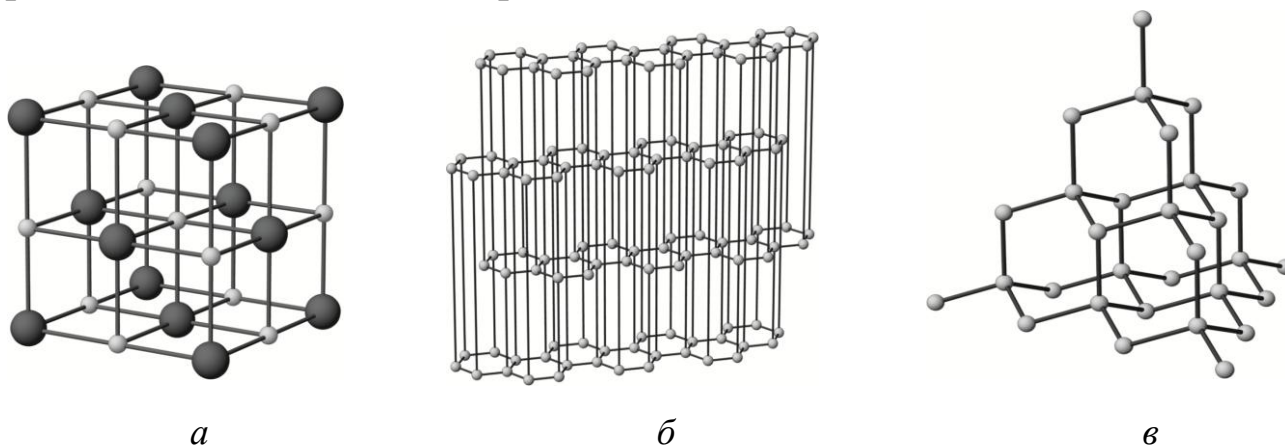
<sup>1</sup> От латинского *capillaris* - волосной.



Рассмотрим теперь основные свойства твёрдых тел. Свойства твёрдого тела обусловлены величиной взаимодействия, характером движения и особенностями расположения частиц тела. Силы межмолекулярного взаимодействия между частицами твёрдого тела велики по сравнению с силами взаимодействия между молекулами жидкости. По этой причине твёрдое тело сохраняет не только свой объём, но и свою форму. Чтобы деформировать (изменить форму) железный гвоздь или деревянную рейку, необходимо приложить определённую силу.

Явление диффузии, которое наблюдается и для твёрдых тел, подтверждает существование теплового движения частиц твёрдого тела. Как вам известно, частицы твёрдого тела совершают колебания вблизи положений равновесия. Чем больше энергия и амплитуда таких колебаний, тем выше температура твёрдого тела.

В большинстве случаев частицы твёрдого тела располагаются в определённом порядке, образуя так называемую кристаллическую решётку. На рисунке 41 изображены в качестве примера кристаллические решётки поваренной соли, графита и алмаза. Учёными установлено, что всего в природе кристаллические тела могут иметь 230 различных типов кристаллических решёток – вариантов расположения частиц в твёрдом теле.



*Рис. 41.* Модели кристаллических решёток различных веществ. Частицы вещества изображены условно в виде шариков, силы их взаимодействия – как стержни, соединяющие частицы.

- a* – кристаллическая решётка поваренной соли,
- б* – кристаллическая решётка графита (углерод),
- в* – кристаллическая решётка алмаза (углерод)

Пример углерода показывает, что одно и то же вещество может иметь различные кристаллические модификации (разновидности).

Различные кристаллические модификации наблюдаются практически у всех веществ в твёрдом состоянии.

Рассмотрим следующий опыт. Железную проволоку длиной примерно 1,5 м расположим горизонтально – один конец проволоки закрепим в неподвижном штативе, а другой перебросим через блок. Включим проволоку в электрическую цепь, подадим такое напряжение, чтобы проволока была нагрета проходящим током докрасна. При нагревании проволока удлиняется. Выключим ток, железная проволока постепенно охлаждается, её длина плавно уменьшается. Однако в некоторый момент времени проволока резко удлиняется и лишь затем охлаждение проволоки и уменьшение её длины идёт в прежнем порядке. Что же произошло? Наблюдающийся скачок в изменении длины проволоки обусловлен тем, что в процессе охлаждения железа наступает момент, когда происходит быстрое изменение кристаллической структуры железа. При этом в железе меняется характер межатомных связей, система переходит в состояние с меньшей энергией. Выделяющийся «избыток» энергии межатомного взаимодействия приводит к кратковременному нагреванию проволоки и её скачкообразному расширению.

Основная характерная черта кристаллов – это анизотропия. *Анизотропия кристаллов – зависимость физических свойств кристалла от направления.* Общеизвестный пример анизотропии – различная механическая прочность кристаллов по разным направлениям. Например, графит (рис. 41, б) имеет слоистую структуру, в каждом слое атомы располагаются в вершинах правильных шестиугольников. Расстояние между слоями в 2,4 раза больше, чем между атомами, расположенными в вершинах шестиугольников. По этой причине графит легко разделяется послойно.

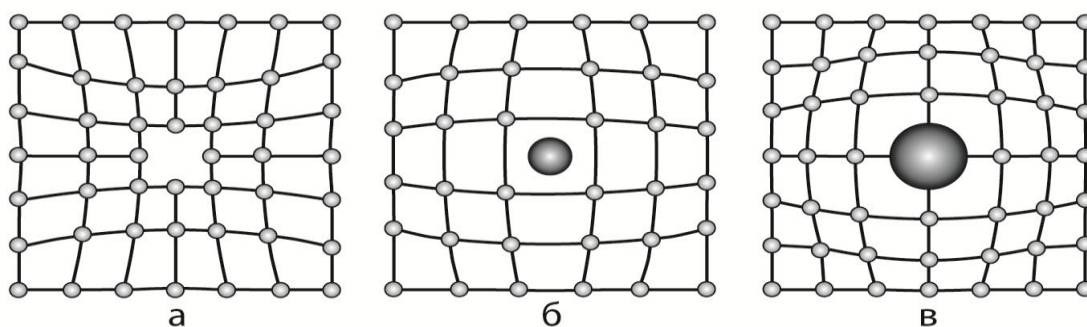
Как правило, в обычных условиях для твёрдых тел, имеющих кристаллическое строение, например для металлов, явление анизотропии не наблюдается. Если взять железный кубик, то он одинаковым образом проводит тепло, звук или деформируется вне зависимости от направления воздействия. Почему? Дело в том, что в большинстве случаев кристаллическое твёрдое тело – это не один кристалл, а множество сросшихся маленьких кристаллов, которые ориентированы по отношению друг к другу совершенно произвольным образом. Вот этот беспорядок в расположении кристалликов и «затушёвывает» анизотропию.



При образовании кристалла и его дальнейшем росте в большинстве случаев возникает не идеальная кристаллическая структура, а структура, имеющая определённые нарушения в расположении частиц. Нарушения правильного расположения частиц в узлах кристаллической решётки принято называть *дефектами в кристаллах*.

Примеры простейших (точечных) дефектов приведены на рисунке 42, *а - в*.

Точечные дефекты существенно влияют на свойства кристаллов. Состав и состояние дефектов определяют электрические, оптические, прочностные характеристики кристалла. Таким образом, контролируемое внедрение дефектов в кристалл, изменение качественного состава дефектов – путь к управлению свойствами кристаллического тела.



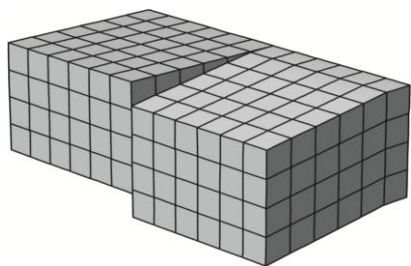
*Рис. 42.* Схема точечных дефектов в кристаллах.

*а* - отсутствие атома в одном из узлов кристаллической решётки,

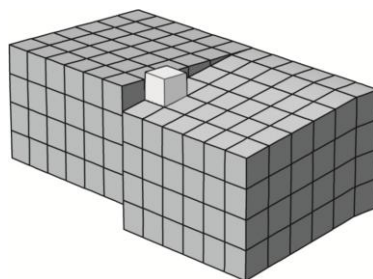
*б* – внедрение атома между узлами кристаллической решётки,

*в* – замещение собственного атома кристаллической решётки примесным атомом

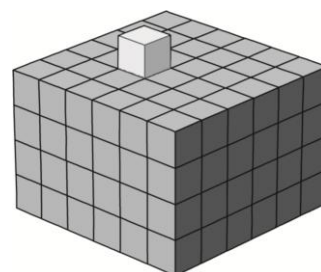
Существенное значение имеют и линейные дефекты, называемые *дислокациями*. *Винтовая дислокация* – смещение атомных слоёв, выходящее на поверхность кристалла (рис. 43).



*Рис. 43*



*Рис. 44*



*Рис. 45*

Винтовая дислокация-ступенька является благоприятным условием для роста кристалла. Ведь, если атому необходимо закрепиться на завершённой кристаллической плоскости, открыв рост нового слоя кристалла, то он будет связан с минимальным числом атомов кристалла

(рис. 44). Такая связь слаба, часто разрушается при тепловом движении частиц, и рост кристалла затруднён. При наличии винтовой дислокации новые атомы пристраиваются к ступеньке (рис. 45). Атомы наращивают «ступеньку, образуя винтовую «башенку» на грани кристалла (рис. 46, а, б, в, ). Нижние «этажи» башенки со временем «застраиваются» - заполняются атомами, образуя завершённый кристаллический слой.

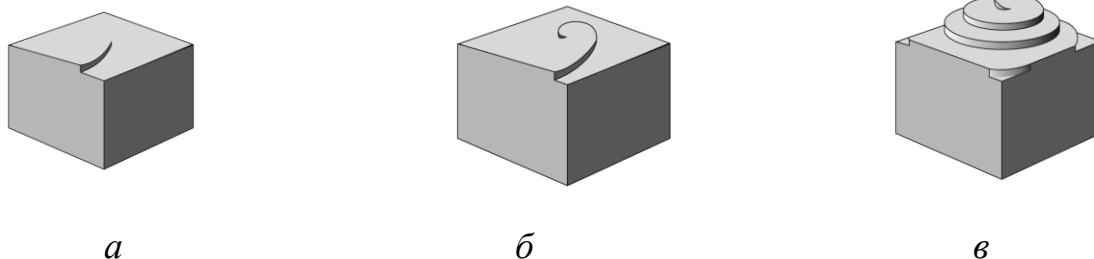


Рис. 46

Другой вид линейного дефекта – краевая дислокация. Краевая дислокация возникает, если одна из атомных плоскостей обрывается внутри кристалла (рис. 47). Такого типа дефекты сильно влияют на прочность кристаллов.

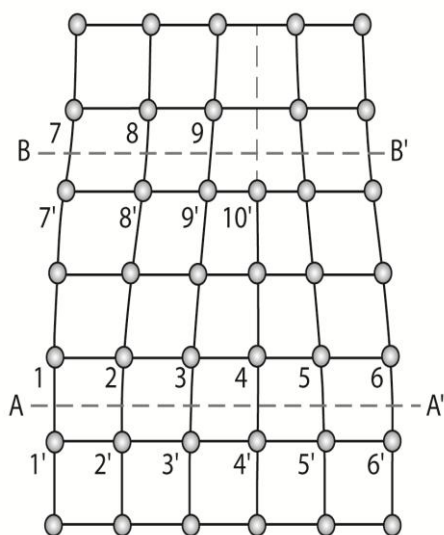


Рис. 47

В случае идеального кристалла для деформаций кристалла смещения вдоль плоскости  $AA'$  (рис. 47) необходим одномоментный разрыв всех межатомных связей  $1 - 1'$ ,  $2 - 2'$ ,  $3 - 3'$ . Если же в кристалле имеется краевая дислокация, то для осуществления деформации смещения вдоль плоскости  $BB'$  необходимо «перемыкание» связей – вначале  $9 - 10'$ , затем  $8 - 9'$ , затем  $7 - 8'$  и так далее. Осуществлять такой поочерёдный разрыв связей значительно легче, следовательно, прочность кристалла снижается.

Приведём известное образное сравнение, иллюстрирующее данную ситуацию. Представьте, что вам необходимо передвинуть тяжёлый ковёр, лежащий на полу, - задача затруднительна. Но если вдоль одной из сторон ковра проходит складка, то, толкая складку, вы легко выполните поставленную задачу и без особых усилий передвинете ковёр. Так и в кристалле, благодаря перемещению «складки» - краевой

дислокации – осуществляется сдвиг атомных слоёв кристалла – его деформация.

Для получения сверхпрочных материалов необходимы кристаллы с минимальным числом дефектов. Но получение таких, практически идеальных, кристаллов – процесс и трудоёмкий, и дорогостоящий. Поэтому для получения высокопрочных материалов идут по пути не понижения, а увеличения концентрации дефектов в кристалле!

Вновь обратимся к примеру с ковром. Если на ковре образуются две взаимно перпендикулярных складки, то они будут мешать движению друг друга и ковёр опять будет сложно передвинуть. В кристалле препятствием, затрудняющим перемещение дислокаций, являются другие дислокации, искажения кристаллической решётки за счёт примеси и иные дефекты. Например, при добавлении в железо менее 2 % углерода получают намного более прочный и твёрдый материал – сталь. Дополнительно качество стали повышают легированием – введением в расплав добавок хрома, никеля, меди, вольфрама и других металлов.

Проиллюстрируем сказанное ещё одним примером. Латунную<sup>1</sup> пластинку плотно зажмём в лапке штатива (рис. 48, а). С помощью прочной нити к свободному концу пластинки подвесим груз и заметим, как существенно прогнулась пластинка.

После этого вынем пластинку из лапки штатива, положим на железную пластину – «наковальню» и быстрыми ударами молотка проведём по всей поверхности пластинки *наклёп* – обработаем поверхность сравнительно лёгкими ударами так, чтобы она осталась ровной, без заметных вмятин. Снова зажмём пластинку, подвесим тот же груз и убедимся, что пластинка стала более упругой (рис. 48, б). Почему после механической обработки упругие свойства латуни изменились?

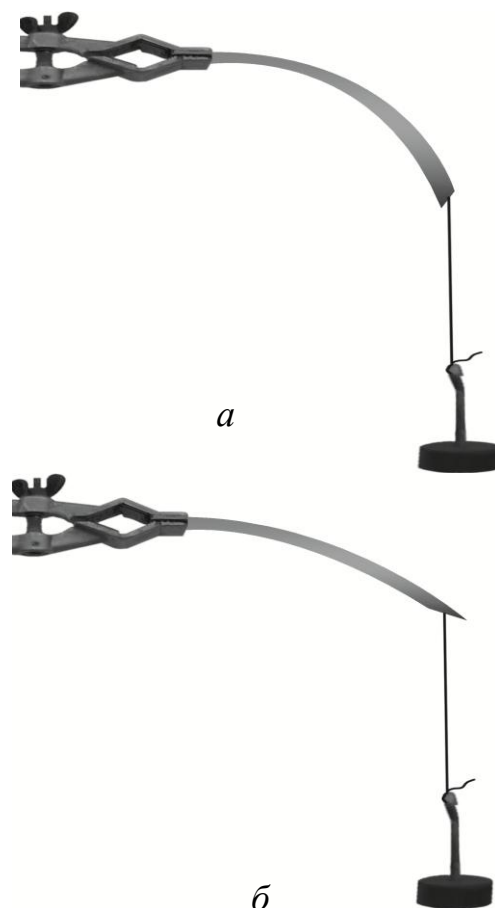


Рис. 48

<sup>1</sup> Латунь – сплав меди (основа) с цинком, часто с добавками других элементов.

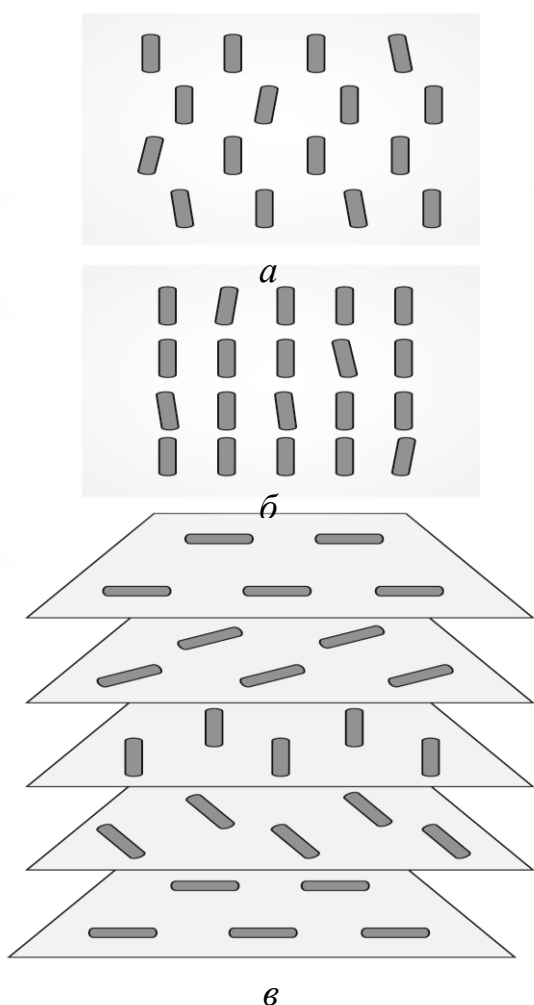
Проведя механическую обработку, мы увеличили число дефектов в латунной пластинке. При большом числе дефектов они препятствуют смещению кристаллических слоёв твёрдого тела, и по этой причине упругие свойства твёрдого тела возрастают.

Наверное, каждому из нас приходилось слышать словосочетание, которое звучит парадоксально - «жидкие кристаллы». Ведь произнося слово «кристалл», мы представляем твёрдое тело, в котором частицы (ионы, атомы, молекулы) образуют строго определённую периодически повторяющуюся структуру, лишь отчасти нарушаемую дефектами. В жидкости же лишь ближайшие соседи каждой молекулы в среднем располагаются в каком-либо порядке. В отличие от твёрдых кристаллических тел жидкости обладают свойством текучести. Но главная отличительная черта кристаллического состояния – это анизотропия. И именно свойством анизотропии обладают жидкие кристаллы.

К жидким кристаллам относятся некоторые органические вещества,

молекулы которых, как правило, имеют вытянутую «макароноподобную» форму. В определённом для каждого жидkokристаллического вещества диапазоне температур это вещество одновременно и жидкость (обладает текучестью), и кристалл (обладает анизотропией).

Порядок расположения молекул в жидких кристаллах схематически представлен на рисунке 49, а - в.



*Рис. 49.* Схема возможного расположения молекул в жидких кристаллах.

а – центры молекул расположены беспорядочно, но сами молекулы ориентированы параллельно друг другу,  
 б – молекулы ориентированы одинаково и расположены послойно, слои параллельны друг другу,

в – молекулы расположены равномерно, их ориентация образует спиральную структуру

Жидкие кристаллы находят широкое практическое применение в различных технических устройствах (температурные датчики, индикаторные устройства, оптические элементы экранов ЖК-телевизоров и т. д.). Это обусловлено сильной зависимостью свойств жидких кристаллов от внешних воздействий (температура, давление, электрическое и магнитное поля).

Например, увеличение температуры даже на сотую долю градуса приводит к изменению спиральной структуры жидких кристаллов (рис. 49, в). «Изменившиеся» кристаллы иным образом отражают свет, и их цвет меняется. Используя плёнку такого вещества, можно определять температуру отдельных участков тела человека при медицинской диагностике воспалительных процессов. Нанеся такую плёнку на поверхность микросхемы, можно контролировать её температуру в процессе работы.

Наиболее важные практические применения основаны на электрооптических свойствах жидких кристаллов. Поместим тонкий слой жидкокристаллического вещества между двумя прозрачными и проводящими электричество плёнками. Эти плёнки являются пластинами своеобразного конденсатора. Если на пластины конденсатора подать электрическое напряжение, то под действием электрического поля ориентация молекул в жидком кристалле изменится и изменится количество света, проходящего через электрооптический элемент – пиксель. Для создания цветного изображения падающий на пиксель белый свет пропускают через красный, зелёный или синий светофильтры. Множество таких пиксельных триад (группы из трех электрооптических элементов) и формирует цветное изображение на экране ЖК-монитора или телевизора.

Среди тел, сохраняющих свою форму и объём и которые мы традиционно относим к твёрдым телам, имеются тела с *некристаллическим состоянием вещества*. Такое состояние называют *аморфным*<sup>1</sup> *состоянием*. К аморфным телам относятся, например, стекло, канифоль, янтарь. При низких температурах аморфные тела, как и твёрдые тела, проявляют упругие свойства, деформируются. при резком ударе могут расколоться на куски. При повышении температуры аморфные тела постепенно размягчаются, становится заметной их текучесть. По внутреннему строению – по расположению частиц и

---

<sup>1</sup> От греческого *amorphos* -бесформенный.

характеру их движения – аморфное состояние вещества ближе к жидкости, чем к твёрдому телу. Одинаковость свойств по различным направлениям (изотропия), отсутствие определённой температуры плавления указывает на отсутствие кристаллической структуры у аморфного тела. Текучесть аморфных тел свидетельствует о «жидкостном» характере движении частиц – перескоке частиц подобно тому, как это происходит в жидкости. Всё это позволяет рассматривать аморфное состояние вещества, образно говоря, как сверхвязкую жидкость. В аморфных телах со временем может происходить процесс кристаллизации отдельных частей тела и превращение аморфного тела в «скопление» множества кристаллов – поликристаллическое твёрдое тело. Например, известно, что стекло со временем начинает мутнеть, теряет прозрачность из-за того, что в нём образуется множество кристалликов.

Особую группу тел составляют *полимеры*<sup>1</sup> – аморфные и кристаллические высокомолекулярные соединения. Молекулы полимеров состоят из большого числа повторяющихся групп атомов, соединённых химическими связями. Молярная масса вещества полимера может достигать нескольких тонн на моль! Макромолекула полимера может представлять собой по форме цепь, цепь с разветвлениями или сетку.

По происхождению полимеры делят на природные (биополимеры) и синтетические. Биополимеры составляют основу всех живых организмов. К природным полимерным материалам относятся, например, кожа, мех, шерсть, шёлк, хлопок. Искусственные полимеры – основа различных пластмасс, химических волокон, резин, лакокрасочных материалов, клеев, герметиков. Механическая прочность, лёгкость, высокие электроизоляционные качества, относительная дешевизна обуславливают самое широкое применение синтетических полимеров в различных отраслях промышленности и быту.

### *Литература*

- И. С. 128–130. § 66. Свойства жидкостей. Поверхностное натяжение  
С. 130–132. § 67. Смачивание  
С. 133–134. § 69. Капиллярные явления  
С. 134–135. § 70. Твёрдые тела. Моно- и поликристаллы

---

<sup>1</sup> От греческого *poleterēs* – состоящий из многих частей, многообразный.

С. 139–140. § 72. Дефекты в кристаллах

II. Часть I. С. 191–196. § 61. Внутреннее давление в жидкости. Поверхностное натяжение и свободная энергия поверхности жидкости  
С. 199–202. § 63. Капиллярные явления. Формула Борелли – Жюрена  
С. 168–174. § 53. Особенности строения жидкостей и твёрдых тел

### ***Вопросы для самоконтроля***

1. Изменится ли высота подъёма жидкости в капилляре при увеличении её температуры?
2. Сравните кристаллические твёрдые тела, аморфные тела и полимеры.
3. Почему при повышении температуры до некоторого предела жидкие кристаллы переходят в состояние обычной жидкости?
4. В 1924 г в опытах, проведённых академиком Иоффе с сотрудниками, было выяснено, что прочность кристалла каменной соли на разрыв увеличивается более чем в 300 раз, если измерения проводить с кристаллами, погружёнными в раствор каменной соли. Предложите объяснение наблюдавшегося явления.
5. Полиэтилен – полимер, имеющий химическую формулу  $[-CH_2 - CH_2 -]_n$ , где  $n$  - степень полимеризации. Молярная масса полимера имеет значения от 50 до 3000 кг/моль. Оцените, в каких пределах находится значение степени полимеризации  $n$ .

## **Лекция 10**

### **ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ**

*К данной лекции студент должен*

- знать второй закон Ньютона, закон всемирного тяготения;
- уметь применять правила сложения векторов.

### ***План лекции***

1. Электрический заряд. Электрическое взаимодействие. Закон Кулона.
2. Напряжённость электростатического поля. Поток вектора напряжённости. Теорема Гаусса.
3. Применение теоремы Гаусса для расчета напряжённости поля (плоскость, нить, шар).
4. Потенциал электростатического поля. Работа электростатического поля. Связь напряжённости и потенциала.



5. Электроёмкость. Электроёмкость плоского конденсатора.
6. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии электростатического поля.
7. Примеры решения задач

### *Литература*

- I. С. 148–149. § 77. Закон сохранения электрического заряда  
 С. 149–150. § 78. Закон Кулона  
 С. 150–152. § 79. Электростатическое поле. Напряжённость электростатического поля  
 С. 154–156. § 81. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме  
 С. 156–158. § 82. Применение теоремы Гаусса к расчету некоторых электростатических полей в вакууме  
 С. 159–161. § 84. Потенциал электростатического поля  
 С. 161–162. § 85. Напряжённость как градиент потенциала. Эквипотенциальные поверхности  
 С. 173–174. § 93. Электрическая ёмкость уединенного проводника  
 С. 174–177. § 94. Конденсаторы  
 С. 177–179. § 95. Энергия системы зарядов, уединенного проводника и конденсатора. Энергия электростатического поля
- II. Часть II. С. 248–249. § 1. Электризация тел. Электрический заряд  
 С. 250–253. § 2. Взаимодействие электрических зарядов в вакууме. Электрическое поле и его напряжённость  
 С. 255–260. § 4. Теорема Остроградского – Гаусса и её приложения  
 С. 260–263. § 5. Работа при перемещении заряда в электрическом поле. Потенциал  
 С. 275–277. § 10. Конденсатор. Энергия электрического поля

### *Формулы*

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$1. q_1 + q_2 + \dots = const \quad 2. F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad 3. \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$4. \Phi_E = \oint E_n dS \quad 5. \varphi = \frac{W}{q} \quad 6. A = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad U = \varphi_1 - \varphi_2$$



$$7. E_x = -\frac{d\varphi}{dx}, \quad \vec{E} = -q \text{grad} \varphi$$

$$8. C = \frac{q}{U}$$

$$9. C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$$

$$10. W = \frac{q^2}{2C}, \quad \omega = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2}$$

### Вопросы для самоконтроля

1. Во сколько раз сила электростатического взаимодействия между электроном и протоном в атоме водорода больше силы их гравитационного взаимодействия?
2. Сформулируйте теорему Гаусса. Покажите, как применять ее для расчета напряженности электростатического поля.
3. Пусть тонкая длинная нить диаметром 1 мм заряжена так, что на каждый сантиметр длины приходится избыточный заряд в 100 млн электронов. Начертите графики зависимости напряженности и потенциала от расстояния.
4. Металлический шар радиусом  $R$ , имеющий заряд  $q$ , длинным проводником соединяют с незаряженным металлическим шаром радиусом  $2R$ . Какое количество теплоты выделится при этом в проводнике?
5. Обоснуйте, что энергия электростатического поля пропорциональна квадрату напряженности поля.

### Тест

1. Как изменится модуль силы взаимодействия двух одинаковых металлических шаров, имеющих заряды  $+q_1$  и  $-q_2$ , если шары привести в соприкосновение и раздвинуть на прежнее расстояние?

1. Не изменится. 2. Увеличится. 3. Уменьшится. 4. Может увеличиться, может и уменьшиться. 5. Сила взаимодействия станет равна нулю.

2. Как зависит напряжённость  $E$  электрического поля в точке  $O$ , созданного диполем, от расстояния  $R$  (рис. 50)?  $R \gg l$ .

1.  $E = \frac{q\ell}{r^3}$ . 2.  $E = \frac{q\ell^2}{r^4}$ . 3.  $E = \frac{q\ell}{r^3}$ . 4.  $E = \frac{q}{r^2}$ .

5.  $E = \frac{q}{\ell^2}$ .

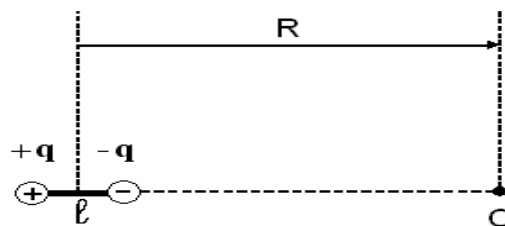


Рис. 50

3. В однородном электрическом поле напряжённостью  $E = 2 \cdot 10^9$  В/м начинает движение заряженная частица ( $q = 10^{-5}$  Кл) массой  $m = 1$  г. Какую скорость приобретет частица при прохождении расстояния  $l = 10$  см?

1. 0,2 м/с.    2. 2 м/с.    3. 20 м/с.    4. 67 м/с.    5. 6,7 м/с.

4. Заряд на обкладках конденсатора уменьшили в 4 раза. Как изменится электроёмкость конденсатора?

1. Не изменится.    2. Увеличится в 4 раза.    3. Уменьшится в 4 раза.  
4. Увеличится в 2 раза.    5. Уменьшится в 2 раза.

5. Между двумя обкладками конденсатора создано электрическое поле напряжённостью  $E$ . Как изменится плотность энергии конденсатора, если расстояние между его обкладками увеличить в 4 раза?

1. Не изменится.    2. Увеличится в 4 раз.    3. Уменьшится в 4 раза.  
4. Увеличится в 2 раза.    5. Уменьшится в 2 раза.

### Примеры решения задач

#### Задача 10.1

Две параллельные бесконечные тонкие нити находятся в вакууме на расстоянии  $R = 10$  см друг от друга (рис. 51).

Какие по величине кулоновские силы будут действовать на метр длины нити, если линейная плотность заряда на каждой из нитей составляет  $\tau = 1$  нКл/м?

*Решение.*

Кулоновское взаимодействие заряженных нитей обусловлено действием на электрические заряды, находящиеся на одной из нитей, электрического поля, созданного другой заряженной нитью.

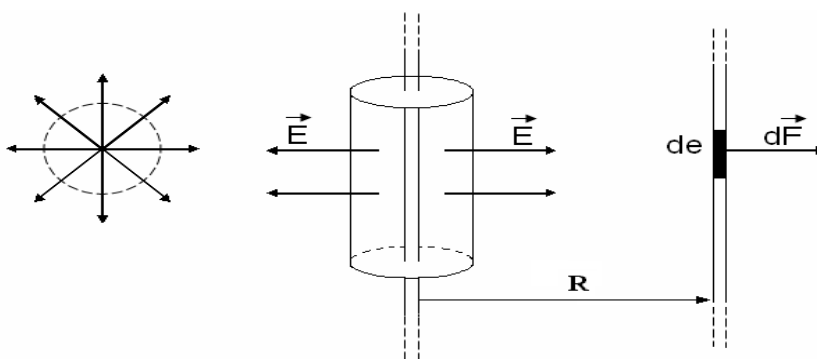


Рис. 51

Для расчета напряжённости поля  $\vec{E}$ , создаваемого бесконечной равномерно заряженной нитью, применим теорему Гаусса.

В соответствии с данной теоремой поток вектора  $\vec{E}$  через замкнутую поверхность площадью  $S$  определяется величиной заряда  $Q$  под этой поверхностью:

$$\int_s \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}, \quad (103)$$

где  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная.

Пусть бесконечная нить заряжена равномерно с линейной плотностью  $\tau$  ( $\tau = \frac{dQ}{dl}$  – заряд, приходящийся на единицу длины нити).

Из соображений симметрии следует, что линии напряжённости будут направлены по радиусам круговых сечений цилиндра с одинаковой густотой во все стороны относительно оси цилиндра (рис. 51). В качестве замкнутой поверхности мысленно построим коаксиальный цилиндр радиусом  $r$  и высотой  $\ell$ . Поток вектора  $\vec{E}$  сквозь торцы коаксиального цилиндра равен нулю, а сквозь боковую поверхность составляет  $2\pi r\ell E$ .

По теореме Гаусса (103)

$$2\pi r\ell E = \frac{\tau \ell}{\varepsilon_0},$$

отсюда

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}. \quad (104)$$

Выделим на свободной нити элемент малой длины  $d\ell$  и определим его заряд  $dQ$ :

$$dQ = \tau d\ell.$$

Сила  $d\vec{F}$ , действующая на заряд  $dQ$ , равна

$$d\vec{F} = \vec{E} dQ.$$

Нахождение силы, действующей на весь участок нити длиной  $l = 1$  м, не составляет труда, т. к. силы  $d\vec{F}$ , действующие на элементарные участки, параллельны друг другу, а значит:

$$F = \int_0^l dF;$$

$$F = E \int_0^l dQ.$$

С учётом выражения (104)

$$F = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} Q,$$

где

$$Q = \tau \ell.$$

Тогда окончательно имеем

$$F = \frac{r^2 \ell}{2\pi\epsilon_0 r};$$

$$F = \frac{10^{-18} \cdot 1}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-1}} = 0,18 \cdot 10^{-6} \text{ (Н)}.$$

Ответ:  $F = 0,18$  мкН.

### Задача 10.2

Две  $\alpha$  - частицы движутся навстречу друг другу. При большом расстоянии друг от друга частицы имеют скорости  $v_1 = 15000$  км/с и  $v_2 = 5000$  км/с. На какое минимальное расстояние  $r$  сблизятся частицы? Масса  $\alpha$  - частицы  $m = 6,65 \cdot 10^{-27}$  кг, заряд  $\alpha$  - частицы  $3,2 \cdot 10^{-19}$  Кл.

*Решение.*

При сближении частиц потенциальная энергия их взаимодействия увеличивается, а кинетическая энергия уменьшается. Однако очевидно, что в момент максимального сближения частиц их кинетическая энергия не равна нулю, так как в противном случае стал бы равен нулю импульс системы, что противоречит закону сохранения импульса.

В момент наибольшего сближения частицы не удаляются друг от друга и не приближаются друг к другу, следовательно, скорости частиц равны. В соответствии с законом сохранения импульса

$$m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = m\vec{v} + m\vec{v}, \quad (105)$$

где  $v$  – скорость частиц в момент их наибольшего сближения.

Выберем ось координат по направлению скорости  $\vec{v}_1$  и запишем выражение (105) в проекции на выбранную ось:

$$mv_1 - mv_2 = mv + mv.$$

Тогда

$$v = \frac{v_1 - v_2}{2}. \quad (106)$$

Применим закон сохранения энергии:

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r} + \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда с учетом (106) имеем

$$r = \frac{q^2}{\pi \varepsilon_0 m (\nu_1 + \nu_2)^2};$$
$$r = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6,65 \cdot 10^{-27} (2 \cdot 10^7)^2} = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ (м)}.$$

Ответ:  $r = 1,4 \cdot 10^{-15}$  м.

### Задача 10.3

Потенциал электростатического поля задается выражением  $\varphi(A) = \frac{1}{x+y+z} (B)$ , где  $\varphi(A)$  – потенциал поля в любой точке  $A$ , не совпадающей с началом координат, а  $x, y, z$  – координаты точки  $A$ . С каким ускорением будет двигаться электрон в точке с координатами (1;1;1)?

*Решение.*

В соответствии со вторым законом Ньютона ускорение  $a$  электрона определяется действующей на него силой  $F$  и массой  $m$  электрона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (107)$$

Сила, действующая на электрон со стороны электростатического поля, равна

$$\vec{F} = \vec{E} e, \quad (108)$$

где  $\vec{E}$  – напряжённость поля;  
 $e$  – заряд электрона.

Напряжённость поля легко определить:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi. \quad (109)$$

Из соотношений (107)–(109) имеем

$$\vec{a} = \frac{-\text{grad}\varphi}{m} e.$$

По определению  $\text{grad}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k}$ ,

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы.

По условию задачи  $\varphi = \frac{1}{x+y+z}$ .

Тогда

$$\text{grad } \varphi = -\frac{\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}}{(x + y + z)^2}.$$

Окончательно имеем

$$\vec{a} = \frac{(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})e}{(x + y + z)^2 m};$$

$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}|e}{(x + y + z)^2 m};$$

$$|\vec{a}| = \frac{\sqrt{(1^2 + 1^2 + 1^2)} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(1 + 1 + 1)^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 3,4 \cdot 10^{10} \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Ответ:  $a = 3,4 \cdot 10^{10} \text{ м/с}^2$ .

## Лекция 11

### ПОСТОЯННЫЙ ТОК

*К данной лекции студент должен*

- знать понятия напряженности и потенциала электрического поля.

#### *План лекции*

1. Условия появления и существования тока.
2. Сила тока. Вектор плотности тока.
3. Природа тока в различных средах (металлы, жидкости, газы, ток через вакуум)
4. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление. Закон Ома в дифференциальной форме.
5. Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи.
6. Примеры решения задач.

#### *Литература*

- I. С. 180–181. § 96. Электрический ток, сила и плотность тока  
 С. 190–191. § 102. Элементарная классическая теория электропроводности металлов  
 С. 197–199. § 106. Ионизация газов. Несамостоятельный газовый разряд  
 С. 199–202. § 107. Самостоятельный газовый разряд и его типы  
 С. 181–182. § 97. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение  
 С. 183–184. § 98. Закон Ома. Сопротивление проводников

С. 186–187. § 100. Закон Ома для неоднородного участка цепи  
 II. Часть II. С. 282–284. § 11. Электрический ток. Сила тока. Электродвижущая сила. Напряжение  
 С. 284–289. § 12 (частично). Ток в металлических проводниках. Сопротивление. Работа и мощность тока  
 С. 294–297. § 14. Основы электронной теории проводимости металлов  
 С. 331–332. § 21 (частично). Ток в жидкостях. Электролиз. Закон Фарадея  
 С. 336–339. § 22. Ток в газах. Несамостоятельные и самостоятельные газовые разряды  
 С. 339–341. § 23. Типы самостоятельного газового разряда

### **Формулы**

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$\begin{array}{llll}
 1. \quad I = \frac{\Delta q}{\Delta t}, & I(t) = \frac{dq}{dt} & 2. \quad j = \frac{I}{S} & 3. \quad I = q_0 n v_{cp} S & 4. \quad I = \frac{U}{R} \\
 5. \quad R = \rho \frac{l}{S} & 6. \quad j = \frac{1}{\rho} E & 7. \quad \mathcal{E} = \frac{A_{cm}}{q} & 8. \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} &
 \end{array}$$

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Каковы условия возникновения и существования электрического тока?
2. Сформулируйте закон Ома в дифференциальной форме. Поясните смысл физических величин, входящих в математическое выражение закона.
3. Металлический проводник, вытянув, удлинили в 2 раза. Как изменилось его сопротивление?
4. Сравните физические величины «напряжение» и «ЭДС».
5. В своей научной работе «Определение закона, по которому металлы проводят контактное электричество ...» Георг Ома писал: «Выше приведённые данные можно вполне удовлетворительно свести к уравнению:

$$X = \frac{a}{b + x'}$$

где  $X$  - сила магнитного действия на проводник, длина которого  $x$ , а  $a$  и  $b$  представляют собой постоянные величины.

Что в современном понимании обозначают величины  $X$ ,  $x$ ,  $a$ ,  $b$ , указанные в данной формуле?

### ***Тест***

1. Как изменилась сила тока в цепи, если скорость направленного дрейфа электронов увеличилась в 4 раза?

1. Увеличилась в 2 раза. 2. Увеличилась в 4 раза. 3. Уменьшилась в 4 раза. 4. Уменьшилась в 2 раза. 5. Не изменилась.

2. Оцените скорость распространения электрического поля в металлическом проводнике при замыкании электрической цепи.

1.  $10^{-3}$  м/с. 2. 1 м/с. 3.  $10^3$  м/с. 4.  $10^5$  м/с. 5.  $10^8$  м/с.

3. Медная проволока обладает электрическим сопротивлением 12 Ом. Каким электрическим сопротивлением обладает медная проволока, у которой в 2 раза большая длина и в 3 раза больше площадь поперечного сечения?

1. 72 Ом. 2. 18 Ом. 3. 8 Ом. 4. 2 Ом. 5. 36 Ом.

4. Электрическая цепь состоит из источника тока с внутренним сопротивлением 2 Ом и проводника с электрическим сопротивлением 1 Ом. Сила тока в этой цепи равна 3 А. Чему равна ЭДС источника тока?

1. 9 В. 2. 6 В. 3. 3 В. 4. 1,5 В. 5. 1 В.

5. Электрическая цепь состоит из источника тока с ЭДС 12 В и проводника с электрическим сопротивлением 1 Ом. Чему равна сила тока в цепи, если полное сопротивление цепи 2 Ом?

1. 12 А. 2. 6 А. 3. 4 А. 4. 2 А. 5. 0,25 А.

### ***Примеры решения задач***

#### ***Задача 11.1***

Пусть в вашем распоряжении имеется медная проволока, скрученная в моток, весы с разновесами, источник тока, амперметр, вольтметр, реостат, ключ, соединительные провода. Как можно определить длину  $l$  и диаметр  $d$  проволоки?



*Решение.*

Используя весы можно измерить массу проволоки  $m$ .

Затем включим проволоку в электрическую цепь, схема которой изображена на рисунке 52 (проволока изображена на схеме как резистор  $R$ ). Измерив силу тока в цепи  $I$  и напряжение  $U$  на концах проволоки, можно определить электрическое сопротивление  $R$  медной проволоки:

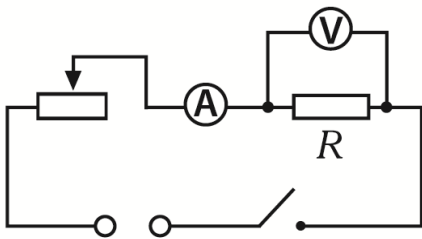


Рис. 52

$$R = \frac{U}{I}.$$

Масса вещества плотностью  $\rho_0$  будет равна

$$m = \rho_0 V, \quad (110)$$

где  $V$  – объём вещества.

Объём медной проволоки легко рассчитать как объём цилиндра длиной  $\ell$  и имеющего площадь основания  $s$  (площадь поперечного сечения проволоки):

$$V = \ell s. \quad (111)$$

где  $s$  - площадь круга диаметром  $d$ , она равна:

$$s = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (112)$$

Из соотношений (110)–(112) имеем:

$$m = \frac{\rho_0 \ell \pi d^2}{4}. \quad (113)$$

Сопротивление проволоки  $R$ , как известно, зависит от длины проволоки  $\ell$ , площади поперечного сечения проволоки  $s$  и удельного сопротивления вещества  $\rho$ , из которого изготовлена проволока:

$$R = \frac{\rho \ell}{s},$$

С учётом (112)

$$R = \frac{4\rho \ell}{\pi d^2}. \quad (114)$$

Таким образом, для определения длины медной проволоки  $\ell$  и её диаметра  $d$  необходимо решить систему уравнений (113) и (114):

$$\begin{cases} m = \frac{\pi \rho_0 \ell d^2}{4} \\ R = \frac{4\rho \ell}{\pi d^2}. \end{cases}$$

### Задача 11.2

Экспериментатор хочет приготовить слой алюминия толщиной  $d = 500$  нм, напыляя его в вакууме на чистую поверхность стеклянной пластинки. Сначала он наносит два довольно толстых слоя алюминия, оставляя в центре пластинки полоску чистой поверхности, закрытую защитной маской. Потом, используя другую маску, напыляет на стекло в поперечном направлении полоску алюминия той же ширины, что и чистая полоска. При этом толстые слои используются как выводы для измерения сопротивления напыляемого слоя. При каком сопротивлении слоя напыление следует прекратить, если удельное сопротивление алюминия  $\rho$  при комнатной температуре равно  $2,83 \cdot 10^{-8}$  Ом·м?

*Решение.*

Пусть ширина чистой поверхности, закрытой защитной маской, равна  $a$  (рис. 53). Тогда в процессе напыления экспериментатор получает алюминиевый проводник длиной  $\ell$  и площадью поперечного сечения  $s$ :

$$\ell = a; \quad (115)$$

$$s = d a. \quad (116)$$

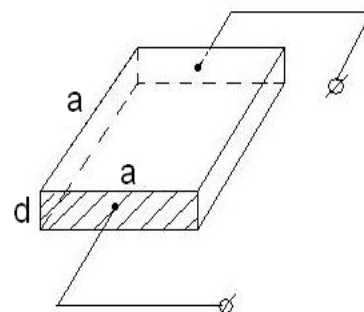


Рис. 53

Как известно, сопротивление проводника  $R$  определяется удельным сопротивлением вещества проводника и его геометрическими размерами:

$$R = \rho \frac{\ell}{s}. \quad (117)$$

Используя соотношения (75)–(77), получим

$$R = \frac{\rho}{d};$$

$$R = \frac{2,83 \cdot 10^{-8}}{500 \cdot 10^{-9}} = 0,0566 \text{ (Ом)}$$

*Ответ:*  $R = 56,6$  мОм.

### Задача 11.3

Вольтметр подключён к полюсам источника тока. Какое значение напряжения покажет вольтметр?

*Решение:*

Запишем формулу закона Ома для полной цепи.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

где  $I$  – сила тока в электрической цепи;

$\mathcal{E}$  – электродвижущая сила источника;

$r$  – внутреннее сопротивление источника;

$R$  – сопротивление внешней цепи, равное сопротивлению вольтметра.

Отсюда 
$$\mathcal{E} = IR + Ir.$$

Как правило, сопротивление вольтметра во много раз больше внутреннего сопротивления источника тока (например, сопротивление лабораторного вольтметра 700 Ом, а внутреннее сопротивление лабораторного источника питания менее 1 Ом).

В этом случае

$$IR \gg Ir$$

и

$$\mathcal{E} \approx IR. \quad (118)$$

В соответствии с законом Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R},$$

где  $U$  – напряжение на участке цепи.

Именно значение этого напряжения и показывает вольтметр. Выразим его из закона Ома для участка цепи:

$$U = IR. \quad (119)$$

Сравнивая соотношения (118) и (119), имеем:

$$\mathcal{E} \approx U.$$

Таким образом, *вольтметр, подключённый к полюсам источника тока, показывает значение напряжения, практически равное ЭДС источника тока.*

## Лекция 12

### ПРАВИЛА КИРХГОФА. МОЩНОСТЬ И РАБОТА ТОКА

*К данной лекции студент должен*

- уметь производить алгебраические преобразования и решать системы уравнений,
- знать закон Ома для участка цепи, понятие ЭДС, закон Ома для полной цепи,
- знать понятия работы и мощности.

### **План лекции**

1. Последовательное и параллельное соединение проводников.
2. Правила Кирхгофа.
3. Закон Джоуля и Ленца. Мощность тока.
4. Примеры решения задач.

### **Литература**

- I. С. 187–189. § 101. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей  
С. 184–186. § 99. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца  
II. Часть II. С. 289–293. § 13. Разветвлённая электрическая цепь.  
Правила Кирхгофа  
С. 289–293. § 12 (частично). Ток в металлических проводниках.  
Сопротивление. Работа и мощность тока

### **Формулы**

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $R_{\text{посл}} = R_1 + R_2 + \dots$
2.  $\frac{1}{R_{\text{парал}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$
3.  $\sum_i^n I_i = 0, \quad \sum_i^n \mathcal{E}_i = \sum_i^n I_i R_i$
4.  $A = UIt$
5.  $Q = I^2 R t$
6.  $P = UI$

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Каковы основные закономерности при последовательном и параллельном соединении проводников. Какими фундаментальными физическими законами они обусловлены?
2. Что называют узлом электрической цепи? контуром?
3. Благодаря каким фундаментальным физическим законам выполняются правила Кирхгофа?
4. Что такое реохордный мостик Уитстона? Как с его помощью можно определить сопротивление резистора?

5. Почему при увеличении силы тока, проходящей через металлический проводник, в 5 раз, мощность, выделяющаяся в проводнике, увеличится более чем в 25 раз?

### Тест

1. Два резистора с сопротивлениями  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$  соединены параллельно. Чему равно соотношение сил токов  $I_1/I_2$ , протекающих через эти резисторы?

1. 1.      2. 1/2.      3. 2.      4. 1/4.      5. 4.

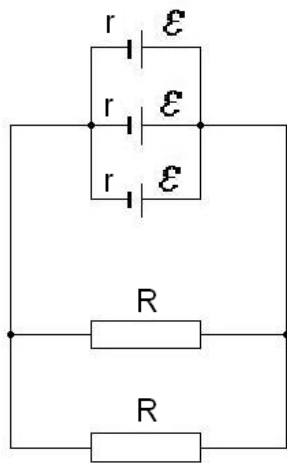


Рис. 54

2. Какое выражение соответствует закону Ома для цепи, представленной на рис. 54?

1.  $I = \varepsilon / (2R + r/3)$ .    2.  $I = \varepsilon / (R/2 + r/3)$ .  
 3.  $I = 3\varepsilon / (2R + 3r)$ .    4.  $I = 3\varepsilon / (R/2 + 3r)$ .  
 5.  $I = 1,5\varepsilon / (R/2 + r/3)$ .

3. Два резистора сопротивлением  $R_1 = 10 \text{ Ом}$  и  $R_2 = 20 \text{ Ом}$  соединены последовательно. Чему равно соотношение мощности  $P_1/P_2$ , выделяющейся на этих резисторах?

1. 1.      2. 1/2.      3. 2.      4. 1/4.      5. 4.

4. При уменьшении напряжения на участке цепи в 3 раза мощность тока уменьшилась в 9 раз. Как изменилась при этом сила тока в цепи?

1. Увеличилась в 3 раза.    2. Увеличилась в 9 раз.    3. Осталась неизменной.  
 4. Уменьшилась в 3 раза.    5. Уменьшилась в 9 раз.

5. Две лампы, рассчитанные на 220 В и имеющие номинальные мощности  $P_1 = 100 \text{ Вт}$ ;  $P_2 = 25 \text{ Вт}$ , включены в сеть  $U = 220 \text{ В}$  последовательно. Какая из ламп будет гореть ярче?

1. Первая.    2. Вторая.    3. Лампы будут гореть одинаково ярко.    4. Лампы гореть не будут.  
 5. Ответ неоднозначен.

### Примеры решения задач

#### Задача 12.1

Всё электрооборудование автомобиля (сигнализация, освещение, стеклоочиститель, стартер) обслуживается двумя источниками: на остановках и при малых оборотах двигателя батареей аккумулятора,

а при больших оборотах двигателя генератором, который вместе с тем частично подзаряжает аккумулятор. На рис.55–56 изображена упрощённая схема электрической цепи автомобиля с указанием параметров цепи (сопротивление электрооборудования, ЭДС аккумулятора и генератора, их внутреннее сопротивление). Какую силу тока будет показывать амперметр при разомкнутом и замкнутом положениях ключа  $K$ ?

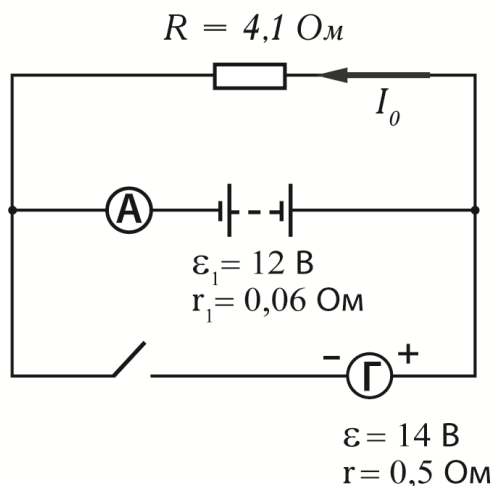


Рис. 55

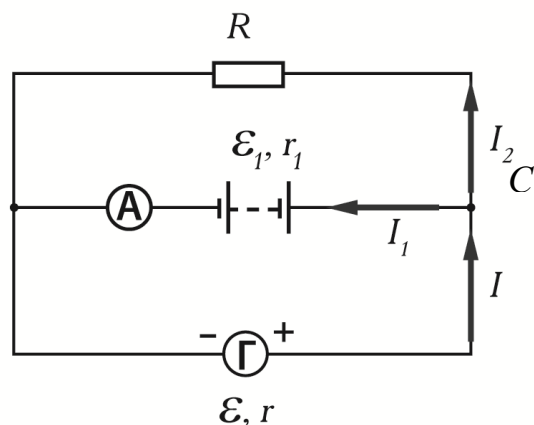


Рис. 56

*Решение.*

Рассмотрим первый случай, когда ключ разомкнут (рис. 55). При этом генератор отключен, источник тока – аккумулятор. Сила тока  $I_0$ , которую в этом случае показывает амперметр, рассчитывается по закону Ома для полной цепи.

$$I_0 = \frac{\varepsilon_1}{(R+r_1)}.$$

$$I_0 = \frac{12}{4,1+0,06} = 2,9(\text{А}).$$

Рассмотрим второй случай, когда ключ замкнут (рис. 56). При этом идет зарядка аккумулятора током  $I_1$ . Через электрооборудование сопротивлением  $R$  проходит ток  $I_2$ , а ток, идущий от генератора, составляет  $I$ .

По первому правилу Кирхгофа для узла  $C$  (рис. 56):

$$I = I_1 + I_2. \quad (120)$$

Применим второе правило Кирхгофа для нижнего контура (рис. 56), включающего генератор и аккумулятор. При обходе контура *против часовой стрелки* имеем:

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}_1 = Ir + I_1 r_1. \quad (121)$$

Для верхнего контура по второму правилу Кирхгофа:

$$\mathcal{E}_1 = -I_1 r_1 + I_2 R. \quad (122)$$

Решая систему уравнений (120)–(122), получим

$$I_1 = 0,95 \text{ А.}$$

*Ответ:*  $I_0 = 2,9 \text{ А}$ ,  $I_1 = 0,95 \text{ А}$ .

### Задача 12.2

Какую наибольшую мощность можно получить от генератора с ЭДС  $\mathcal{E} = 100 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r = 200 \text{ Ом}$ ?

*Решение.*

Пусть к выходу генератора подключен потребитель сопротивлением  $R$ . Тогда мощность  $P$ , выделяющаяся на нагрузке, равна

$$P = I^2 R, \quad (123)$$

где  $I$  – сила тока в цепи.

Силу тока определим из закона Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}. \quad (124)$$

Из соотношений (123) и (124) имеем

$$P = \mathcal{E}^2 \frac{R}{(R+r)^2}. \quad (125)$$

Из последнего соотношения (125) видно, что выделяющаяся мощность зависит от сопротивления нагрузки. При малом сопротивлении нагрузки ( $R \rightarrow 0$ ) мощность мала ( $P \rightarrow 0$ ). При большом сопротивлении нагрузки ( $R \rightarrow \infty$ ) мощность также мала ( $P \rightarrow 0$ ). Каким же образом определить сопротивление нагрузки  $R$ , при котором выделяющаяся мощность  $P$  максимальна?

Для ответа на этот вопрос исследуем функцию  $P(R)$  и определим максимум функции.

$$\begin{aligned} P'(R) &= 0; \\ \left( \mathcal{E}^2 \frac{R}{(R+r)^2} \right)' &= 0. \end{aligned}$$

Легко видеть, что максимум исследуемой функции достигается при  $R = r$ .

Максимальная выделяющаяся мощность при этом равна

$$P_{max} = \mathcal{E}^2 \frac{r}{(r+r)^2};$$

$$P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r};$$

$$P_{max} = \frac{100^2}{4 \cdot 20} = 125(\text{Вт}).$$

Ответ:  $P_{max} = 125$  Вт.

### Задача 12.3

Конденсатор ёмкостью  $C = 100$  мкФ зарядили до напряжения  $U_0 = 12$  В и подключили к резистору сопротивлением  $R = 50$  кОм. Начертите график зависимости силы тока от времени при разрядке конденсатора.

*Решение.*

В цепи, схема которой изображена на рис. 57, количество теплоты, выделяющееся на нагрузке (резисторе) при разрядке конденсатора, определяется убылью энергии электрического поля конденсатора. Пусть в некоторый момент времени сила тока через резистор равна  $i$ .

Тогда количество теплоты  $dQ$ , выделяющееся на резисторе за малый интервал времени  $dt$ , равно

$$dQ = i^2 R dt. \quad (126)$$

Энергия электрического поля конденсатора  $W$  определяется выражением

$$W = \frac{q^2}{2C},$$

где  $q$  – заряд конденсатора.

$$dW = \frac{2q dq}{2C};$$

$$dW = \frac{q}{C} dq. \quad (127)$$

В соответствии с законом сохранения энергии

$$dW + dQ = 0.$$

С учетом соотношений (126) и (127) имеем

$$\frac{q}{C} dq + i^2 R dt = 0;$$

$$\frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + i^2 R = 0. \quad (128)$$

По определению силы тока

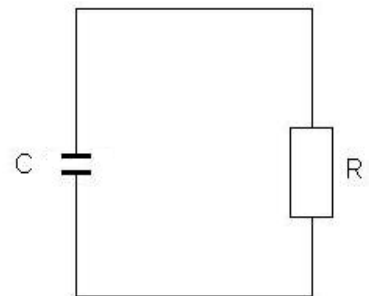


Рис. 57



$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (129)$$

Тогда с учетом (129) выражение (128) можно преобразовать:

$$\frac{q}{C} i + i^2 = 0;$$

$$\frac{q}{C} + iR = 0;$$

$$iR = -\frac{q}{C};$$

$$\frac{dq}{dt} \cdot R = -\frac{q}{C};$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt.$$

Проинтегрировав последнее выражение, имеем

$$\ln q(t) = -\frac{1}{RC}t + const,$$

где  $const$  – константа интегрирования, которую легко определить из начальных условий.

При  $t = 0$

$$q(0) = q_0,$$

где  $q_0$  – первоначальный заряд конденсатора.

Тогда

$$const = \ln q_0$$

и

$$\ln q(t) = -\frac{1}{RC}t + \ln q_0.$$

$$\ln \frac{q(t)}{q_0} = -\frac{1}{RC}t.$$

Отсюда

$$q(t) = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (130)$$

Первоначальный заряд конденсатора легко определить:

$$C = \frac{q_0}{U_0}.$$

Тогда

$$q_0 = CU_0.$$

Подставив последнее выражение в соотношение (130), имеем

$$q(t) = CU_0 e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Используя соотношение (129), окончательно получим для величины силы тока следующее выражение:

$$i(t) = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}};$$

$$i(t) = 2,4 \cdot 10^{-4} e^{-\frac{t}{50}} \text{ (A)}.$$

График зависимости силы тока от времени при разрядке конденсатора изображен на рис. 58

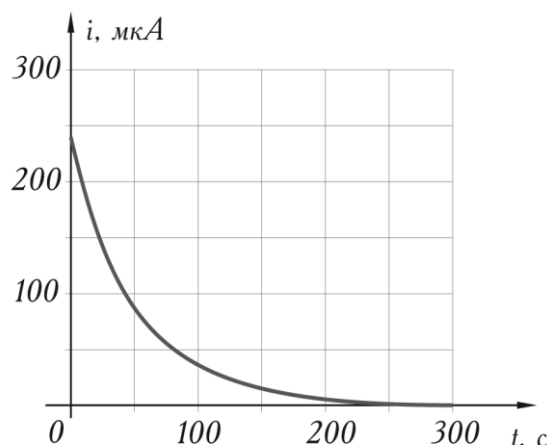


Рис. 58

## Тема 5 (для самостоятельного изучения)

### ПОЛУПРОВОДНИКИ

#### План изучения темы

1. Особые свойства полупроводников.
2. Элементы зонной теории.
3. Роль примеси в полупроводниках.

Помимо проводников и изоляторов существует обширная группа химических элементов и химических соединений, называемая полупроводниками. Полупроводники имеют целый ряд свойств, которые их отличают от других веществ:

- сопротивление полупроводников, как правило, уменьшается с ростом температуры,
- сопротивление полупроводников уменьшается при действии на них света,
- возможен особый характер движения электронов в полупроводниках,
- сопротивление полупроводников сильно зависит от различного рода примесей в них.

В отличие от металлов *при увеличении температуры сопротивление полупроводников уменьшается*. Это свойство полупроводников использовано в приборе *терморезисторе (термисторе)*.

Включим термистор в электрическую цепь, содержащую источник тока и амперметр. При комнатной температуре сила тока в цепи невелика. При нагревании же термистора сила тока в цепи увеличивается в несколько раз, следовательно, сопротивление термистора уменьшается. Термисторы применяют в устройствах автоматической регулировки температуры: бытовая электроника (холодильники и морозильники, посудомоечные машины), автомобильная электроника (измерение температуры воды или масла, контроль температуры в салоне автомобиля), телекоммуникации (измерение и компенсация температуры в мобильных телефонах) и так далее. Используют термисторы для измерения температуры (возможный интервал измеряемых температур от  $-260\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) и мощности электромагнитного излучения.

Зависимость сопротивления полупроводника от его освещённости использована в приборе фоторезисторе. Соберём электрическую цепь, подключив к источнику тока амперметр и фоторезистор. Когда фоторезистор не освещён, тока в цепи практически нет. Но, если направить на фоторезистор свет от лампы, возникает заметный по величине ток. Следовательно, *при освещении полупроводника его сопротивление уменьшается*. В зависимости от использованного полупроводникового материала фоторезисторы чувствительны к различным диапазонам электромагнитного излучения (инфракрасному, видимому, ультрафиолетовому). Фоторезисторы находят самое широкое применение в различной автоматике: датчики пересечения инфракрасного луча для охранной сигнализации и для защиты персонала от входа в опасные зоны, датчики контроля загрязнения воды и контроль за запылённостью на различных объектах, устройства для фотоприборов, ведущих счёт деталей, перемещающихся по конвейеру, или измеряющих влажность по отражённому свету от поверхности изделия.

Проводимость металлов была ранее объяснена нами в рамках модели газа свободных электронов, заполняющего кристаллическую решётку. Но по какой причине одни вещества являются проводниками, а другие изоляторами или полупроводниками? При поиске ответа на

этот вопрос необходимо учитывать взаимодействие атомов между собой и с электронами.

Атомы, как вам известно, являются *квантовыми системами*. Строгое научное описание свойств атомов и их взаимодействия с другими атомами возможно только в рамках *квантовой физики*. В начале двадцатого века учёные выяснили, что законы механики Ньютона (законы классической физики, как их принято называть) неприменимы для описания движения и взаимодействия микрочастиц (электронов, атомов). Трудями многих выдающихся учёных была создана *квантовая механика* – теория, устанавливающая способ описания и законы движения микрочастиц и их систем.

Первая теория строения атома, в основу которой были положены квантовые представления, была разработана великим датским физиком и теоретиком Нильсом Бором в 1913 году. Нильс Бор установил, что энергия электрона в атоме не может иметь произвольное значение – *электрон в атоме может находиться только в строго определённых, неизменных со временем энергетических состояниях*.

На рисунке 59 приведена энергетическая диаграмма атома водорода, рассчитанная Нильсом Бором. Условно каждое допустимое энергетическое состояние атома с определённым номером  $n$  изображено горизонтальной чертой – *энергетическим уровнем*. Энергия состояния указана на диаграмме в электронвольтах<sup>1</sup> и она имеет отрицательные значения. Почему? При построении диаграммы энергия «наиболее энергичного» электрона, который сможет удалиться от ядра, преодолев его притяжение, принимается равной нулю. Поэтому энергия остальных, «менее энергичных» электронов, которые «не могут выпрыгнуть из потенциальной ямы», считается отрицательной.

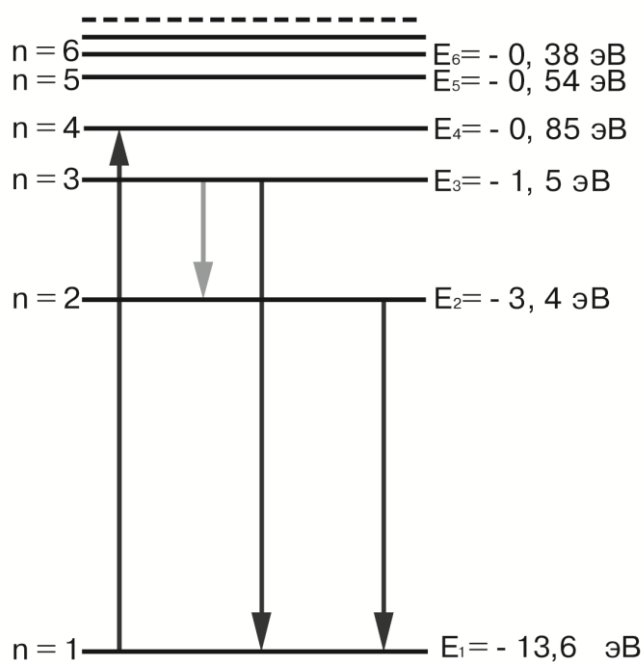


Рис. 59

<sup>1</sup> 1 эВ = 1,60219 · 10<sup>-19</sup> Дж.

Теория Нильса Бора смогла объяснить загадку *линейчатых спектров*. Если взять вещество в газообразном состоянии и сообщить атомам избыток энергии, например при протекании тока через газ, то газ будет светиться. При этом атомы, получившие избыток энергии, излучают кванты строго определённой энергии при переходе электрона в атоме из состояния с большей энергией («высокий» энергетический уровень) в состояние с меньшей энергией («низкий» энергетический уровень).

Если вспомнить, как энергия кванта  $E$  связана с частотой  $\nu$  излучения:

$$E = h\nu,$$

где  $h$  - постоянная Планка,  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж · с,

то загадка линейчатых спектров разрешена: возбуждённые атомы излучают строго определённые частоты (длины волн), соответствующие определённым квантовым переходам в атоме.

Линейчатые спектры дают вещества в газообразном состоянии, то есть, когда атомы практически не взаимодействуют между собой и каждый атом обладает «индивидуальным» набором энергетических уровней, одинаковых для всех атомов одного и того же вещества (рис. 60).

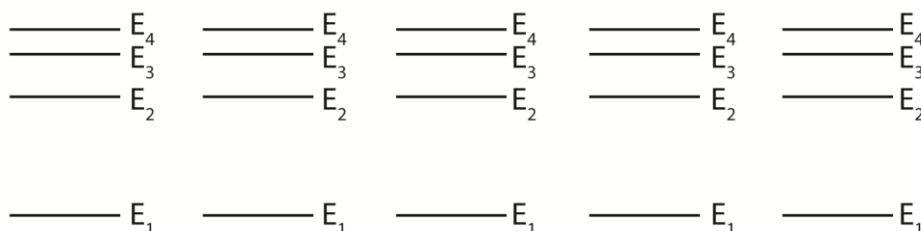


Рис. 60. Энергетические уровни невзаимодействующих атомов

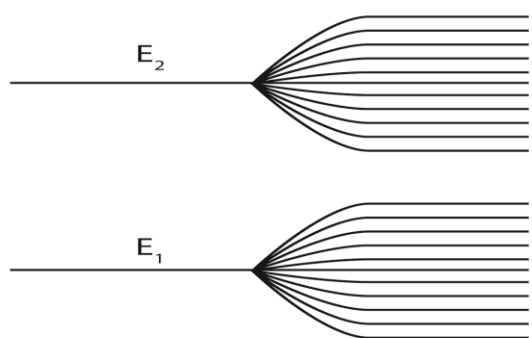


Рис. 61. Образование энергетических зон твёрдого

При образовании твёрдого тела, при сближении атомов и их взаимодействии множество изолированных уровней отдельных атомов объединяются в энергетическую зону (рис. 61). Образование зонного энергетического спектра (расщепление энергетических уровней) в твёрдом теле является сугубо квантовым эффектом, который обусловлен законами квантовой физики.

Так как число атомов в твёрдом теле сопоставимо с постоянной Авогадро ( $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$ ), а ширина энергетической зоны составляет порядка нескольких электронвольт, то «расстояние» между соседними энергетическими уровнями равно:

$$\frac{1 \text{ эВ}}{10^{23}} \sim 10^{-23} \text{ эВ}$$

Средняя энергия теплового движения частиц  $\bar{E}$  составляет при комнатной температуре ( $T = 300 \text{ К}$ )

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT,$$

где  $k$  - постоянная Больцмана,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ .

$$\bar{E} = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 300 \text{ К.}$$

$$\bar{E} = 6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

$$\bar{E} = 0,04 \text{ эВ.}$$

Этой энергии более чем достаточно для перехода электрона с одного энергетического уровня на другой в пределах одной энергетической зоны.

Введём следующие обозначения: основную энергетическую зону (на рис. 61 это зона, образованная при расщеплении энергетического уровня  $E_1$ ), заполненную электронами, будем называть *валентной зоной*, зону возбуждённых уровней (на рис. 61 это зона, образованная при расширении энергетического уровня  $E_2$ ) будем называть *зоной проводимости*, а энергетическое «расстояние» от «потолка» валентной зоны до «дна» зоны проводимости – *запрещённой зоной*. Соответствующая схема зон представлена на рис. 62.

Упрощая ситуацию, можно сказать, что с точки зрения зонной теории различия в электрических свойствах металлов, изоляторов и полупроводников объясняются шириной запрещённой зоны  $\Delta E$ .

Если ширина запрещённой зоны  $\Delta E$  равна нулю или зона проводимости и валентная зона и вовсе перекрываются (рис. 63), то

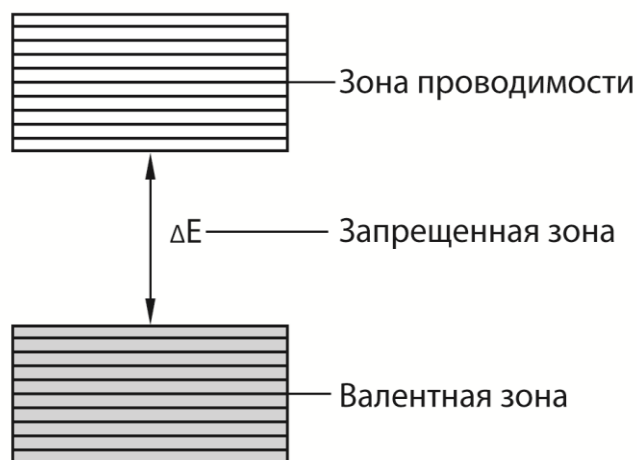


Рис. 62

вещество обладает металлическими свойствами. В этом случае часть электронов уже свободна – находится в зоне проводимости. Либо электрон, незначительно увеличив свою энергию за счёт электрического поля или теплового движения, может перейти на более высокий энергетический уровень (напомним, что «расстояние» между уровнями всего  $\sim 10^{-23}$  эВ). Такие свободные электроны и создают электрический ток в металле<sup>1</sup>.

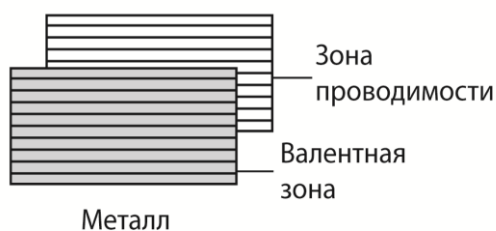


Рис. 63

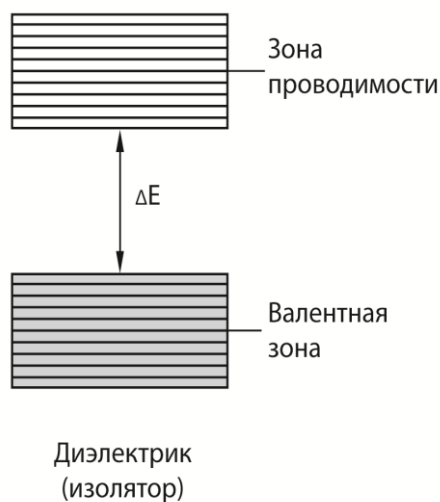


Рис. 64

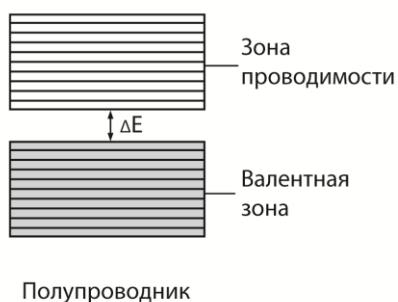


Рис. 65

В диэлектриках «ширина» запрещённой зоны более 2 эВ (рис. 64). При абсолютной температуре 0 К все электроны у диэлектриков находятся в валентной зоне, а в зоне проводимости (в отличие от металлов) электронов нет. При повышении температуры лишь ничтожное число электронов, чья энергия во много раз больше средней энергии теплового движения, могут преодолеть запрещённую зону и оказаться в зоне проводимости. Поэтому диэлектрики не имеют свободных электронов и не проводят электрический ток.

С точки зрения зонной теории принципиального отличия полупроводников от диэлектриков нет. У полупроводников между зоной проводимости и валентной зоной существует запрещённая зона, но «ширина» запрещённой зоны у них существенно меньше, чем у диэлектриков (рис. 65). Так, например, у таких типичных

<sup>1</sup> Движение электрона в квантовой механике рассматривается как процесс перехода из одного возможного квантового состояния в другое. Чтобы такие переходы были возможны, необходимо чтобы доступное по энергии квантовое состояние было свободно, не занято электроном. Именно такая ситуация и наблюдается в металлах.

полупроводников как германий (Ge) и кремний (Si) «ширина» запрещённой  $\Delta E$  зоны равна соответственно 0,7 эВ и 1,1 эВ.

При абсолютной температуре 0 К полупроводник, также как и диэлектрик, не будет проводить электрический ток. Свободных электронов в зоне проводимости нет, а валентная зона заполнена и отсутствуют свободные квантовые состояния, по которым мог бы перемещаться электрон.

При повышении температуры ситуация изменяется. Благодаря малой «ширине» запрещённой зоны некоторая часть электронов может быть «заброшена» тепловым движением из валентной зоны в зону проводимости (рис. 66). Хотя при комнатной температуре ( $T \approx 300$  К) средняя энергия теплового движения частиц и составляет всего около 0,04 эВ (что существенно меньше «ширины» запрещённой зоны), но имеются и электроны, чья энергия гораздо выше, чем средняя величина.

С ростом температуры число электронов, которые могут преодолеть энергетический «барьер» - запрещённую зону, возрастает. По этой причине – увеличение числа свободных носителей заряда – сопротивление полупроводников уменьшается при повышении температуры.

Сопротивление полупроводников уменьшается также и при их освещении. Воспринимаемый нами зрительно диапазон (оптическое излучение) – это электромагнитное излучение с длинами волн от 0,4 мкм до 0,76 мкм. Напомним, что длина волны  $\lambda$ , частота излучения  $\nu$  и скорость света  $c$  ( $c = 2,9979 \cdot 10^8$  М/с) связаны соотношением

$$c = \lambda \nu.$$

Используя данное соотношение и выражение для энергии кванта, получим

$$E = \frac{hc}{\lambda}.$$

Вычислим в качестве примера энергию кванта инфракрасного излучения ( $\lambda = 0,76$  мкм)

$$E = 2,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

$$E = 1,6 \text{ эВ.}$$

Расчёт показывает, что квант излучения с такой энергией способен «помочь» электрону преодолеть запрещённую зону в полупроводниках. Следовательно, причина уменьшения сопротивления полупроводников при их освещении та же, что и при повышении температуры – увеличение числа свободных носителей заряда.



Рассмотренные нами элементы зонной теории позволили выяснить, почему и каким образом сопротивление полупроводников зависит от температуры и освещённости. Также зонная теория позволяет выяснить, каковы механизмы проводимости в полупроводниках!

*Во-первых*, электроны, оказавшиеся в зоне проводимости, могут совершать внутризональные квантовые переходы (в зоне проводимости есть свободные квантовые состояния!). При этом электроны могут *перемещаться в пространстве* по полупроводнику под действием электрического поля, от которого электроны и «черпают» энергию для осуществления квантовых переходов с одного энергетического уровня на другой. Такой механизм проводимости сродни проводимости, существующей в металлах, и называется *электронной проводимостью*.

*Во-вторых*, переход электронов из валентной зоны в зону проводимости освобождает квантовые состояния в валентной зоне (рис.66). Поэтому в полупроводниках реализуется и *иной механизм проводимости*: электроны, находящиеся в валентной зоне, могут совершать внутризональные квантовые переходы (в валентной зоне возникли свободные квантовые состояния!). При этом электроны также будут *перемещаться в пространстве* под действием электрического поля, внося свой вклад в электрический ток в полупроводнике.

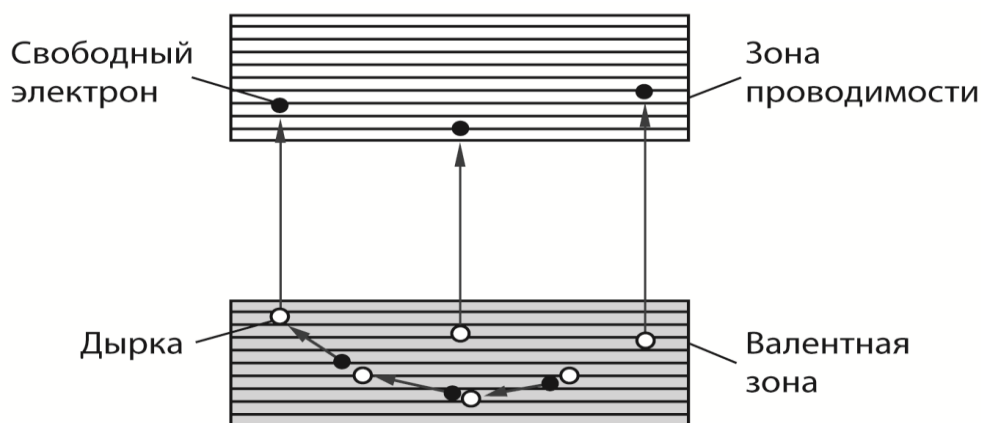


Рис. 66

Свободные квантовые состояния в валентной зоне, которое покинул электрон, имеющий отрицательный заряд, называют в физике полупроводников «дыркой». Дырке приписывают положительный заряд, и вместо того, чтобы анализировать движение электронов валентной зоны, принято описывать движение положительной квазичастицы (как бы частицы) дырки. Такой механизм проводимости называют *дырочной проводимостью*.

Мы рассмотрели с вами электропроводность идеального проводника, в котором отсутствуют дефекты, например, в виде примесей. Электропроводность чистого беспримесного полупроводника принято называть собственной электропроводностью.

*Собственная электропроводность полупроводников обусловлена электронной и дырочной проводимостью.*

Даже малейшее количество примесей разительным образом меняет картину электропроводности в полупроводниках. Примесь резко изменяет и величину электропроводности, и то, какой из механизмов проводимости преобладает – электронная или дырочная. Так например, добавление к чистому кристаллу кремния фосфора в пропорции всего 1 атом фосфора на 100 000 атомов кремния увеличивает электропроводность кристалла более, чем сто тысяч раз! При этом практически полностью прохождение тока через кристалл осуществляется только путём электронной проводимости<sup>1</sup>. *Электропроводность полупроводника, обусловленная наличием примеси в полупроводнике, называют примесной электропроводностью.*

Чем же обусловлена зависимость электрических свойств полупроводников от наличия примеси в них? Это объясняется тем, что при введении примеси в энергетическом спектре полупроводника в запрещённой зоне возникают *добавочные энергетические уровни*.

Так при введении в кристалл германия (Ge) или кремния (Si)<sup>2</sup> в качестве примеси элементов V группы Периодической системы фосфора (P), мышьяка (As) в запрещённой зоне возникают добавочные примесные энергетические уровни вблизи дна зоны проводимости (рис. 67).

---

<sup>1</sup> Представьте, как сложно было изучать полупроводники и получать достоверные сравнимые экспериментальные результаты, если в начале 20 века вещества с концентрацией примеси 0,1 % уже считались чистыми. Никогда ранее физики не встречались с ситуацией, когда фундаментальные свойства изучаемого материала в такой бы степени зависели от ничтожного количества примеси в нём.

<sup>2</sup> Германий и кремний – элементы IV группы Периодической системы.

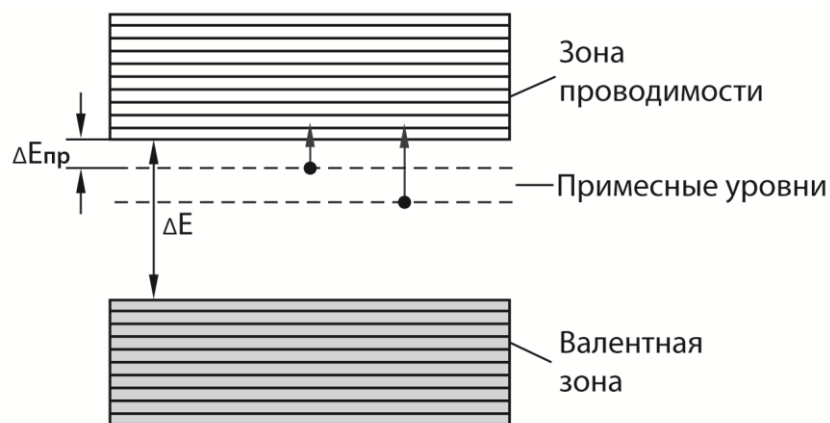


Рис. 67. Энергетический спектр полупроводника с донорной примесью (полупроводник *n*-типа)

В этом случае энергетическое «расстояние» от примесных уровней до дна зоны проводимости  $\Delta E_{\text{пр}}$  невелико по сравнению с «шириной» запрещённой зоны  $\Delta E$

$$\Delta E_{\text{пр}} < \Delta E.$$

По этой причине электроны, заполнявшие примесные уровни, практически полностью переходят в зону проводимости. Действительно, если раньше энергетическую щель запрещённой зоны могли преодолеть только «редкостные энергетические гиганты – электроны», совершающие переход «валентная зона - зона проводимости», то при наличии примесных уровней переход электронов с примесных уровней в зону проводимости - рядовое энергетическое событие. *Примесь, поставляющая электроны в зону проводимости, называется донорной примесью.*

Полупроводники с донорной примесью называют *полупроводниками n-типа* (от английского слова *negative* - отрицательный).

Если ввести в кристалл германия или кремния элементы III группы Периодической системы галлий (Ga), индий (In), то ситуация будет диаметрально противоположной. В запрещённой зоне возникают добавочные примесные энергетические уровни вблизи потолка валентной зоны (рис. 68).

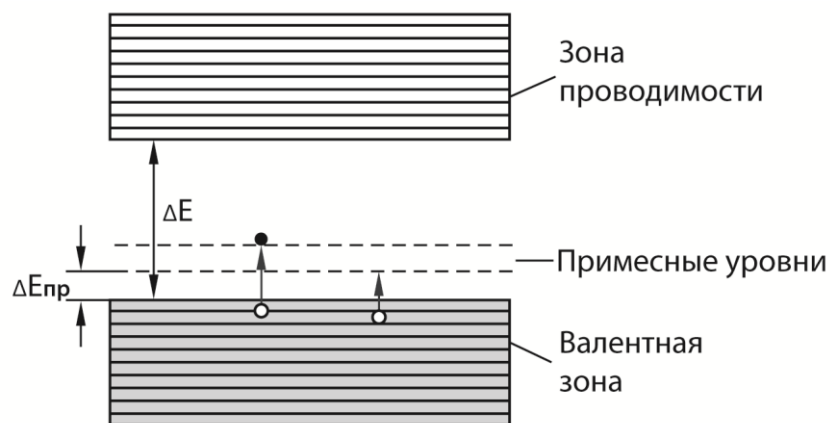


Рис. 68. Энергетический спектр полупроводника с акцепторной примесью (полупроводник *p*-типа)

Это даёт возможность электронам из валентной зоны «заселить» примесные уровни. Примесь, предоставляющая возможность перехода электронам из валентной зоны на дополнительные примесные уровни, называется *акцепторной* примесью. Благодаря акцепторной примеси в валентной зоне возникают свободные квантовые состояния – дырки.

Полупроводники с акцепторной примесью называют *полупроводниками p - типа* (от английского слова *positive* - положительный).

### Литература

- I. С. 442–443. § 240. Понятие о зонной теории твёрдых тел  
 С. 443–445. § 241. Металлы, диэлектрики и полупроводники по зонной теории  
 С. 445–446. § 242 (частично). Собственная проводимость полупроводников  
 С. 448–450. § 243. Примесная проводимость полупроводников  
 II. Часть II. С. 320–326. § 19. Ток в полупроводниках. Собственная и примесная проводимости полупроводников

### Вопросы для самоконтроля

1. Чем различаются с точки зрения зонной теории металлы и диэлектрики? полупроводники и диэлектрики?
2. Термистор подключён к источнику тока напряжением 3 В (рис. 69). Каково показание миллиамперметра в данной цепи при температуре термистора  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

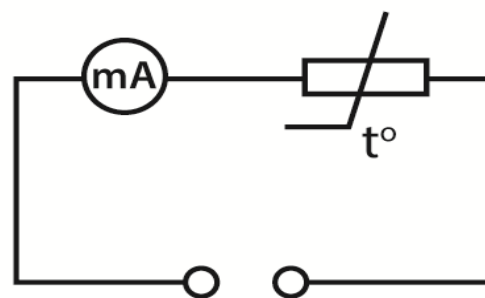


Рис. 69

Зависимость сопротивления термистора от температуры приведена в таблице:

Температура термистора, °С	-25	0	25	50	75	100	150	200
Сопротивление термистора, кОм	580	145	46	16,4	6,7	3,2	0,83	0,30

3. Типичными полупроводниками, широко использующимися в современной электронике, являются германий и кремний. Заполните таблицу, приведённую ниже, исходя из того, что примесные полупроводники изготовлены на их основе.

Название примесного полупроводника	Полупроводник <i>n</i> -типа ( <i>n</i> - Ge, <i>n</i> - Si)	Полупроводник <i>p</i> -типа ( <i>p</i> - Ge, <i>p</i> - Si)
Название примеси в полупроводнике		
Примеры химических элементов, которые могут быть использованы в качестве примеси		
К какой группе (группам) Периодической системы относится примесь		
Каков (в основном) механизм проводимости		
Основные носители заряда		
Неосновные носители заряда		
Энергетический спектр		

4. Сравните электронную примесную проводимость полупроводников и дырочную примесную проводимость полупроводников.

5. Одним из полупроводниковых материалов является арсенид индия (InAs) — химическое соединение индия и мышьяка. Ширина запрещённой зоны в данном полупроводнике составляет 0,354 эВ. Оцените, может ли арсенид индия быть использован для регистрации инфракрасного (ИК)-излучения?

## Тема 6 (для самостоятельного изучения)

### *p-n-ПЕРЕХОД*

#### *План изучения темы*

1. *p-n-Переход.*
2. Полупроводниковый диод.
3. Фотоэлемент.
4. Транзистор.

*p-n-Переходом* называют *контакт в кристалле полупроводника двух различных примесных областей* полупроводника с дырочной и электронной проводимостями. Практически, например, можно создать *p-n-переход* в процессе выращивания кристалла полупроводника, добавляя в растущий кристалл первоначально акцепторную, а затем донорную примесь.

Важную роль в образовании *p-n-перехода* играет явление *диффузии*. Обратимся к рис. 70, на котором изображена схема *p-n-перехода*.

В области полупроводника, снабжённого донорной примесью (полупроводник *n*-типа), концентрация электронов существенно выше, чем в области полупроводника, снабжённого акцепторной примесью (полупроводник *p*-типа).

По этой причине будет происходить диффузия электронов через *p-n-переход* из полупроводника *n*-типа в полупроводник *p*-типа. Электроны, попадая в область полупроводника *p*-типа, во-первых, приносят отрицательный электрический заряд, во-вторых, встречаясь с дырками, электроны заполняют свободные квантовые состояния в валентной зоне и в области полупроводника *p*-типа, прилегающей к *p-n-переходу*, *исчезают свободные носители заряда*.

Аналогичным образом дырки диффундируют через *p-n-переход* из области *p*-типа в область *n*-типа. «Дырки» приносят в полупроводник *p*-типа положительный заряд, встречаются с электронами и происходит

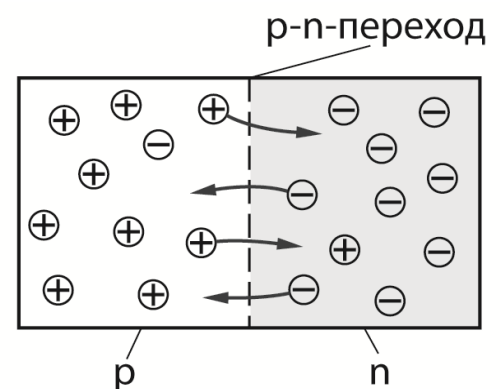


Рис. 70

обеднение области полупроводника  $n$ -типа, прилегающей к  $p$ - $n$ -переходу, свободными носителями заряда.

Образовавшийся за счёт диффузии электронов и дырок слой на  $p$ - $n$ -переходе, практически не содержащий свободных носителей заряда, называют *запирающим слоем* (рис. 71). Сопротивление запирающего слоя, очевидно, существенно больше, чем сопротивление других областей кристалла полупроводника.

Запирающий слой представляет собой своеобразный конденсатор, где электроны, диффундировавшие в полупроводник  $p$ -типа, образуют отрицательно заряженную «обкладку конденсатора», а дырки, проникшие в полупроводник  $n$ -типа, - положительно заряженную «обкладку конденсатора» (рис. 71).

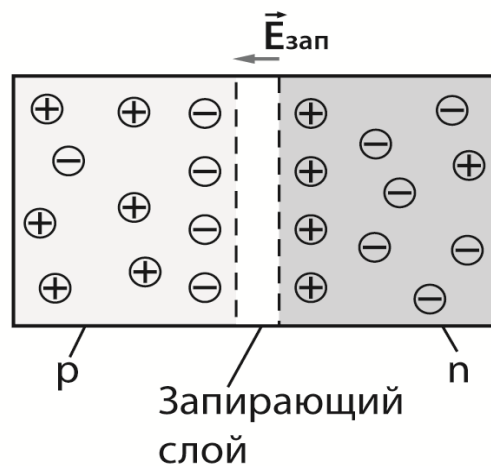


Рис. 71

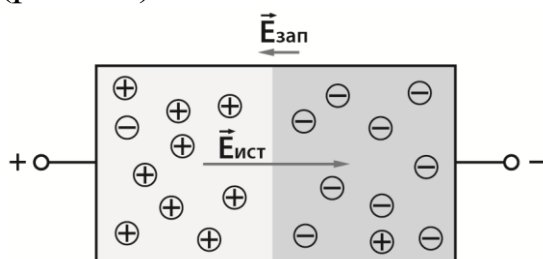


Рис. 72

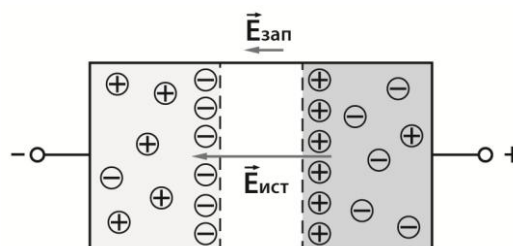


Рис. 73

Включим  $p$ - $n$ -переход в электрическую цепь так, как это показано на рис. 72. Электрод батареи с более высоким значением потенциала («плюс» батареи) подключён к области  $p$ -типа, а электрод батареи с более низким значением потенциала («минус» батареи) – к области  $n$ -типа. Напряжённость электрического поля, созданного источником в полупроводнике  $\vec{E}_{\text{ист}}$ , направлена противоположно напряжённости электрического поля запирающего слоя  $\vec{E}_{\text{зап}}$ . В итоге напряжённость электрического поля на запирающем слое уменьшается, либо вовсе становится равной нулю или меняет направление на противоположное в сравнении с первоначальным. В такой ситуации толщина запирающего слоя уменьшается, либо запирающий слой полностью исчезает – исчезает область повышенного электрического сопротивления. Ничто не препятствует движению дырок и электронов



через  $p$ - $n$ -переход под действием электрического поля источника тока. Как говорят,  $p$ - $n$ -переход включён в «прямом направлении», его электрическое сопротивление мало и через  $p$ - $n$ -переход идёт ток.

Что произойдёт, если поменять полярность подключения батареи (рис. 73)? При таком включении полупроводника в электрическую цепь напряжённость электрического поля на запирающем слое увеличится. Электрическое поле удалит дырки в области  $p$ -типа от  $p$ - $n$ -перехода и одновременно оно удалит электроны в области  $n$ -типа от  $p$ - $n$ -перехода. В результате ширина запирающего слоя, обусловленного свободными носителями заряда, увеличится, следовательно, электрическое сопротивление  $p$ - $n$ -перехода возрастёт. Через  $p$ - $n$ -переход при таком направлении электрического поля могут «путешествовать» только неосновные носители заряда – электроны из области  $p$ -типа и дырки из области  $n$ -типа. Но неосновных носителей заряда в примесном полупроводнике крайне мало, и тока через  $p$ - $n$ -переход практически не будет. Как говорят,  $p$ - $n$ -переход включён в «обратном» направлении, его электрическое сопротивление велико и ток через  $p$ - $n$ -переход не идёт.

Одним из приборов, в котором используется свойство односторонней проводимости  $p$ - $n$ -перехода, является полупроводниковый диод (рис. 74). Условное обозначение диода изображено на рис. 75.

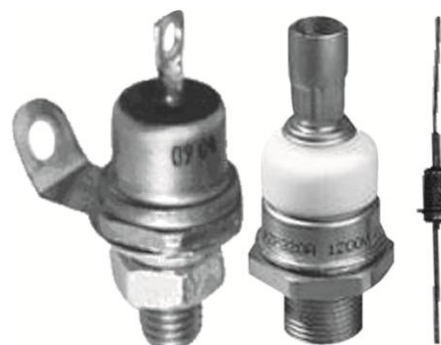


Рис. 74

$p$ - $n$ -Переход диода может быть изготовлен следующим образом: в кристалл германия  $n$ -типа (с донорной примесью) вплавляют акцепторную примесь, например, индий. В результате часть кристалла германия приобретает дырочную проводимость и становится полупроводником  $p$ -типа (рис. 76).

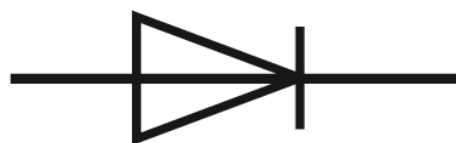
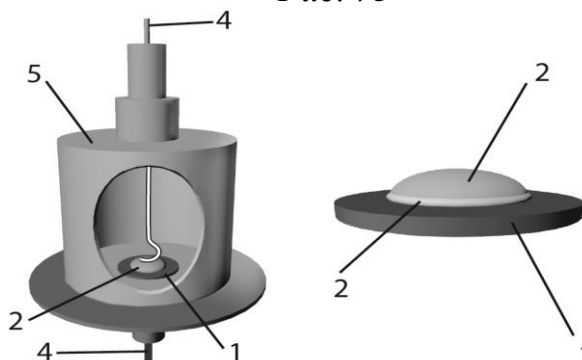


Рис. 75

Рис. 76

- 1 - кристалл германия  $n$ -типа
- 2 - кристалл германия  $p$ -типа
- 3 -  $p$ - $n$ -переход
- 4 - контакты
- 5 - корпус





Вольт-амперная характеристика диода изображена на рис. 77. Правая часть графика соответствует «прямому» включению диода (рис. 72). При таком включении диода в электрическую цепь уже при напряжении в доли вольта сила тока составляет 10 мА, то есть в 20 000 раз больше, чем при «обратном» включении диода. Левая часть графика соответствует «обратному» включению диода (рис. 73). Даже при напряжении в сотни вольт ток составляет всего 0,5 мкА.

Обратите внимание (рис. 74), *p-n*-переход полупроводникового диода находится в непрозрачном для света корпусе.

И это, как вы понимаете, неспроста – полупроводниковые материалы чувствительны к световому воздействию. Это «недостаток» полупроводников является основой работы фотоэлементов. Полупроводниковые фотоэлементы – это устройства для прямого преобразования энергии светового излучения в электрическую энергию.

В качестве примера рассмотрим, как устроен кремниевый фотоэлемент (рис. 78). Основой фотоэлемента служит пластина кристаллического кремния *n*-типа 1 толщиной в десятые доли миллиметра. На поверхности кремния путём диффузии бора или алюминия (акцепторные примеси) создаётся область кремния *p*-типа 2. Толщина этой области составляет не более тысячной доли миллиметра. На границе этой области с кристаллом кремния *n*-типа и образуется *p-n*-переход 3. Для создания электрического контакта на область кремния *p*-типа в вакууме напыляется металлическая плёнка 4, которая прозрачна для света. К металлической плёнке и кристаллу кремния крепятся металлические контакты 5.

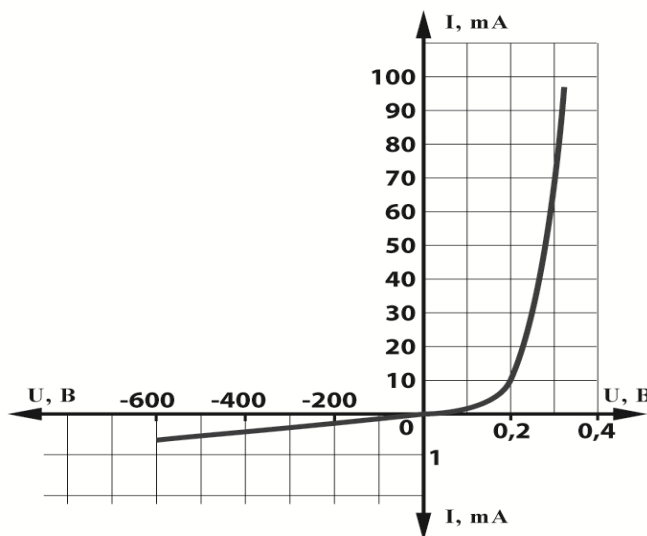


Рис. 77

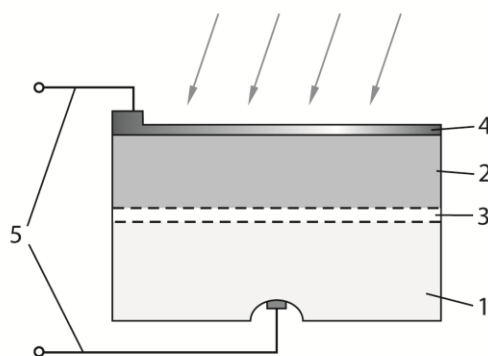


Рис. 78

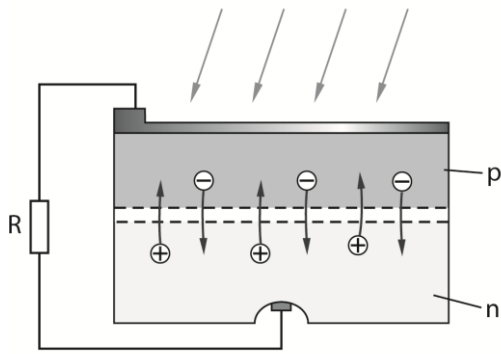


Рис. 79

Направим поток света на фотоэлемент (рис. 79)? При поглощении квантов света и в полупроводнике  $p$ -типа, и в полупроводнике  $n$ -типа происходит переход электронов из валентной зоны в зону проводимости. Таким образом, в обеих областях полупроводникового кристалла возникают дополнительные свободные носители заряда – электроны и дырки.

Дырки, образовавшиеся в  $p$ -области, не могут миновать  $p$ - $n$ -переход – им препятствует электрическое поле запирающего слоя  $p$ - $n$ -перехода. Но неосновные носители заряда в полупроводнике  $p$ -типа – электроны – могут миновать  $p$ - $n$ -переход. Аналогичная картина для неосновных носителей заряда в полупроводнике  $n$ -типа – для дырок: они также могут преодолеть переход. Таким образом, на одном полюсе «батарейки» – полупроводнике  $p$ -типа – скапливаются «плюсы», на другом полюсе «батарейки» – полупроводнике  $n$ -типа – скапливаются «минусы». И если подключить к фотоэлементу резистор, то в цепи будет идти ток, который поддерживается источником тока – фотоэлементом. ЭДС фотоэлемента невелика, она не может превышать разности потенциалов на запирающем слое  $p$ - $n$ -перехода, и составляет доли вольта. Однако, соединяя фотоэлементы последовательно, получают солнечные батареи, которые являются источником электрической энергии на космических станциях, в устройствах автоматики, для работы которых необходим автономный источник энергии и других приборах.

Наиболее распространённый прибор современной электроники – это транзистор. Транзисторы, вытеснив вакуумные лампы, со второй половины 20 века стали основными элементами тогдашних радиотехнических устройств. Первоначально каждый из транзисторов изготавливался в отдельном – индивидуальном – корпусе (рис. 80).

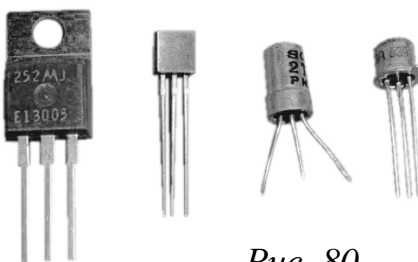


Рис. 80

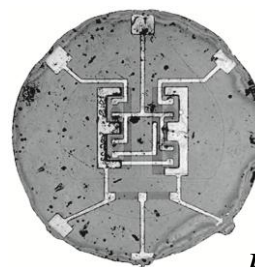


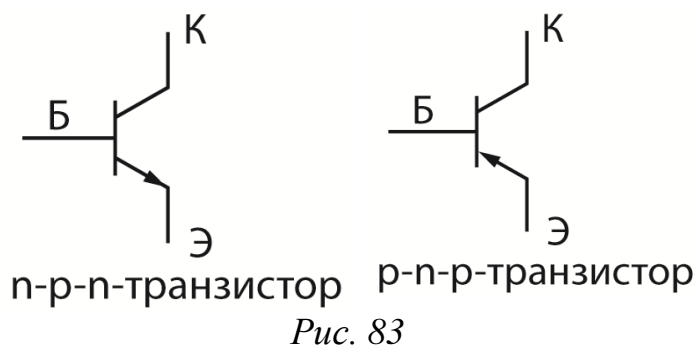
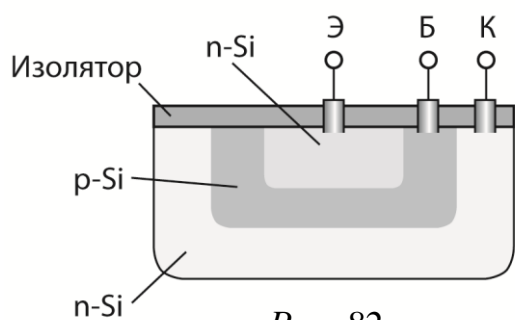
Рис. 81

Следующий принципиальный шаг – создание *интегральных схем* – систем, состоящих из множества транзисторов, диодов, конденсаторов, резисторов, изготавливаемых одновременно на одном полупроводниковом кристалле путём проведения многооперационного технологического процесса. Первая интегральная схема (1961 г.) содержала 4 транзистора и 2 резистора – всего 6 элементов (рис. 81). В 1965 году интегральная схема (ИС) содержала 30 элементов, в 1970 году – 1000, в 1975 году – 65 000 элементов. К 1982 году число компонентов ИС возросло до 200 000, к 1989 – до 1 400 000, к 2002 году – до 55 000 000, к 2011 году – до 3,9 млрд и так далее. Таковы впечатляющие темпы развития нового раздела электроники – *микроэлектроники*.

Зачем же нужны столь сложные интегральные схемы? В современных вычислительных устройствах (цифровых устройствах) обработка информации осуществляется, как вы знаете, в двоичной системе счисления. «Переводя» на язык электроники, это означает: логический «0» - отсутствие электрического сигнала, логическая «1» - наличие электрического сигнала. Поэтому элементной базой современных ЭВМ и являются интегральные схемы – устройства, позволяющие осуществить обработку электрических сигналов.

Основным же элементом интегральной схемы является транзистор – полупроводниковый элемент, способный преобразовывать электрические сигналы. Существует два типа транзисторов.

Далее мы рассмотрим устройство и принцип действия так называемого *биполярного транзистора с двумя p–n-переходами* (рис. 82).



Транзистор содержит три области, отличающиеся типом проводимости и концентрацией примеси: *эмиттер Э*, *база Б*, *коллектор К*. Эмиттер Э является полупроводником *n*-типа, база Б – полупроводником *p*-типа, а коллектор К – полупроводником *n*-типа. Такой транзистор содержит два электронно-дырочных перехода:

эмиттер-база и база-коллектор и называется  $n-p-n$ -транзистором. Возможен и иной вариант чередования областей в структуре транзистора, такой прибор называют  $p-n-p$ - транзистор. Условные обозначения транзисторов приведены на рисунке 83.

Рассмотрим *ключевой режим работы транзистора*, который используется в цифровых устройствах. Режим работы называется *ключевым*, потому что транзистор выполняет роль электронного «ключа», «замыкая» и «размыкая» цепь.

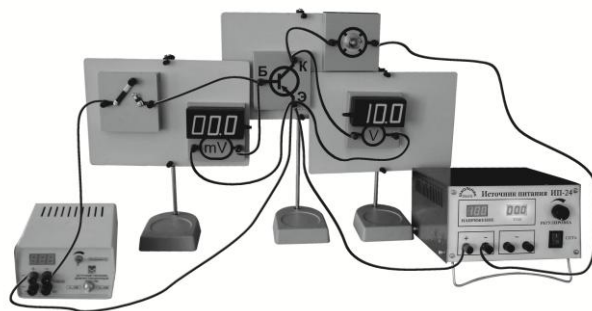
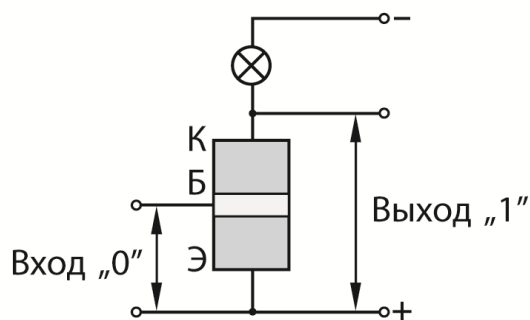


Рис. 84

Пусть  $n-p-n$ - транзистор включён в электрическую цепь (рис. 84) и пусть на «вход» - между эмиттером и базой - напряжение не подано (логический «0»). На выходе – между эмиттером и коллектором – напряжение будет равно напряжению источника (логическая «1»).

При этом ток через транзистор идти не будет, так как эмиттерный переход (эмиттер - база) находится в открытом состоянии, а коллекторный переход (коллектор-база) закрыт (рис. 84). На этом переходе сохранился запирающий слой, сопротивление перехода велико, и по этой причине ток через транзистор не идет. Лампа, включённая в цепь коллектора, светиться, очевидно, не будет и напряжение ней равно нулю.

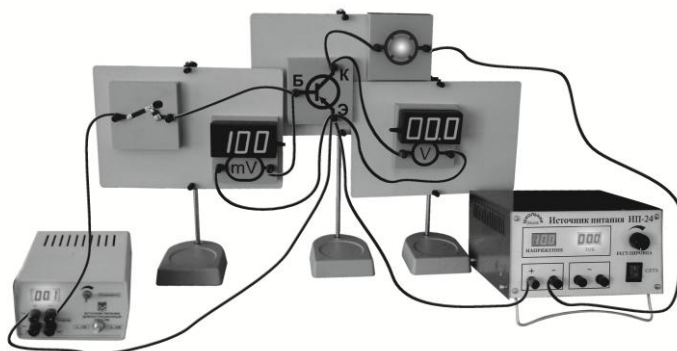
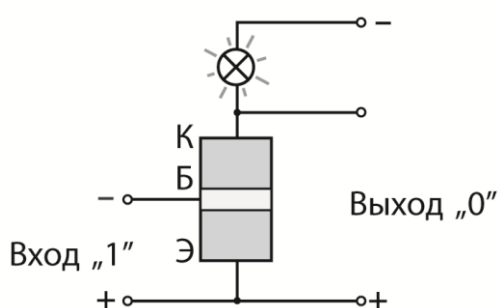


Рис. 85

Подадим на «вход» - между эмиттером и базой – напряжение (логическая «1»), так, чтобы на базу приходился более высокий

потенциал («плюс») относительно эмиттера (рис. 85). Электрическое поле, созданное между эмиттером и базой, «затягивает» электроны – основные носители тока в эмиттере – в базу. База – область с проводимостью  $p$ -типа, и часть электронов, попавших из эмиттера в базу, встречает дырки и «выбывает из игры» в качестве свободных носителей заряда. Но при изготовлении транзистора базу специально выполняют тонкой геометрической областью и концентрацию акцепторной примеси в базе делают не очень высокой. Поэтому большинство электронов, «растекаясь» диффундируя по базе, достигают коллекторного перехода (перехода между базой и коллектором). Этот  $n$ – $p$ – $n$ -переход «база - коллектор» находится в закрытом состоянии для дырок – основных носителей тока в базе. Но не для электронов, попавших в базу из эмиттера! Электроны «подхватываются» электрическим полем коллекторного перехода и через транзистор, в итоге, идёт ток. Лампа, включенная в цепь коллектора, светится, напряжение на лампе будет значительно, а на «выходе» - эмиттер – коллектор – сопротивление которых теперь невелико, напряжение станет практически равно нулю (логический «0»).

Таким образом, электрический сигнал на «входе» транзистора «включает» и «выключает» электрический сигнал на «выходе» транзистора. Применение подобных схем и обеспечивает быстроедействие современных ЭВМ.

### *Литература*

I. С. 460–462. § 249. Контакт электронного и дырочного полупроводников ( $p$ – $n$ -переход)

С. 463–465. § 250. Полупроводниковые диоды и триоды (транзисторы)

II. Часть II. С. 320–326. § 19. Ток в полупроводниках. Собственная и примесная проводимости полупроводников

С. 327–328. § 20 (частично). Запирающий слой. Полупроводниковые выпрямители, усилители и термоэлектрические батареи

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Оцените напряженность электрического поля запирающего поля в германии, считая поле однородным, если разность потенциалов на  $p$ – $n$ -переходе 0,7 В, а толщина запирающего слоя 8,5 мкм.

2. Диод и резистор сопротивлением 430 Ом соединены последовательно и подключены к источнику тока (рис. 86). При измерении напряжения

на диоде вольтметр показывает напряжение 0,2 В. Чему равна сила тока в цепи? Какое напряжение покажет вольтметр, когда его подключат к резистору? Чему равна ЭДС источника? Внутренним сопротивлением источника можно пренебречь. Вольт-амперная характеристика диода приведена на рис. 77.

3. При включении в электрическую цепь  $p-n-p$  транзистора (рис. 87) сила тока, протекающего через эмиттер, 10,2 мА, сила тока через коллектор 9,7 мА. Чему равна сила тока через базу?

4. По какой причине вакуумные радиолампы за редким исключением вытеснены полупроводниковыми приборами?

5. Постройте график зависимости числа элементов, содержащихся в одной интегральной схеме (ИС), от года создания ИС. Удастся ли вам построить этот график в линейном масштабе?

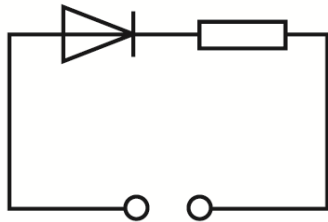


Рис. 86

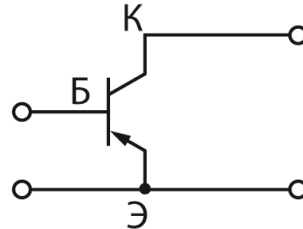


Рис. 87

## Лекция 13

### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

*К данной лекции студент должен*

- знать понятие векторного произведения;
- уметь применять интегральное исчисление.

#### *План лекции*

1. Магнитные явления. Магнитное поле.
2. Вектор магнитной индукции. Поток вектора магнитной индукции.
3. Закон Био – Савара – Лапласа.

#### *Литература*

I. С. 202–206. § 109 (частично). Магнитное поле и его характеристики

С. 207–208. § 110. Закон Био – Савара – Лапласа и его применение к расчету индукции магнитного поля

II. Часть II. С. 344–347. § 24. Постоянный магнит и круговой ток. Магнитные поля магнитов и токов

### Формулы

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$1. B = \frac{M_{\text{макс}}}{Is} \quad 2. \Phi = Bs \cos \alpha \quad 3. d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3}$$

$$4. B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{r} \quad 5. B = \mu_0 \mu \frac{I}{2r}$$

### Вопросы для самоконтроля

1. По каким правилам определяют направление вектора магнитной индукции? Как проводятся силовые линии магнитного индукции (линии магнитной индукции)?
2. Как, располагая магнитной стрелкой и куском проволоки, можно практически определить знаки полюсов источника постоянного тока?
3. Магнитное поле является вихревым. Каков физический смысл данного утверждения?
4. В качестве величины, характеризующей электрическое поле, используется напряженность электрического поля, определяемая как отношение силы, действующей со стороны электрического поля на электрический заряд, к величине заряда. Почему нельзя ввести аналогичную величину в качестве характеристики магнитного поля?
5. Выразите единицы измерения модуля вектора магнитной индукции магнитного поля и потока вектора магнитной индукции (тесла и вебер) через основные единицы измерения СИ.

### Тест

1. Рамку, площадь которой равна  $s = 0,5 \text{ м}^2$ , поместили в магнитное поле перпендикулярно его линиям магнитной индукции. Когда по рамке пропустили ток  $I = 4 \text{ А}$ , на нее стал действовать момент сил  $M = 12 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Чему равен модуль индукции магнитного поля?

1. 0,16 Тл.    2. 1,5 Тл.    3. 6 Тл.    4. 12 Тл.    5. 24 Тл.

2. Магнитное поле создано двумя параллельными длинными проводниками (рис. 88), расположенными перпендикулярно плоскости чертежа, сила тока в которых  $I_1$  и  $I_2$  соответственно. Как направлен вектор магнитной индукции результирующего магнитного поля в точке  $A$ , если  $I_2 = 2I_1$ ?



Рис. 88

1. Вниз. 2. Влево. 3. Вверх.. 4. Вправо. 5. Определить направление вектора магнитной индукции в точке  $A$  не представляется возможным.

3. На рисунке 88 изображены сечения двух параллельных прямолинейных длинных проводников с противоположно направленными токами. Сила тока в проводниках равна  $I_1$  и  $I_2$  соответственно, причем  $I_1 = 2I_2$ . Модуль вектора магнитной индукция магнитного поля равен нулю в некоторой точке участка....

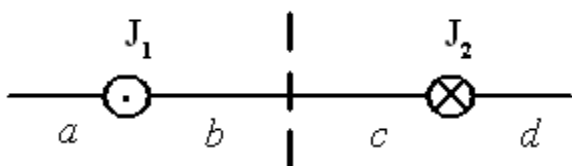


Рис. 89

1. a. 2. b. 3. c. 4. d. 5. Такой точки, где модуль вектора магнитной индукция магнитного поля равен нулю, нет.

4. Формула Био – Савара – Лапласа имеет вид (обозначения стандартные):

$$1. B = \frac{M}{IS}. \quad 2. B = \frac{F}{I\ell}. \quad 3. d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3}. \quad 4. B = \frac{F}{q_0v}. \quad 5. B = \frac{E}{v}.$$

5. По катушке диаметром 35 см, содержащей 200 витков, пропущен ток. При этом модуль вектора магнитной индукции в центре витка равен 25 мкТл. Чему будет равен модуль вектора магнитной индукции в центре витка, если изменить направление тока на противоположное, и увеличить силу тока вдвое?

1. 25 мкТл. 2. 12,5 мкТл. 3. 50 мкТл. 4. 100 мкТл. 5. 6,25 мкТл.



## Примеры решения задач

### Задача 13.1

На квадратную рамку со стороной 5 см намотано 100 витков провода. Рамку внесли в однородное магнитное поле и расположили её так, что плоскость рамки перпендикулярна направлению вектора магнитной индукции поля. Чему равен модуль изменения полного магнитного потока, пронизывающего рамку, при изменении направления магнитного поля на противоположное? Модуль вектора магнитной индукции поля равен 20 мкТл.

*Решение.*

Для однородного поля полный поток  $\Phi_1$  через плоскую поверхность площадью  $s$ , расположенную перпендикулярно вектору магнитной индукции  $B$ , равен

$$\Phi_1 = BsN,$$

где  $N$  – число витков рамки.

При изменении направления вектора магнитной индукции магнитного поля на  $180^\circ$  магнитный поток, пронизывающий рамку, станет равен:

$$\Phi_2 = -BsN$$

и модуль изменения полного магнитного потока, пронизывающего рамку, при изменении направления магнитного поля на противоположное  $\Delta\Phi$  составит:

$$\Delta\Phi = 2BsN.$$

Так как

$$s = a^2,$$

то окончательно имеем:

$$\Delta\Phi = 2Ba^2N.$$

$$\Delta\Phi = 2 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 0,05^2 \cdot 100 = 10^{-5} \text{ (Вб)}.$$

$$\Delta\Phi = 10 \text{ мкВб}.$$

*Ответ:*  $\Delta\Phi = 10 \text{ мкВб}$ .

### Задача 13.2

Два параллельных бесконечно длинных провода  $D$  и  $C$ , по которым текут в одном направлении электрические токи силой  $I = 50$  А, расположены на расстоянии  $d = 10$  см друг от друга (рис. 90). Определите модуль вектора магнитной индукции поля  $B$  в точке  $E$ ,

находящейся на отрезке, соединяющем провода на расстоянии 3 см от одного из них.

*Решение.*

Для определения значения модуля вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  установим, применив правило буравчика, направления векторов магнитной индукции  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  магнитных полей, создаваемых проводами  $D$  и  $C$  соответственно в точке  $E$  (рис. 90). Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  будет равен:

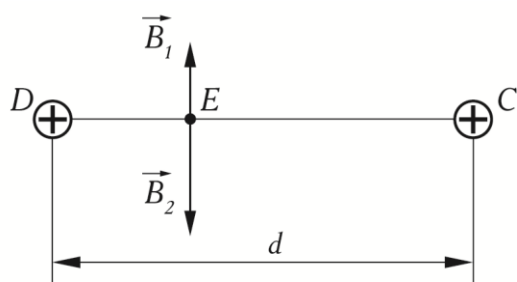


Рис. 89

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Так как векторы  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  направлены противоположно, то модуль вектора  $\vec{B}$  определить не составляет труда:

$$B = B_1 - B_2. \quad (131)$$

Модуль вектора магнитной индукции поля, создаваемого прямым бесконечным проводником с током на расстоянии  $r$  от проводника, вычисляется следующим образом<sup>1</sup>:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r}, \quad (132)$$

где  $I$  - сила тока в проводнике;

$\mu$  - магнитная проницаемость среды (в нашем случае её можно принять равной 1);

$\mu_0$  - магнитная постоянная.

Так как по условию задачи  $r_1 = \frac{1}{3}d$ , а  $r_2 = \frac{2}{3}d$ , то с учётом соотношений (131) и (132) получим:

$$B = \frac{3\mu_0 \mu I}{4\pi d}.$$

$$B = \frac{3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{4\pi \cdot 0,1} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ (Тл)}$$

*Ответ:*  $B = 1,5 \cdot 10^{-4}$  Тл.

### Задача 13.3

По круговому витку радиусом  $R$  пропущен ток силой  $I$ . Определите величину индукции магнитного поля  $B$  на расстоянии  $H$  от плоского витка по оси витка (рис. 91).

<sup>1</sup> Трофимова, Т. И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – С. 208.

*Решение.*

Закон Био – Савара – Лапласа позволяет определить индукцию магнитного поля  $d\vec{B}$ , создаваемого элементом проводника  $d\vec{\ell}$ , когда по нему протекает ток  $I$ :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I [d\vec{\ell}, \vec{r}]}{4\pi r^3},$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная;

$\mu$  – магнитная проницаемость среды;

$d\vec{\ell}$  – вектор, по модулю равный длине  $d\ell$  элемента проводника и совпадающий по направлению с током;

$\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный из элемента  $d\ell$  проводника в точку поля;

$r$  – модуль радиус-вектора  $\vec{r}$ .

Направление  $d\vec{B}$  перпендикулярно  $d\vec{\ell}$  и  $\vec{r}$ , то есть перпендикулярно плоскости, в которой они лежат. Модуль вектора  $d\vec{B}$  определяется выражением

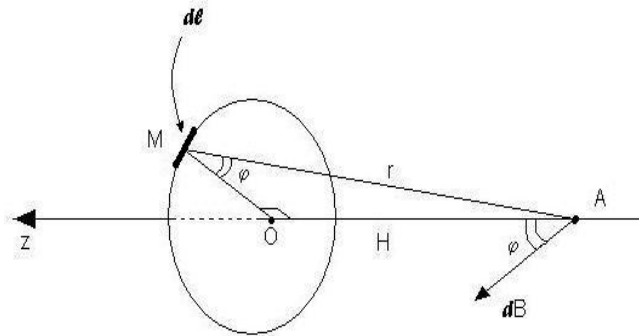


Рис. 91

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I d\ell \sin \alpha}{4\pi r^2},$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{\ell}$  и  $\vec{r}$ .

В рассматриваемом примере  $\alpha = 90^\circ$ .

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I d\ell}{4\pi r^2}. \quad (133)$$

Для нахождения значения индукции магнитного поля в точке  $A$  от всех элементов тока необходимо провести сложение векторов  $d\vec{B}$ . Для этого разложим вектор  $d\vec{B}$  на две компоненты – вдоль оси  $OZ$  и вдоль оси, перпендикулярной  $OZ$ . Проекция вектора  $d\vec{B}$  на ось  $OZ$  равна

$$dB_z = dB \cos \varphi, \quad (134)$$

где  $\varphi$  – угол, который составляет вектор  $d\vec{B}$  с осью  $OZ$ .

Из геометрических соображений, основанных на рассмотрении углов со взаимно перпендикулярными сторонами, видно, что угол  $\varphi$  равен углу  $AMO$  в соответствующем треугольнике. Тогда

$$\cos \varphi = \frac{R}{r}. \quad (135)$$

С учётом (133) и (135) соотношение (134) примет вид

$$dB_z = \frac{\mu_0 \mu I R}{4\pi r^3} dl;$$

$$B_z = \frac{\mu_0 \mu I R}{4\pi r^3} \int dl;$$

$$B_z = \frac{\mu_0 \mu I R}{4\pi r^3} 2\pi R;$$

$$B_z = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2r^3};$$

$$B_z = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2(R^2 + H^2)^{3/2}}.$$

Сложение проекций векторов  $d\vec{B}$  на ось, перпендикулярную оси  $OZ$ , очевидно, ввиду симметрии задачи, приведет к нулевому результату.

Таким образом, индукция магнитного поля в точке  $A$  направлена вдоль оси  $OZ$  и равна

$$B = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2(R^2 + H^2)^{3/2}}.$$

Рассмотрим частные случаи.

1. Пусть точка  $A$  находится далеко от центра витка:  $H \gg R$ . Тогда

$$B \sim \frac{I}{H^3}.$$

2. Пусть точка  $A$  находится в центре витка:  $H = 0$ . Тогда

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}.$$

## Лекция 14

### МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ.

*К данной лекции студент должен*

- знать основные соотношения кинематики и динамики для случая криволинейного движения тела;
- уметь применять второй закон Ньютона для расчета параметров траектории частицы, движущейся по криволинейной траектории с постоянной по модулю скоростью.

### ***План лекции***

1. Магнитные свойства вещества.
2. Движение заряженных частиц в магнитном поле. Физические принципы действия ускорителей заряженных частиц.
3. Закон Ампера. Практическое применение силы Ампера (электроизмерительные приборы, электродвигатели постоянного тока).
4. Примеры решения задач.

### ***Литература***

- I. С. 238–239. § 132. Диа- и парамагнетизм  
С. 243–245. § 135. Ферромагнетики и их свойства  
С. 245–247. § 136. Природа ферромагнетизма  
С. 212–213. § 114. Действие магнитного поля на движущийся заряд  
С. 213–214. § 115. Движение заряженных частиц в магнитном поле  
С. 209–210. § 111. Взаимодействие параллельных токов
- II. Часть II. С. 373–378. § 32. Некоторые приборы и установки, основанные на движении заряженных частиц в электрических и магнитных полях

### ***Формулы***

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

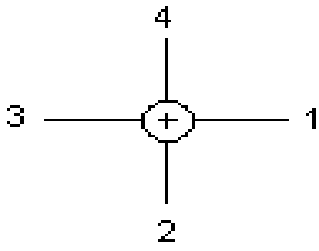
1.  $F_{\text{Л}} = q_0 B v \sin \alpha$                       2.  $F_{\text{А}} = I B \ell \sin \alpha$

### ***Вопросы для самоконтроля***

1. Как взаимодействуют два параллельно расположенных проводника, по которым идут токи одного направления? Для обоснования рассуждений используйте правило буравчика и правило левой руки.
2. Проводник с током расположен в магнитном поле. От чего зависит сила, действующая на проводник со стороны магнитного поля?
3. Что такое масс-спектрометр? Каков принцип его действия?
4. Заряженная частица влетает в магнитное поле под углом к линиям магнитного поля. Какова дальнейшая траектория движения частицы?
5. В чём заключается явление магнитного гистерезиса?

### Тест

1. Два положительных иона движутся параллельно с одинаковыми скоростями; векторы их скоростей входят перпендикулярно в плоскость рис. 92 (это обозначено на рисунке условным значком:  $\oplus$ ). Какое из указанных на рисунке направлений соответствует направлению вектора силы, действующей на один ион со стороны магнитного поля, создаваемого вторым ионом?



1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5.  $\vec{F}=0$ .

Рис. 92

2. При движении в камере масс-спектрографа радиус кривизны траектории неизвестных ионов оказался в 4 раза больше радиуса кривизны траектории ионов гелия. Чему равно отношение массы неизвестного иона к массе иона гелия. Скорости и заряды ионов одинаковые.

1. 4. 2. 2. 3. 1. 4.  $\frac{1}{2}$ . 5.  $\frac{1}{4}$ .

3. Как изменится период обращения заряженной частицы в ускорителе заряженных частиц при увеличении скорости частицы в 2 раза? Рассмотрите нерелятивистский случай ( $v \ll c$ ).

1. Увеличится в 2 раза. 2. Увеличится в 4 раза. 3. Уменьшится в 2 раза. 4. Уменьшится в 4 раза. 5. Не изменится.

4. Какова траектория протона, влетевшего в магнитное поле под углом  $30^\circ$  к вектору индукции магнитного поля?

1. Прямая. 2. Парабола. 3. Окружность. 4. Эллипс. 5. Винтовая линия.

5. Прямолинейный проводник длиной 0,2 м, по которому течёт ток 2 А, находится в однородном магнитном поле с индукцией 6 Тл и расположен под углом  $30^\circ$  к вектору магнитной индукции. Чему равна сила, действующая на проводник со стороны магнитного поля?

1. 1,2 Н. 2. 2,1 Н. 3. 2,8 Н. 4. 4,8 Н. 5. 9,6 Н.

## Примеры решения задач

### Задача 14.1

Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов  $U = 400$  В, попал в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 1$  мТл. Определите радиус кривизны  $r$  траектории электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям поля.

*Решение.*

Кинетическая энергия электрона  $E_{\text{кин}}$ , прошедшего ускоряющее напряжение  $U$ , определяется соотношением

$$E_{\text{кин}} = Ue$$

или

$$\frac{mv^2}{2} = Ue \quad (136)$$

где  $m$  – масса электрона;

$v$  – скорость электрона;

$e$  – заряд электрона.

Рассчитайте скорость электрона и убедитесь, что сила Лоренца во много раз больше силы тяжести, что позволяет силой тяжести пренебречь. Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, она сообщает электрону центростремительное ускорение:

$$F_{\text{лор}} = ma_{\text{ц}}$$

или

$$Bev = \frac{mv^2}{R}. \quad (137)$$

(Угол между вектором скорости  $v$  и вектором  $\vec{B}$  составляет  $90^\circ$ .)

Из соотношений (136) и (137) получим

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$
$$R = \frac{1}{10^{-3}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^2}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 6,7 \cdot 10^{-2} (\text{м}).$$
$$R = 6,7 \text{ см.}$$

*Ответ:*  $R = 6,7$  см.

### Задача 14.2

Катушка громкоговорителя диаметром  $D = 40$  мм содержит  $N = 70$  витков провода. Механическая жёсткость диффузора громкоговорителя  $k = 80$  Н/м, индукция магнитного поля его постоянного магнита

$B = 200$  мТл. На какое расстояние  $x$  смещается катушка диффузора при силе тока в нем  $I = 0,5$  А?

*Решение.*

Катушка громкоговорителя находится в магнитном поле. При прохождении тока по проводнику на него действует со стороны магнитного поля сила Ампера  $F_A$ , равная

$$F_A = BI\ell,$$

где  $\ell$  – длина проводника, равная произведению длины окружности диаметром  $D$  на число витков  $N$ .

$$\ell = \pi DN;$$

$$F_A = \pi BIDN. \quad (138)$$

Под действием силы Ампера катушка смещается, диффузор деформируется и возникает сила упругости  $F_{упр}$ :

$$F_{упр} = kx. \quad (139)$$

При равновесии силы равны:

$$F_{упр} = F_A$$

С учетом (138) и (139) имеем

$$x = \frac{\pi BIDN}{k};$$

$$x = \frac{3,14 \cdot 200 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \cdot 70}{80} = 0,011 \text{ (м)}.$$

*Ответ:*  $x = 11$  мм.

### Задача 14.3

Между пластинами плоского конденсатора (площадь пластины  $s = 600$  см<sup>2</sup>) протекает со скоростью  $v = 8,0$  м/с проводящая жидкость, имеющая диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon = 30$  (рис. 93). Конденсатор помещен в магнитное поле, вектор магнитной индукции  $B = 500$  мТл которого параллелен плоскости пластин и перпендикулярен вектору скорости жидкости.

Определите заряд  $q$  на пластинах.

*Решение.*

В магнитном поле на движущуюся заряженную частицу действует сила Лоренца. Пусть проводящая жидкость для определенности имеет электронную проводимость и движется в направлении, указанном на рис. 93. Тогда при указанном на рисунке направлении магнитного поля на частицу действует сила Лоренца, приводящая к смещению частицы вправо. Как следствие, правая пластина приобретает отрицательный заряд, а левая – соответственно положительный заряд. По этой причине



между пластинами возникает электрическое поле, действующее на частицу с силой, направленной влево.

В состоянии равновесия сила электрическая сила  $F_{эл}$  и сила Лоренца  $F_{лор}$  должны быть равны:

$$F_{эл} = F_{лор}; \quad (140)$$

$$F_{эл} = Eq_0; \quad (141)$$

$$F_{лор} = Bq_0v, \quad (142)$$

где  $E$  – напряженность электрического поля;

$q_0$  – заряд движущейся частицы.

Учтём также связь напряжённости электрического поля  $E$  с разностью потенциалов  $U$  между пластинами:

$$E = \frac{U}{d}, \quad (143)$$

где  $d$  – расстояние между пластинами.

Из соотношений (140)–(143) имеем

$$U = Bvd. \quad (144)$$

Рассматриваемая в задаче система пластин с диэлектрической жидкостью между ними является плоским конденсатором, ёмкость  $C$  которого равна

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \quad (145)$$

где  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная.

С другой стороны, по определению,

$$C = \frac{q}{U}. \quad (146)$$

Таким образом, соотношения (144)–(146) позволяют ответить на вопрос задачи:

$$q = \varepsilon\varepsilon_0 S B v.$$

$$q = 30 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 600 \cdot 10^{-4} \cdot 500 \cdot 10^{-3} \cdot 8 = 64 \cdot 10^{-12} \text{ (Кл)}$$

Ответ:  $q = 64$  пКл.

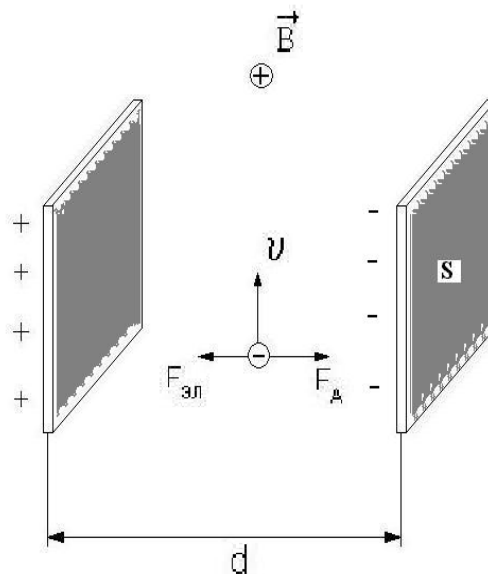


Рис. 93

## Лекция 15

### ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

*К данной лекции студент должен*

-знать основные характеристики электрического и магнитного полей (напряжённость электрического поля, потенциал электрического поля, вектор магнитной индукции, поток магнитной индукции), формулировку теоремы Гаусса, определение ЭДС.

#### *План лекции*

1. Явление электромагнитной индукции (ЭМИ).
2. Закон ЭМИ.
3. Практическое применение ЭМИ.
4. Явление самоиндукции. Индуктивность. Энергия магнитного поля.
5. Система уравнений Максвелла, их физический смысл.
6. Примеры решения задач.

#### *Литература*

- I. С. 223–224. § 122. Явление электромагнитной индукции (опыты Фарадея)  
С. 224–226. § 123. Закон Фарадея и его вывод из закона сохранения энергии  
С. 226–227. § 124. Вращение рамки в магнитном поле  
С. 233–234. § 129. Трансформаторы  
С. 228–229. § 126. Индуктивность контура. Самоиндукция  
С. 234–235. § 130. Энергия магнитного поля
- II. Часть II. С. 382–387. § 33. Электромагнитная индукция. Закон Фарадея. Правило Ленца. Токи Фуко  
С. 387–392. § 34. Взаимная индукция и самоиндукция

#### *Формулы*

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$1. \quad \mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \quad \mathcal{E}_i(t) = -\frac{d\Phi}{dt} \quad 2. \quad \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}, \quad U_1 I_1 = U_2 I_2 \quad 3. \quad \Phi = LI$$

$$4. \quad \mathcal{E}_{is} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}, \quad \mathcal{E}_{is}(t) = -L \frac{dI}{dt} \qquad 5. \quad W_M = \frac{LI^2}{2}, \quad \omega = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}$$

$$6. \quad \oint \vec{E} d\vec{\ell} = - \int \frac{dB}{dt} ds, \qquad \epsilon_0 \epsilon \oint \vec{E} d\vec{s} = \int \rho dV$$

$$\frac{1}{\mu_0\mu} \oint \vec{B} d\vec{\ell} = \int \left( j + \epsilon_0 \epsilon \frac{dE}{dt} \right) ds, \qquad \int \vec{B} d\vec{s} = 0$$

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Непроводящий контур пронизывает переменное магнитное поле, индукционный ток в контуре не возникает. Возникает ли при этом явление электромагнитной индукции?
2. Электрическая цепь содержит источник ЭДС, катушку индуктивности, резистор, ключ, соединенные последовательно. Как зависит сила тока, возникающая в цепи после замыкания ключа, от времени?
3. Приведите примеры практического применения самоиндукции.
4. Какими физическими величинами определяется объёмная плотность энергии магнитного поля?
5. Запишите систему уравнений Максвелла, поясните физический смысл каждого из уравнений.

### **Тест**

1. Постоянный прямой магнит падает сквозь алюминиевое кольцо. Модуль ускорения падения магнита ( $g$  – ускорение свободного падения) ...

1. в начале пролета кольца меньше  $g$ , в конце – больше  $g$ .
2. в начале пролета кольца больше  $g$ , в конце – меньше  $g$ .
3. равен  $g$ . 4. больше  $g$ . 5. меньше  $g$ .

2. В короткозамкнутую катушку вдвигают постоянный магнит: один раз быстро, другой раз медленно. Сравните значение заряда  $q_1$  и  $q_2$ , прошедшего по цепи в первом и во втором случаях.

1.  $q_1 = q_2$ . 2.  $q_1 > q_2$ . 3.  $q_1 < q_2$ . 4.  $q_1 = 0$ ;  $q_2 \neq 0$ . 5.  $q_1 \neq 0$ ;  $q_2 = 0$ .

3. Магнитный поток, пронизывающий катушку, изменяется со временем так, как показано на графике (рис. 94). В какой промежуток времени модуль ЭДС индукции имеет максимальное значение?

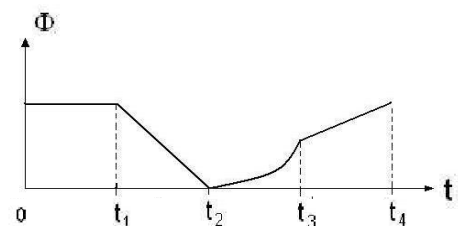


Рис. 94

1. От 0 до  $t_1$ .
2. От  $t_1$  до  $t_2$ .
3. От  $t_2$  до  $t_3$ .
4. От  $t_3$  до  $t_4$ .
5. ЭДС индукции равна нулю в течение всего времени..

4. Чему равна ЭДС самоиндукции в катушке с индуктивностью  $L = 3$  Гн при равномерном уменьшении силы тока от 5 до 1 А за 2 с?

1. 6 В.
2. 9 В.
3. 12 В.
4. 24 В.
5. 36 В.

5. Как изменится энергия магнитного поля, созданного соленоидом, при увеличении силы тока в соленоиде в 3 раза?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 3 раза.
3. Увеличится в 9 раз.
4. Уменьшится в 3 раза.
5. Уменьшится в 9 раз.

### *Примеры решения задач*

#### *Задача 15.1*

Проводящий контур в форме кругового витка радиусом  $r = 4$  см, изготовленного из медной проволоки диаметром поперечного сечения  $d = 0,9$  мм, пронизывается магнитным полем с индукцией  $B = 1,8$  мТл. (Направление вектора магнитной индукции перпендикулярно плоскости витка.) Какой заряд  $Q$  пройдет через поперечное сечение витка при изменении направления магнитного поля на противоположное? Удельное сопротивление меди  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-7}$  Ом·м.

*Решение.*

В соответствии с явлением электромагнитной индукции при изменении магнитного потока  $\Phi$ , пронизывающего контур, в контуре возникает ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i$ . В проводящем контуре в результате этого возникает ток, и некоторый заряд проходит через поперечное сечение проводника. Воспользуемся законом электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}, \quad (147)$$

где  $d\Phi$  – изменение магнитного потока за малый интервал времени  $dt$ .

Сила тока  $i$ , возникшего в контуре, находится по закону Ома:

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}, \quad (148)$$

где  $R$  – сопротивление контура.

С другой стороны,

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad (149)$$

где  $dq$  – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника.

Из соотношений (147)–(149) имеем

$$dq = -\frac{d\Phi}{R}.$$

Проинтегрируем последнее выражение:

$$\int dq = -\frac{1}{R} \int d\Phi;$$

$$Q = -\frac{1}{R}(\Phi - \Phi_0), \quad (150)$$

где  $\Phi_0$  – первоначальное значение магнитного потока;

$\Phi$  – конечное значение магнитного потока.

Так как первоначально направление вектора магнитной индукции перпендикулярно плоскости контура, а затем направление магнитного поля меняется на противоположное, то

$$\Phi_0 = B\pi r^2;$$

$$\Phi = -B\pi r^2.$$

Тогда соотношение (150) примет вид

$$Q = \frac{2B\pi r^2}{R}. \quad (151)$$

Осталось определить сопротивление контура - проводник длиной

$$\ell = 2\pi r$$

и площадью поперечного сечения

$$s = \frac{\pi d^2}{4};$$

$$R = \frac{\rho \ell}{s};$$

$$R = \frac{8\rho r}{d^2}.$$

Последний результат позволяет записать соотношение (151) в виде

$$Q = \frac{\pi B r d^2}{4\rho};$$

$$Q = \frac{3,14 \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot (0,9 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

*Ответ:*  $Q = 2,7$  мКл.

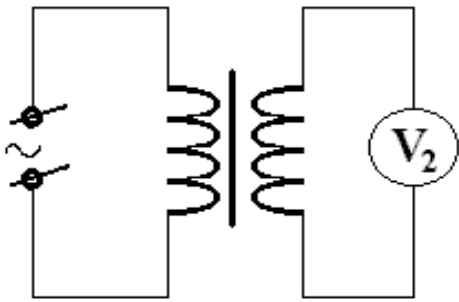


Рис. 95

### Задача 15.2

Ток в первичной обмотке трансформатора равномерно увеличивают. По какому закону меняется напряжение во вторичной обмотке (рис. 95)?

*Решение.*

Пусть вторичную обмотку пронизывает магнитный поток  $\Phi$ . Тогда ЭДС  $\mathcal{E}_2$  во вторичной обмотке равна

$$\mathcal{E}_2 = N_2 \Phi', \quad (152)$$

где  $N_2$  – число витков во вторичной обмотке.

Будем считать, что рассеяния магнитного потока не происходит, и такой же магнитный поток  $\Phi$  пронизывает и первичную обмотку. Этот магнитный поток обусловлен магнитным полем  $B$ , созданным током в первичной обмотке:

$$\Phi \sim B.$$

В соответствии с законом Био – Савара – Лапласа индукция магнитного поля  $B$  прямо пропорциональна силе тока (в первичной обмотке):

$$B \sim I.$$

Таким образом,

$$\Phi \sim I. \quad (153)$$

По условию задачи силу тока равномерно увеличивают, то есть сила тока прямо пропорциональна времени  $t$ :

$$I \sim t. \quad (154)$$

Анализируя соотношения (152)–(154), видим, что  $\mathcal{E}_2$  постоянна и не меняется с течением времени.

### Задача 15.3

В электрической цепи, схема которой изображена на рис. 96, ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 12$  В, её внутреннее сопротивление  $r = 1$  Ом. Сопротивление катушки  $R_K = 3$  Ом, индуктивность катушки  $L = 0,8$  Гн. Сопротивление резистора  $R = 15$  Ом. Какое количество теплоты выделится

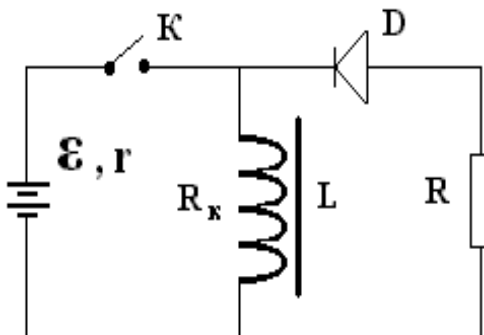


Рис. 96

на резисторе после размыкания ключа  $K$ ? Диод  $D$  считать идеальным.

*Решение.*

В ситуации, когда ключ  $K$  замкнут, через резистор благодаря диоду  $D$  ток «не идёт», и в цепи существует только ток через катушку  $L$ , который создаёт вокруг неё магнитное поле. При размыкании ключа  $K$  ток в катушке, благодаря явлению самоиндукции, убывает не мгновенно, а постепенно. Магнитное поле катушки, «исчезая», порождает вихревое электрическое поле, возникает ЭДС самоиндукции. Через резистор  $R$ , диод  $D$  и катушку идёт ток, выделяется тепло.

В соответствии с законом сохранения энергии

$$W_{\text{магн}} = Q_R + Q_K, \quad (155)$$

где  $W_{\text{магн}}$  – первоначальная энергия магнитного поля катушки;

$Q_K$  – количество теплоты, которое выделится на катушке;

$Q_R$  – количество теплоты, которое выделится на резисторе.

Количество теплоты, выделяющееся за некоторое время на участке электрической цепи, в соответствии с законом Джоуля – Ленца, определяется квадратом силы тока и сопротивлением участка цепи. Так как через катушку и резистор после размыкания ключа протекает одинаковый ток, то количество теплоты, выделившееся на катушке и резисторе, пропорционально их электрическому сопротивлению.

Следовательно

$$\frac{Q_K}{Q_R} = \frac{R_K}{R}. \quad (156)$$

Энергия магнитного поля катушки равна:

$$W_{\text{магн}} = \frac{LI^2}{2}, \quad (157)$$

где  $I$  – сила тока в катушке в момент размыкания цепи.

Силу тока легко определить, применив закон Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_K + r}. \quad (158)$$

Из соотношений (155) – (158) имеем

$$Q_R = \frac{L\varepsilon^2 R}{2(R_K + r)^2(R_K + R)};$$
$$Q_R = \frac{0,8 \cdot 12^2 \cdot 15}{2(1+3)^2(3+15)} = 3 \text{ (Дж)}.$$

*Ответ:*  $Q_R = 3$  Дж.

## Лекция 16

# МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

*К данной лекции студент должен*

- знать закон Гука, второй закон Ньютона, понятие момента инерции и момента силы, основное уравнение динамики вращательного движения, определения силы тока, электроёмкости, формулу закона Ома и формулу для расчёта ЭДС самоиндукции;
- уметь находить производные функций синус и косинус, анализировать графики этих функций.

### *План лекции*

1. Виды колебаний. Гармонические колебания. Физические величины, характеризующие гармонические колебания.
2. Свободные колебания. Уравнение свободных колебаний. Затухание колебаний.
3. Вынужденные механические колебания. Механический резонанс.
4. Автоколебания.
5. Примеры решения задач.
- 6.

### *Литература*

I. С. 255–256. § 140 (частично). Гармонические колебания и их характеристики

С. 257–258. § 141. Механические гармонические колебания

С. 258–261. § 142. Гармонический осциллятор. Пружинный, физический и математический маятники

С. 261–263. § 143. Свободные гармонические колебания в колебательном контуре

С. 267–271. § 146 Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний (механических и электромагнитных) и его решение. Автоколебания

II. Часть I. С. 88–91. § 27. Гармоническое колебание и его характеристики

С. 96–99. § 30. Динамика колебательного движения. Маятник

С. 99–101. § 31. Затухающие и вынужденные колебания

Часть II. С. 416–418. § 41. Закрытый колебательный контур



## Формулы

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $x = x_M \cos(\omega t + \varphi_0), \quad v_x = x'(t), \quad a_x = v'_x(t)$

$q = q_M \cos(\omega t + \varphi_0), \quad i = q'(t)$

2.  $\nu = \frac{1}{T}, \quad \omega = 2\pi\nu$

3.  $x'' + \omega_0^2 x = 0$

4.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg\ell}}, \quad T = 2\pi\sqrt{LC}$

5.  $x'' + 2\delta x' + \omega_0^2 x = 0, \quad x = x_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

6.  $\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}, \quad Q = \frac{\pi}{\Theta}$

7.  $q'' + \frac{R}{L} q' + \frac{1}{LC} q = 0, \quad \delta = \frac{R}{2L}$

$q(t) = q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad \Theta = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

## Вопросы для самоконтроля

1. Мальчик качается на качелях, всякий раз приседая в нижней точке траектории. К какому виду относятся такие колебания?
2. От каких физических величин зависит частота малых свободных колебаний груза на пружине? физического маятника? математического маятника? электрического тока в идеальном колебательном контуре?
3. Груз массой  $m$  совершает малые свободные колебания, будучи прикреплен к пружине жесткостью  $k$ . Амплитуда колебаний  $A$ . Начертите график зависимости кинетической энергии груза от времени.
4. Каков физический смысл величин декремент затухания и логарифмический декремент затухания?
5. В чем заключается явление механического резонанса? Приведите примеры практического проявления этого явления.

### Тест

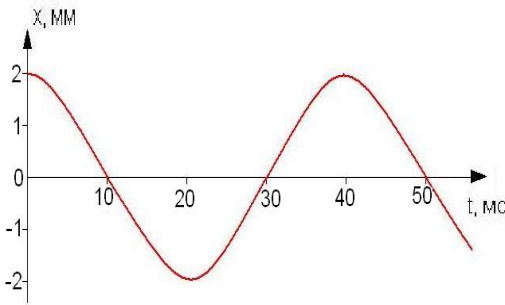


Рис. 97

1. На рис. 97 изображён график зависимости координаты  $x$  гармонически колеблющегося тела от времени  $t$ . Чему равна частота и амплитуда колебаний?

1. 50 Гц, 4 мм.
2. 25 Гц, 2 мм.
3. 25 Гц, 4 мм.
4. 12,5 Гц, 2 мм.
5. 12,5 Гц, 4 мм.

2. Скорость  $v$  колеблющегося тела меняется с течением времени  $t$  (измеряется в секундах) по закону  $v(t) = 20\cos 100t$  (м/с). Чему равна амплитуда колебаний координаты тела?

1. 20 м.
2. 100 м.
3. 0,4 м.
4. 0,2 м.
5. 0,002 м.

3. Колебания груза вдоль оси  $Ox$  заданы уравнением

$$x = 3\cos(2t + \pi/2) \text{ (мм)}.$$

Чему равна фаза колебаний в момент времени  $t$  ?

1. 3 рад.
2.  $2t + \pi/2$  рад.
3.  $2t$  рад.
4.  $\pi/2$  рад.
5. 0 рад.

4. Груз массой  $m_1$ , подвешенный на пружине, совершает гармонические колебания с периодом  $T_1$ . Чему равен период  $T_2$  колебаний груза массой  $m_2 = 4m_1$  на той же пружине?

1.  $T_2 = T_1/4$ .
2.  $T_2 = T_1/2$ .
3.  $T_2 = T_1$ .
4.  $T_2 = 2T_1$ .
5.  $T_2 = 4T_1$ .

5. Электроёмкость идеального колебательного контура увеличили в 2 раза. Во сколько раз изменится период колебаний контура?

1. Не изменится.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Увеличится в  $\sqrt{2}$  раз.
4. Уменьшится в 2 раза.
5. Уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз.

### Примеры решения задач

#### Задача 16.1

Грузовики въезжают по грунтовой дороге на зерновой склад с одной стороны; разгружаются и выезжают со склада с той же скоростью, но с другой стороны. С одной стороны склада выбоины на дороге идут чаще, чем с другой (рис. 98). Как по состоянию дороги определить, с какой стороны въезд, а с какой выезд?

*Решение.*

Так как автомобиль въезжает на склад и выезжает со склада с одинаковыми скоростями, то расстояние между выбоинами будет тем больше, чем больше период колебаний на упругих рессорах подвески. Период колебаний автомобиля  $T$  на рессорах подвески, очевидно, зависит от инертных свойств автомобиля (масса  $m$ , единица измерения – кг) и упругости подвески. Упругие свойства характеризует жёсткость  $k$

(единица измерения жесткости – величина Н/м;  $\frac{\text{Н}}{\text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}$ ).

Какова должна быть комбинация двух физических величин  $m$  и  $k$ , чтобы она имела размерность времени (с)? Очевидно, этой комбинацией будет соотношение  $\sqrt{\frac{m}{k}}$ ;

$$\sqrt{\frac{\text{кг}}{\frac{\text{кг}}{\text{с}^2}}} = \sqrt{\text{с}^2} = \text{с}.$$

Таким образом,

$$T \sim \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Следовательно, когда автомобиль гружен, имеет большую массу, то период его колебаний больше, а значит, выбоины на дороге дальше друг от друга. Теперь, глядя на рис. 98, мы можем сделать вывод, что въезд на склад находится слева, а выезд – справа.

### Задача 16.2

Конденсатор ёмкостью  $C = 5$  мкФ зарядили до определенного напряжения и подключили к катушке с индуктивностью  $L = 0,5$  Гн и активным сопротивлением  $R = 0,5$  Ом (рис. 99). Можно ли считать колебания, возникающие в данном контуре, гармоническими?

*Решение.*

Для того чтобы определить, являются ли колебания в данном контуре гармоническими, оценим, какое количество энергии рассеивается (выделяется в виде тепла за счет активного сопротивления катушки) за один период колебаний в сравнении с первоначальным «запасом» энергии  $E_0$ .

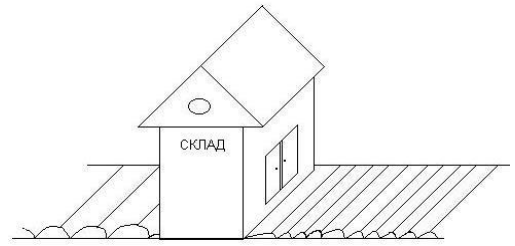


Рис. 98

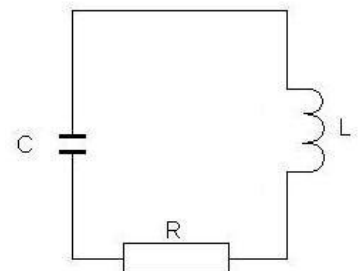


Рис. 99

Пусть конденсатор первоначально заряжен до напряжения  $U_0$ .  
Тогда

$$E_0 = \frac{CU_0^2}{2}, \quad (159)$$

и максимальный ток в катушке  $I_0$  оценим из соотношения

$$\frac{CU_0}{2} = \frac{LI_0^2}{2}. \quad (160)$$

Период колебаний  $T$  оценим из соотношения Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (161)$$

Очевидно, что количество теплоты  $Q$ , выделившееся в контуре за одно колебание, никак не больше, чем

$$Q = I_0^2 RT. \quad (162)$$

Используя выражения (159)–(162), оценим отношение количества теплоты  $Q$  к первоначальной энергии контура  $E_0$ :

$$\frac{Q}{E_0} = 4\pi R \sqrt{\frac{C}{L}};$$

$$\frac{Q}{E_0} = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,5}} = 2 \cdot 10^{-2}.$$

Таким образом, даже при завышенной оценке количество теплоты, выделившееся в контуре за период колебания, составляет не более 2 % от первоначальной энергии контура. Следовательно, с достаточной точностью можно считать, что колебания в контуре не отличаются от гармонических колебаний.

### Задача 16.3

В колебательный контур с малым электрическим сопротивлением включен конденсатор ёмкостью  $C = 0,5$  мкФ и катушка с индуктивностью  $L = 20$  мГн. Запишите уравнение зависимости напряжения, заряда на конденсаторе, силы тока в контуре, магнитного потока в катушке, ЭДС самоиндукции в катушке от времени. Сравните фазы данных величин. Первоначально конденсатор заряжен до напряжения  $U_{\text{макс}} = 5$  В. Затуханием колебаний пренебречь.

*Решение:*

Так как в колебательном контуре происходят гармонические колебания, то напряжение меняется по гармоническому закону:

$$U(t) = U_{\text{макс}} \cos \omega t. \quad (163)$$

где  $\omega$  - круговая частота колебаний,

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (164)$$

По определению электроёмкость  $C$  равна

$$C = \frac{q(t)}{U(t)},$$

где  $q(t)$  - заряд конденсатора.

С учётом (163) имеем:

$$q(t) = CU_{\text{макс}} \cos \omega t. \quad (165)$$

Сила тока есть производная функции заряда по времени:

$$I(t) = q'(t).$$

$$I(t) = -\omega CU_{\text{макс}} \sin \omega t$$

или 
$$I(t) = \omega CU_{\text{макс}} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (166)$$

Магнитный поток  $\Phi(t)$ , пронизывающий катушку, определяется индуктивностью катушки и силой тока в ней:

$$\Phi(t) = LI(t).$$

С учётом (166) имеем

$$\Phi(t) = \omega LCU_{\text{макс}} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right),$$

или, если использовать соотношение (164), то

$$\Phi(t) = \sqrt{LC}U_{\text{макс}} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке при изменении силы тока в катушке, рассчитывается по формуле

$$\mathcal{E} = -LI'(t).$$

Тогда

$$\mathcal{E} = -L \left[ \omega CU_{\text{макс}} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \right]'$$

$$\mathcal{E} = \omega^2 LCU_{\text{макс}} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

или

$$\mathcal{E} = U_{\text{макс}} \cos \omega t.$$

Сравнивая фазу колебаний заряда, напряжения, силы тока, магнитного потока и ЭДС самоиндукции, мы можем сделать вывод, что фазы колебаний заряда, напряжения и ЭДС самоиндукции одинаковы, и они отличаются от фазы колебаний силы тока и магнитного потока на  $\frac{\pi}{2}$ .

*Ответ:*  $U(t) = 5 \cos(10^4 t)$  В,  $q(t) = 2,5 \cdot 10^{-6} \cos(10^4 t)$  Кл,

$I(t) = 2,5 \cdot 10^{-2} \cos \left( 10^4 t + \frac{\pi}{2} \right)$  А,  $\Phi(t) = 5 \cdot 10^{-4} \cos \left( 10^4 t + \frac{\pi}{2} \right)$  Вб,

$\mathcal{E}(t) = 5 \cos(10^4 t)$  В.

## Лекция 17

### ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК. ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

*К данной лекции студент должен*

- знать определения силы тока, емкости, индуктивности, формулу закона Ома и формулу для расчета ЭДС самоиндукции, знать правила сложения векторов;
- уметь находить производные функций синус и косинус, уметь применять правила Кирхгофа.

#### *План лекции*

1. Переменный ток. Активный, индуктивный, ёмкостный участки цепи переменного тока.
2. Закон Ома для цепи переменного тока.
3. Примеры решения задач.

#### *Литература*

- I. С. 276–280. § 149. Переменный ток  
С. 280–281. § 150. Резонанс напряжений  
С. 281–282. § 151. Резонанс токов  
С. 282–283. § 152. Мощность, выделяемая в цепи переменного тока
- II. Часть II. С. 400–404. § 37. Ёмкостное и индуктивное сопротивление  
С. 404–408. § 38. Обобщённый закон Ома. Электрический резонанс. Коэффициент мощности электрической цепи

#### *Формулы*

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $U(t) = U_M \cos \omega t$ ,  $i(t) = I_M \cos(\omega t + \varphi)$

2.  $I_M = \frac{U_M}{R}$     3.  $I_M = \frac{U_M}{R_L}$ ,  $R_L = \omega L$     4.  $I_M = \frac{U_M}{R_C}$ ,  $R_C = \frac{1}{\omega C}$

$$5. I_M = \frac{U_M}{Z}, \quad Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{R_L}{R}$$

$$6. I = \frac{I_M}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_M}{\sqrt{2}} \qquad 7. \bar{P} = IU \cos \varphi$$

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Начертите векторную диаграмму для цепи переменного тока, содержащей последовательно включённые конденсатор и резистор. Чему равно полное сопротивление такой электрической цепи?
2. Начертите векторную диаграмму для цепи переменного тока, содержащей параллельно включённые катушку индуктивности и резистор. Чему равно полное сопротивление такой электрической цепи?
3. Охарактеризуйте физические процессы, происходящие на резистивном, индуктивном, ёмкостном участках цепи переменного тока.
4. Сравните явления последовательного резонанса и параллельного резонанса в цепях переменного тока.
5. Что такое коэффициент мощности в цепи переменного тока. Что он характеризует? От чего зависит?

### **Тест**

1. Чем определяется установившаяся частота вынужденных электромагнитных колебаний: а) величиной активного сопротивления цепи, б) индуктивностью цепи, в) ёмкостью цепи, г) частотой изменения внешнего напряжения?

1. Только а. 2. Только б. 3. Только в. 4. Только г. 5. Только б и в.

2. Какой из приведённых ниже графиков (рис.100) верно отражает зависимость ёмкостного сопротивления  $X_C$  в цепи переменного тока от частоты тока  $\nu$ ?

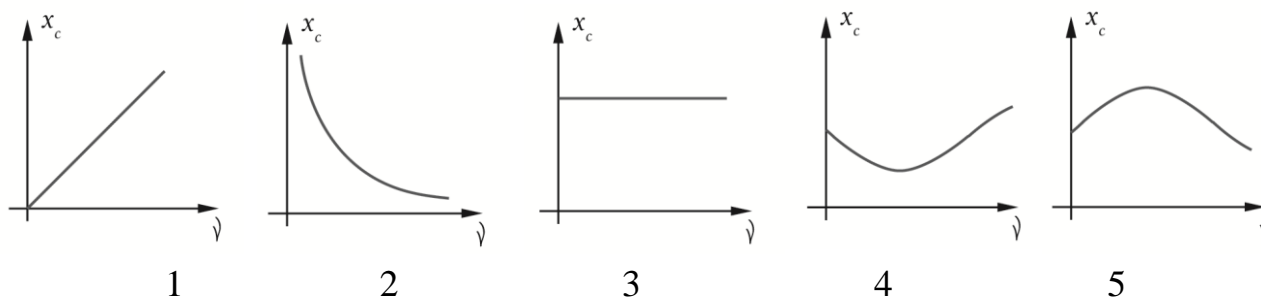


Рис100

1.

1. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5. 5.

**3.** Участок цепи переменного тока представляет собой катушку индуктивности, обладающую индуктивным и активным сопротивлением. Как изменится полное сопротивление данного участка цепи при увеличении частоты тока в 2 раза?

1. Полное сопротивление участка цепи уменьшится в 2 раза. 2. Полное сопротивление участка цепи не изменится. 3. Полное сопротивление участка цепи увеличится менее, чем в 2 раза. 4. Полное сопротивление участка цепи увеличится в 2 раза. 5. Полное сопротивление участка цепи увеличится более, чем в 2 раза.

**4.** К генератору переменного напряжения подключены последовательно соединённые резистор, конденсатор и катушка индуктивности с малым активным сопротивлением. Может ли при некоторой частоте переменного напряжения вырабатываемого генератором, возникнуть ситуация, когда напряжение на одном или нескольких участках цепи (активном, ёмкостном, индуктивном) будет больше, чем на клеммах генератора?

1. При некоторой частоте напряжение на активном участке цепи может быть больше, чем на клеммах генератора. 2. При некоторой частоте напряжение и на активном участке цепи, и на ёмкостном участке цепи может быть больше, чем на клеммах генератора. 3. При некоторой частоте напряжение и на активном участке цепи, и на индуктивном участке цепи может быть больше, чем на клеммах генератора. 4. При некоторой частоте напряжение на ёмкостном участке или на индуктивном участке, или на двух этих участках может быть больше, чем на клеммах генератора. 5. При любой частоте напряжение на участке цепи не может быть больше, чем напряжение на клеммах генератора.

**5.** К генератору переменного напряжения подключена электрическая цепь, состоящая из последовательно соединённых резистора, катушки индуктивности, конденсатора. Как изменяется сила тока в цепи при увеличении частоты переменного напряжения, начиная от значения частоты, близкого к нулю? Амплитуда напряжения на выходе генератора неизменна.



1. Не изменяется.
2. Увеличивается.
3. Уменьшается.
4. Вначале увеличивается, а затем уменьшается.
5. Вначале уменьшается, а затем увеличивается.

### Примеры решения задач

#### Задача 17.1

Электрическая цепь, показанная на рис. 101, питается от источника синусоидального тока с частотой 400 Гц и напряжением 26 В. известно, что  $R = 5$  Ом,  $L = 6,4$  мГн,  $C = 100$  мкФ. Вычислить ток в цепи, напряжения на всех участках. Постройте векторную диаграмму и определите коэффициент мощности.

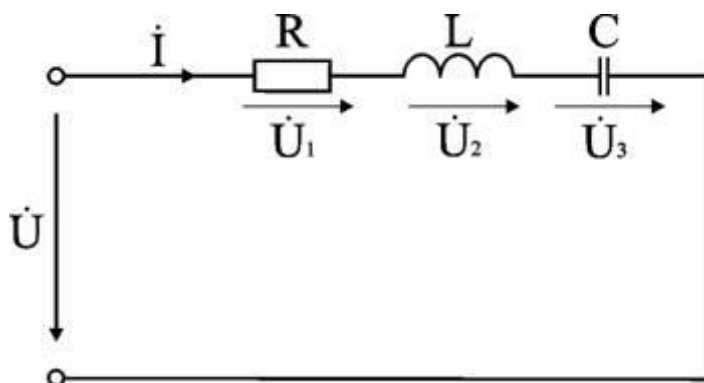


Рис. 101

*Решение.*

Вычислим сопротивление отдельных участков и полное сопротивление всей цепи.

Индуктивное сопротивление:

$$R_L = 2\pi\nu L, \quad R_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 6,4 \cdot 10^{-3} = 16 \text{ (Ом)}.$$

Ёмкостное сопротивление:

$$R_C = \frac{1}{2\pi\nu C}, \quad R_C = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 4 \text{ (Ом)}.$$

Полное сопротивление всей цепи:

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}, \quad Z = \sqrt{5^2 + (16 - 4)^2} = 13 \text{ (Ом)}.$$

Силу тока  $I$  и напряжения  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$  на активном, индуктивном и ёмкостном участках цепи можно определить:

$$I = \frac{U}{Z}, \quad I = \frac{26}{13} = 2(\text{A}),$$

$$U_R = IR, \quad U_R = 2 \cdot 5 = 10(\text{В}),$$

$$U_L = IR_L, \quad U_L = 2 \cdot 16 = 32(\text{В}),$$

$$U_C = IR_C, \quad U_C = 2 \cdot 4 = 8(\text{В}).$$

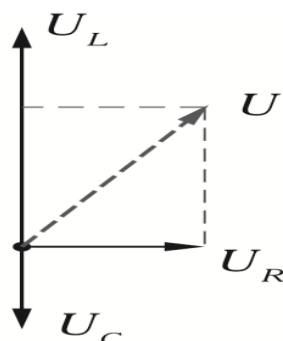


Рис. 102

Векторная диаграмма для данной цепи изображена на рис. 102.

Коэффициент мощности  $\cos \varphi$  равен:

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U}$$

или:

$$\cos \varphi = \frac{IR}{IZ'}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z'}$$

$$\cos \varphi = \frac{5}{13} = 0,38.$$

Ответ:  $R_L = 16 \text{ Ом}$ ,  $R_C = 4 \text{ Ом}$ ,  $Z = 13 \text{ Ом}$ ,  $I = 2 \text{ А}$ ,  $U_R = 10 \text{ В}$ ,  $U_L = 32 \text{ В}$ ,  $U_C = 8 \text{ В}$ ,  $\cos \varphi = 0,38$ .

### Задача 17.2

Катушка индуктивности (рис. 103) подключена к сети с напряжением  $100 \text{ В}$ . Ваттметр показывает значение  $P = 600 \text{ Вт}$ , амперметр  $I = 10 \text{ А}$ . Определить параметры катушки – её активное сопротивление и индуктивность. Частота переменного тока  $50 \text{ Гц}$ .

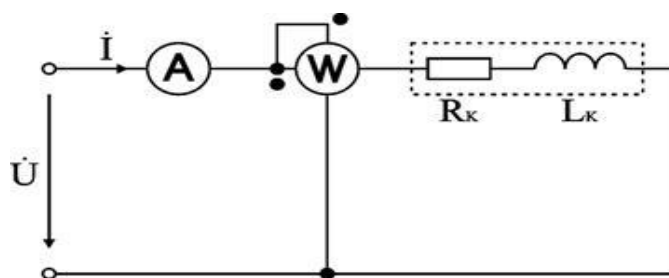


Рис. 103

Решение.

Показание амперметра – сила тока  $I$  в цепи – определяется напряжением  $U$  и полным сопротивлением катушки  $Z$ :

$$I = \frac{U}{Z}, \quad (167)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + R_L^2}, \quad (168)$$

$R$  - активное сопротивление катушки,

$R_L$  - индуктивное сопротивление катушки, которое определяется частотой переменного тока  $\nu$  индуктивностью катушки  $L$ :

$$R_L = 2\pi\nu L. \quad (169)$$

Показание ваттметра – активная мощность  $P$  - определяется силой тока в катушке и активным сопротивлением катушки:

$$P = I^2 R. \quad (170)$$

Решая систему уравнений (167) – (170), получим

$$R = \frac{P}{I^2},$$

$$L = \frac{\sqrt{U^2 I^2 - P^2}}{2\pi\nu I^2}.$$

Вычисления приводят к следующим результатам:

$$R = 6 \text{ Ом},$$

$$L = 25 \text{ мГн}.$$

*Ответ:*  $R = 6 \text{ Ом}, L = 25 \text{ мГн}.$

### Задача 17.3

К генератору переменного тока подключена электрическая цепь, состоящая из последовательно соединенных резистора с малым сопротивлением, конденсатора и катушки индуктивности (рис. 104, а). График зависимости силы тока в данной цепи от частоты генератора приведен на рис. 104, б. Чему равна емкость конденсатора, если индуктивность  $L = 50 \text{ мГн}$ ? Амплитуда колебаний напряжения на выходе генератора поддерживалась постоянной.

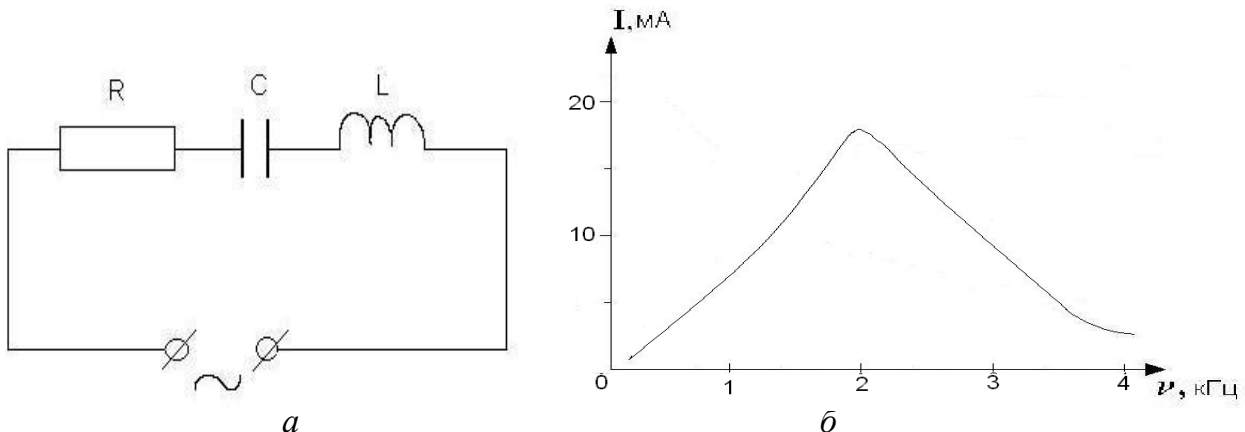


Рис. 104

*Решение.*

В рассматриваемой электрической цепи совершаются вынужденные электрические колебания, амплитуда которых зависит от частоты генератора. Максимального значения амплитуда вынужденных колебаний достигает при резонансе, то есть в том случае, когда частота генератора  $\nu$  совпадает с собственной частотой колебаний  $\nu_{\text{собств. LC}}$  контура.

Из графика (рис. 104, б) видно, что резонанс наступает при частоте  $\nu = 2$  кГц.

Собственную частоту колебаний контура в случае малого активносоппротивления (практически идеальный колебательный контур) определим из формулы Томсона:

$$\nu_{\text{собств}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}};$$

$$\nu = \nu_{\text{собств}};$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Отсюда

$$C = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 L};$$

$$C = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot (2 \cdot 10^3)^2 \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ (Ф)}.$$

*Ответ:*  $C = 0,13$  мкФ.

## Лекция 18

### МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ. ЗВУК

*К данной лекции студент должен*

- знать основные физические величины, характеризующие колебательный процесс.

#### *План лекции*

1. Волны. Типы волн. Уравнение волн.
2. Механические волны. Волновые явления (отражение, преломление, интерференция, дифракция волн).

3. Звук. Характеристики звука. Ультразвук и его практическое применение.
4. Примеры решения задач.

### *Литература*

- I. С. 284–286. § 153. Волновые процессы. Продольные и поперечные волны
- С. 286. § 154. Уравнение бегущей волны. Фазовая скорость. Волновое уравнение
- С. 289–290. § 156. Интерференция волн
- С. 291–294. § 158. Звуковые волны
- С. 294–295. § 159. Эффект Доплера в акустике
- II. Часть I. С. 101–103. § 32. Волновой процесс
- С. 103. § 33 (частично). Уравнение волны. Интенсивность волны
- С. 104–107. § 34. Интерференция волн. Стоячие волны.

### *Формулы*

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $\lambda = vT$        $v = \lambda\nu$       2.  $y(x, t) = A \cos\left(\omega t - \frac{x}{v}\right)$
3.  $\Delta d = m\lambda$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ;       $\Delta d = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
4.  $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

### *Вопросы для самоконтроля*

1. В драме А. С. Пушкина «Борис Годунов» имеются следующие строки: «Послушай! Что за шум?

Народ завыл, там падаю, что волны,  
За рядом ряд ... ещё ... ещё ... Ну, брат,  
Дошло до нас; скорее! На колени!»

Какие особенности волнового движения подмечены поэтом в этих строках?

2. Скорость распространения волн может быть определена по формуле:  $v = \lambda/T$ . Можно ли на этом основании считать, что скорость механической волны в данной среде прямо пропорциональна длине волны и обратно пропорциональна периоду колебаний?

3. Как меняются амплитуды плоской и сферических волн в зависимости от расстояния до источника колебаний?
4. Почему не интерферируют звуковые волны, излучаемые различными инструментами оркестра?
5. В чем заключается эффект Доплера?

### *Тест*

1. Частота колебаний источника волн равна 0,4 Гц, скорость распространения волн 20 м/с. Чему равна длина волны?

1. 0,4 м. 2. 20 м. 3. 8 м. 4. 0,02 м. 5. 50 м.

2. При переходе звуковой волны из одной среды в другую длина волны увеличилась в 2 раза. Как при этом изменилась высота звука?

1. Увеличилась в 4 раза. 2. Увеличилась в 2 раза. 3. Увеличилась в  $\sqrt{2}$  раз. 4. Не изменилась. 5. Уменьшилась в  $\sqrt{2}$  раз.

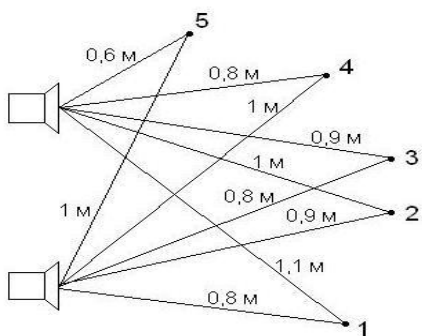


Рис. 105

3. Два динамика подключены к выходу одного генератора. Излучаемая ими волна имеет длину 0,4 м. В какой точке наблюдается максимальная амплитуда звуковых колебаний? Расстояния от динамиков до точек наблюдения указаны на рис. 105.

1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5. 5.

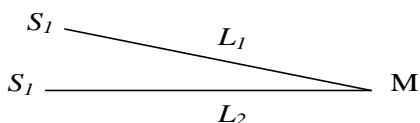


Рис. 106

4. Два когерентных источника с длиной волны  $\lambda$  расположены на разных расстояниях  $L_1$  и  $L_2$  от точки  $M$  (рис. 106).

Что наблюдается в точке  $M$ ?

1. Максимум. 2. Минимум. 3. Ответ неоднозначен. 4. Отсутствует колебание. 5. Среди ответов 1 – 4 нет правильного.

5. Источник и приёмник звука движутся навстречу друг другу. Какую высоту звука будет регистрировать в этом случае приёмник звука в сравнении с той высотой звука, которую он бы регистрировал, если бы источник и приёмник звука были бы неподвижны?

1. Приёмник звука будет регистрировать такую же высоту звука, как и в случае неподвижного источника и приёмника звука.
2. Приёмник звука будет регистрировать более высокий звук, в сравнении с той высотой звука, которую он бы регистрировал, если бы источник и приёмник звука были бы неподвижны.
3. Приёмник звука будет регистрировать более низкий звук, в сравнении с той высотой звука, которую он бы регистрировал, если бы источник и приёмник звука были бы неподвижны.
4. Приёмник не будет регистрировать звук.
5. Среди ответов 1 – 4 нет правильного.

### *Примеры решения задач*

#### *Задача 18.1*

На каком минимальном расстоянии  $L$  друг от друга должны находиться два высоких параллельно расположенных здания, чтобы между ними могли «раскачаться» физиологически опасные инфразвуковые колебания с частотой  $\nu = 7$  Гц? Скорость звука в воздухе  $v = 330$  м/с.

*Решение.*

В случае ветра между зданиями воздух, движущийся с некоторой скоростью, будет в соответствии с уравнением Бернулли иметь меньшее давление, чем окружающий воздух. Это создаст колебания звукового давления – звуковую волну. Интерференция звуковых волн, отраженных от стен зданий, приведет к образованию стоячей волны. Расстояние  $L$  между зданиями – расстояние между узлами стоячей волны – будет равно половине длины бегущей волны  $\lambda$ :

$$L = \frac{\lambda}{2}.$$

Длину волны легко определить.

(Дальнейшие действия по решению задачи не представляют труда, выполните их самостоятельно.)

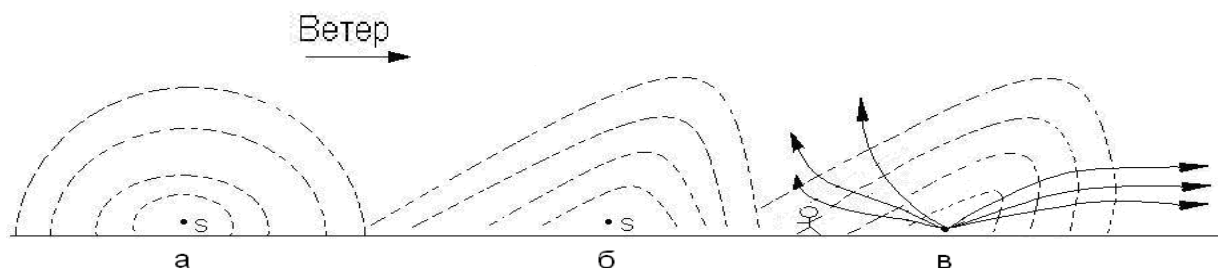
*Ответ:*  $L = 24$  м.

#### *Задача 18.2*

Известно, что если источник звука и человек находятся на одной высоте, то в направлении ветра звук слышен лучше, чем в противоположном. Как объяснить это явление?

*Решение.*

Пусть точка  $S$  – источник звуковых сферических волн (рис. 107). На рис. 107, *а* изображены волновые поверхности – точки, колеблющиеся в одинаковой фазе – для случая неподвижного воздуха. На рис. 107, *б* изображены волновые поверхности для случая, когда воздух смещается с некоторой скоростью – имеется ветер.



*Рис. 107*

Перпендикулярно волновой поверхности проведем лучи, направление которых совпадает с направлением переноса энергии волной (рис. 107, *в*). Наглядно видно, что в направлении ветра перенос энергии происходит в «приземном» слое, а в противоположном направлении (против ветра) перенос энергии осуществляется на больших высотах.

Таким образом, звук будет лучше слышен в направлении ветра, чем в противоположном направлении.

Разобравшись в решении этой задачи, попробуйте объяснить, почему в ночное время звуки слышны на большем расстоянии, чем днём. При анализе этой ситуации учтите, что скорость звука в воздухе зависит от температуры воздуха, постройте волновые поверхности, проведите лучи – направления распространения звуковой энергии и сделайте вывод об условиях слышимости звука.

### *Задача 18.3*

Скорость звука в чугуне впервые была определена французским ученым Био следующим образом. У одного конца чугунной трубы ударяли в колокол; у другого конца экспериментатор слышал два звука: один, пришедший по чугуну, а спустя некоторое время – второй, пришедший по воздуху. Длина трубы была 930 м, промежуток времени между приходом звуков оказался равным 2,5 с. Определите по этим данным скорость звука в чугуне. Скорость звука в воздухе принять равной 340 м/с.



*Решение.*

Скорость звука в чугуне равна:

$$v_{\text{чуг}} = \frac{S}{t_{\text{чуг}}},$$

где  $t_{\text{чуг}}$  – время, затраченное звуковой волной на распространение по чугунной трубе.

По условию задачи

$$t_{\text{чуг}} = t_{\text{воз}} - \Delta t,$$

где  $t_{\text{воз}}$  – время, затраченное звуковой волной на распространение по воздуху на расстояние, равное длине трубы.

$$t_{\text{воз}} = \frac{S}{v_{\text{воз}}}.$$

(Дальнейшие действия по решению задачи не представляют труда, выполните их самостоятельно.)

*Ответ:*  $v_{\text{чуг}} = 4,0$  км/с.

## Лекция 19

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

*К данной лекции студент должен*

- знать основные физические величины, характеризующие колебания;
- уметь вычислять длину волны и частоту колебаний в случае механических волн.

#### *План лекции*

1. Электромагнитные волны. Свойства волн.
2. Физические принципы радиосвязи. Телевидение.
3. Шкала электромагнитных волн и излучений.
4. Примеры решения задач.

#### *Литература*

I. С. 297 – 299. § 161. Экспериментальное получение электромагнитных волн

С. 302 – 303. § 164. Излучение диполя. Применение электромагнитных волн

II. Часть II. С. 413 – 415. § 40. Электромагнитные волны

С. 421– 426. § 43. Радиосвязь

### **Формулы**

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $c = \lambda\nu$

2.  $T = 2\pi\sqrt{LC}$

### **Вопросы для самоконтроля**

1. При каких условиях излучаются электромагнитные волны?
2. Как были открыты электромагнитные волны Г Герцем? С какой целью он использовал открытый колебательный контур?
3. В чем заключаются процессы модуляции и детектирования радиоволн? С какой целью осуществляются данные процессы?
4. Каковы физические принципы организации сотовой связи?
5. Каковы физические принципы осуществления телевидения?

### **Тест**

1. Определите частоту колебаний электрического поля электромагнитной волны, распространяющейся в вакууме. Длина волны 2см.

1.  $1,5 \cdot 10^{10}$  Гц. 2.  $1,5 \cdot 10^8$  Гц. 3.  $6 \cdot 10^6$  Гц. 4.  $1,5 \cdot 10^8$  Гц. 5.  $3 \cdot 10^5$  Гц.

2. Как расположены друг относительно друга вектор напряжённости электрического поля, вектор магнитной индукции магнитного поля и вектор скорости распространения электромагнитной волны?

1. Вектор напряжённости электрического поля, вектор магнитной индукции магнитного поля и вектор скорости распространения электромагнитной волны взаимно перпендикулярны.
2. Вектор напряжённости электрического поля, вектор магнитной индукции магнитного поля и вектор скорости распространения электромагнитной волны параллельны.
3. Вектор напряжённости электрического поля и вектор магнитной индукции магнитного поля параллельны, а вектор скорости распространения электромагнитной волны перпендикулярен им.
4. Вектор напряжённости электрического поля и вектор скорости распространения электромагнитной волны параллельны, а вектор магнитной индукции магнитного поля перпендикулярен им.
5. Вектор магнитной индукции магнитного поля и вектор скорости

распространения электромагнитной волны параллельны, а вектор напряжённости электрического поля перпендикулярен им.

3. Рассмотрим три случая движения электрона:

I. Электрон движется равноускоренно.

II. Электрон совершает гармонические колебания

III. Электрон движется равномерно прямолинейно.

В каком случае (каких случаях) происходит излучение электромагнитных волн?

1. Только в I случае. 2. Только во II случае. 3. Только в III случае. 4. В I и во II случаях. 5. Во II и III случаях.

4. Контур радиоприемника настроен на длину волны 50 м. Как нужно изменить индуктивность катушки колебательного контура приемника, чтобы он был настроен на длину волны 25 м?

1. Увеличить в  $\sqrt{2}$  раз. 2. Увеличить в 2 раза. 3. Увеличить в 4 раза. 4. Оставить неизменной. 5. Уменьшить в  $\sqrt{2}$  раз.

5. Чему равно отношение энергий  $\frac{W_1}{W_2}$  электромагнитных волн,

излучаемых вибратором в единицу времени, при одинаковой амплитуде колебаний электрического тока в вибраторе, если частота колебаний  $\nu$  увеличится от  $\nu_1 = 1$  МГц до  $\nu_2 = 10$  МГц?

1.  $10^{-4}$ . 2.  $10^{-2}$ . 3. 1. 4.  $10^2$ . 5.  $10^4$ .

### *Примеры решения задач*

#### *Задача 19.1*

Какова длина радиоволны, принимаемой сотовым телефоном, если базовой станцией излучается сигнал частотой 940 МГц?

*Решение.*

Длина электромагнитной волны  $\lambda$ , частота излучения  $\nu$  и скорость распространения электромагнитных волн  $c$  связаны соотношением

$$c = \lambda\nu.$$

(Дальнейшие действия по решению задачи не представляют труда, выполните их самостоятельно.)

*Ответ:*  $\lambda = 32$  см.

### Задача 19.2

Оцените, какова дальность уверенного приёма телевизионных передач, считая, что она ограничена линией горизонта. При расчёте примите, что антенна телевизионного передатчика установлена на высоте  $h = 300$  м.

*Решение.*

Как видно из рис. 108, дальность приёма определяется расстоянием  $L$  от телевизионного передатчика до линии горизонта.

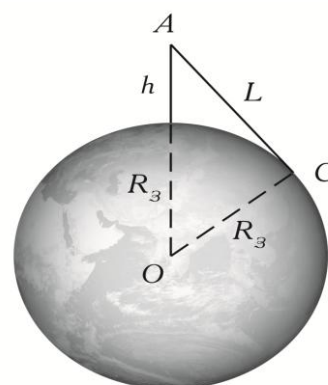


Рис. 108

Из треугольника  $OAC$  (рис 108)

$$L^2 = (R_3 + h)^2 - R_3^2, \quad (171)$$

где  $R_3$  - радиус Земли (примем его равным 6400 км).

Так как  $h \ll R_3$ , то из выражения (171) получим  $L = \sqrt{2R_3h}$ ,

$$L = \sqrt{2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^2} = 6 \cdot 10^4 (\text{м}).$$

$$L = 60 \text{ км.}$$

*Ответ:*  $L = 60$  км.

### Задача 19.3

Для наблюдения интерференции электромагнитных волн используются излучатель и приёмник электромагнитных волн (рис. 109). При попадании электромагнитной волны в приёмник волна возбуждает в приёмном устройстве электрический сигнал, который преобразуется с помощью громкоговорителя в звук, и об интенсивности электромагнитной волны, поступившей в приёмник, можно судить по громкости звука. Расположим излучатель и приёмник и на некотором расстоянии друг от друга и поместим между ними металлическую пластинку (рис. 109). В таком случае в приёмник поступают две когерентные волны.

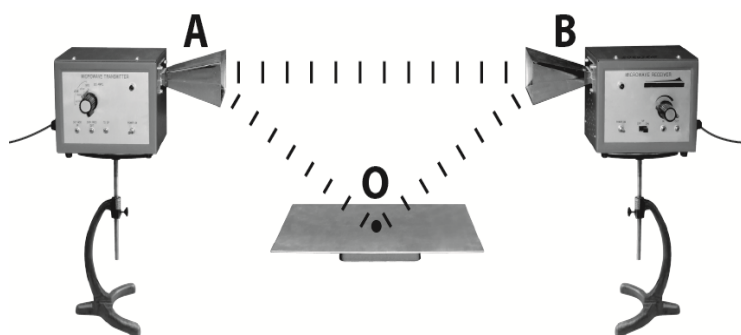


Рис. 109

когерентные волны.

Одна электромагнитная волна поступает непосредственно из излучателя в приёмник, ход этой волны  $d_1$  есть расстояние  $AB$ :

$$d_1 = AB.$$

Другая волна распространяется, отразившись

от металлической пластины, ход этой волны  $d_2$  есть расстояние  $AOB$ :

$$d_2 = AO + OB.$$

Если медленно перемещать вверх или вниз металлическую пластинку (рис. 110), то при этом разность хода

$$\Delta d = d_2 - d_1$$

изменяется, и изменяется результат интерференции электромагнитных

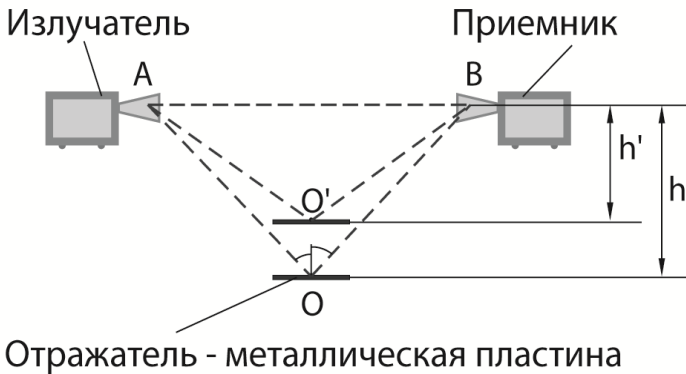


Рис. 110

волн от интерференционного максимума до интерференционного минимума. По этой причине в опыте будет слышно периодическое изменение громкости сигнала, создаваемого громкоговорителем приёмника: максимум – минимум –

максимум - минимум и так далее.

В одном из опытов расстояние  $AB$  составляло 150 см, а высоты  $h$  и  $h'$  для двух соседних – следующих один за другим – интерференционных минимумов были равны соответственно 17,5 и 10 см (рис. 110).

Определите по этим данным скорость электромагнитных волн – скорость света  $c$ , если частота электромагнитных колебаний, вырабатываемых излучателем, составляла  $11 \pm 1$  ГГц.

*Решение.*

Выразим скорость света  $c$  через частоту колебаний  $\nu$  и длину электромагнитной волны  $\lambda$ :

$$c = \lambda \nu.$$

Частота электромагнитных колебаний известна, а для определения длины излучаемой электромагнитной волны используем результаты опыта, приведённые в условии задачи.

Номера соседних интерференционных минимумов отличаются на единицу, и разность хода волн  $\Delta d$  и  $\Delta d'$ , соответствующая этим минимумам, равна:

$$\Delta d = (m + 1)\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

и

$$\Delta d' = m\lambda + \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда

$$\Delta d - \Delta d' = \lambda. \quad (172)$$

Осталось выразить разность хода  $\Delta d$  и  $\Delta d'$  через расстояние  $AB$ ,  $h$ ,  $h'$ .

$$\begin{aligned} \Delta d &= AO + OB - AB, \\ \Delta d &= 2AO - AB, \\ \Delta d &= 2\sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + h^2} - AB. \end{aligned} \quad (173)$$

Аналогично

$$\Delta d' = 2\sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + h'^2} - AB. \quad (174)$$

Подставив соотношения (173) и (174) в выражение (172), имеем:

$$\lambda = 2 \left( \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + h^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + h'^2} \right).$$

(Дальнейшие действия по решению задачи не представляют труда, выполните их самостоятельно.)

*Ответ:*  $c = 3,0 \cdot 10^8$  м/с.

## Лекция 20

### ЗАКОНЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

*К данной лекции студент должен*

- знать основные понятия геометрической оптики, изучавшиеся в средней школе.

#### *План лекции*

1. Основные законы геометрической оптики.
2. Глаз. Очки
3. Оптические приборы
4. Примеры решения задач.

#### *Литература*

И. С. 304–306. § 165. Основные законы оптики. Полное отражение  
С. 309–310. § 166 (частично). Тонкие линзы. Изображение предметов с помощью линз

II. Часть II. С. 430–435. § 45. Отражение и преломление света.  
Полное отражение  
С. 437–444. § 47. Тонкие линзы. Микроскоп  
С. 444–446. § 48. Глаз как оптическая система. Спектральная чувствительность глаза

### **Формулы**

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $\alpha = \beta$     2.  $n_i = \frac{c}{v_i}$     3.  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$     4.  $n = \frac{n_2}{n_1}$

5.  $\alpha_0 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$     6.  $D = \frac{1}{F}$ ,  $D = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$     7.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = D$

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Каков физический смысл абсолютного показателя преломления? относительного показателя преломления?
2. Какая характеристика световых волн – длина волны или частота колебаний – меняется при переходе света из одной прозрачной среды в другую?
3. Свойство зрительной системы человека создавать отчетливое изображение предметов, находящихся на различном удалении от наблюдателя, называют аккомодацией. Как осуществляется аккомодация?
4. Какой физический смысл имеет пословицы: «Ночью все кошки серы» и «Ночью все лошади вороные»?
5. В 1990 году на орбиту вокруг Земли была выведена первая автоматическая обсерватория – космический телескоп Хаббл. Почему астрономы считают необходимым использовать космические телескопы?

### **Тест**

1. Сравните скорость распространения красного и фиолетового излучения в вакууме ( $v_k$  - скорость красного излучения,  $v_\phi$  - скорость фиолетового излучения).
1.  $v_k > v_\phi$ .    2.  $v_k < v_\phi$ .    3.  $v_k = v_\phi$ .    4. Ответ неоднозначен.
5. Среди ответов 1–4 нет правильного.

2. Если  $v$  - скорость света в среде, то абсолютный показатель преломления среды  $n$  равен ( $c$  - скорость света в вакууме)

1.  $n = \frac{c^2}{v^2}$ .    2.  $n = \sqrt{1 + \frac{c}{v}}$ .    3.  $n = \frac{c}{v}$ .    4.  $n = \sqrt{1 + \frac{c^2}{v^2}}$ .    5.  $n = \sqrt{\frac{c}{v}}$ .

3. Как изменится длина волны при переходе света из вакуума в прозрачную среду с абсолютным показателем преломления  $n = 2$ ?

1. Уменьшится в 2 раза. 2. Увеличится в 2 раза. 3. Уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз. 4. Увеличится в  $\sqrt{2}$  раз. 5. Не изменится.

4. Показатели преломления относительно воздуха для воды, стекла и алмаза соответственно равны 1,33; 1,5; 2,42. В каком из этих веществ предельный угол полного отражения при выходе светового луча в воздух имеет минимальное значение?

1. При указанных условиях ни в одном веществе полного отражения не будет. 2. Предельный угол полного отражения при выходе светового луча в воздух имеет одинаковое значение во всех трех веществах. 3. В воде. 4. В стекле. 5. В алмазе.

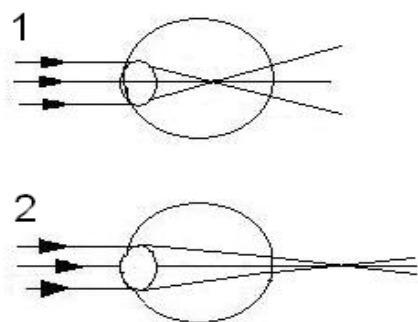


Рис. 111

5. На рисунке 111 приведены схемы хода лучей в глазе при близорукости и дальнозоркости. Какая из этих схем соответствует случаю близорукости и какие линзы нужны для очков в этом случае?

1. 1, рассеивающие.    2. 1, собирающие.  
3. 2, рассеивающие.    4. 2, собирающие.  
5. Ни одна из схем.

### Примеры решения задач

#### Задача 20.1

Одним из современных разделов геометрической оптики является так называемая *волоконная оптика*. Основной рабочий элемент волоконной оптики – это *волоконный световод* (рис. 112, а, б).



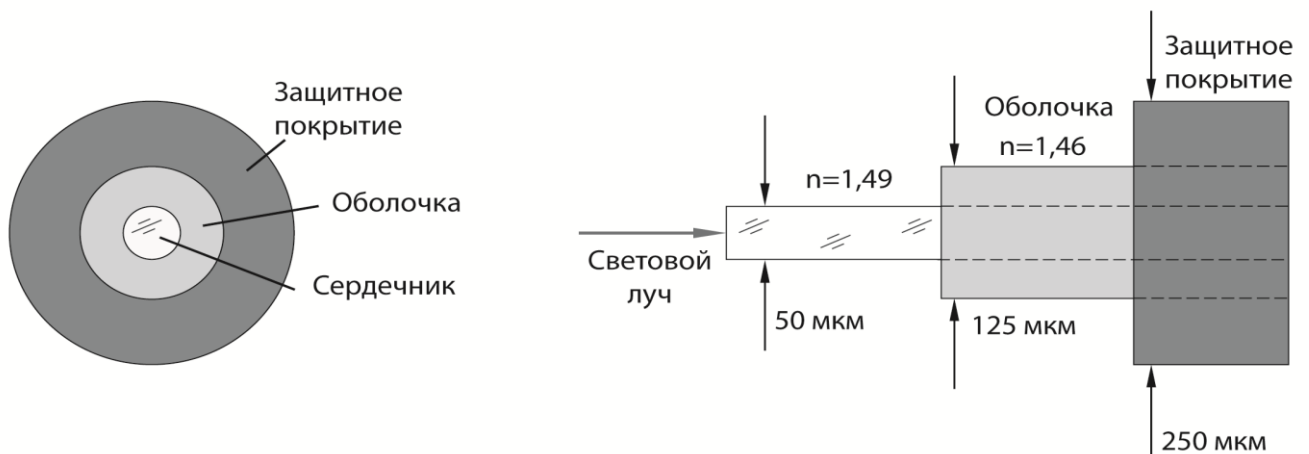


Рис. 112. Устройство простейшего волоконного волновода:  
а – поперечный разрез; б – продольный разрез

Абсолютный показатель преломления центральной части световода – сердечника – больше, чем абсолютный показатель преломления его прозрачной оболочки. Поэтому на границе «сердечник – оболочка» происходит явление *полного отражения* и свет распространяется по волоконному световоду путём многократных отражений (рис. 113).

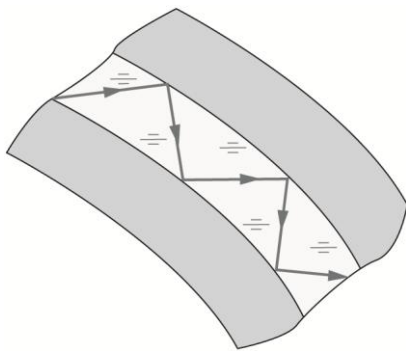


Рис. 113

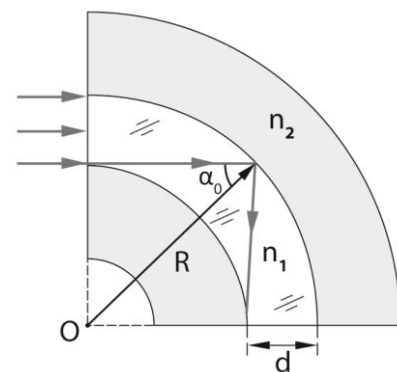


Рис. 114

Устройства волоконной оптики находят самое широкое применение. В медицине, например, их используют для освещения внутренней поверхности желудка при проведении операций или при диагностике. Созданы оптоволоконные системы связи. Они имеют целый ряд преимуществ перед линиями связи на основе медных проводников: менее подвержены помехам, не являются источниками

электромагнитного излучения, поддерживают высокие скорости передачи информации. При передаче информации по оптоволоконной системе связи на входе производят модуляцию светового потока – меняют амплитуду, частоту, фазу сигнала, либо, включая и выключая, «превращают» набор электрических импульсов в набор световых сигналов, а на выходе – демодуляцию светового потока и обратное его превращение в электрический сигнал.

Оцените, каков может быть внешний радиус изгиба сердечника световода  $R$ , чтобы свет, вошедший в световод перпендикулярно плоскости его поперечного сечения, распространялся бы, не выходя через боковую поверхность сердечника в оболочку световода (рис. 114).

*Решение.*

Световод будет нормально функционировать, когда на границе «сердечник – оболочка» происходит явление полного отражения. Полное отражение наблюдается в случае, если угол падения светового луча  $\alpha$  больше предельного угла полного отражения  $\alpha_0$ :

$$\alpha > \alpha_0.$$

Предельный угол полного отражения  $\alpha_0$  определяется из соотношения<sup>1</sup>

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}. \quad (175)$$

С другой стороны, из треугольника  $OAB$  (рис. 114)

$$\sin \alpha_0 = \frac{OA}{OB}$$

или

$$\sin \alpha_0 = \frac{R \cdot d}{R'} \quad (176)$$

где  $d$  – диаметр сердечника световода.

Из соотношений (175) и (176) имеем:

$$\frac{Rd}{R} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Отсюда

$$R = \frac{n_1}{n_1 - n_2} \cdot d.$$

---

<sup>1</sup> Трофимова, Т. И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – С. 306.

$$R = \frac{1,49 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{1,49 - 1,46},$$

$$R = 2,5 \text{ мм.}$$

Ответ:  $R = 2,5$  мм.

### Задача 20.2

Дайте физическое толкование русской пословицы: «Не зная броду, не суйся в воду».

Решение.

Пусть наблюдатель рассматривает предмет  $S$ , находящийся на дне водоёма, глядя на поверхность воды вертикально вниз (рис. 115). Построим ход лучей, «испускаемых» предметом (точнее, отражаемых

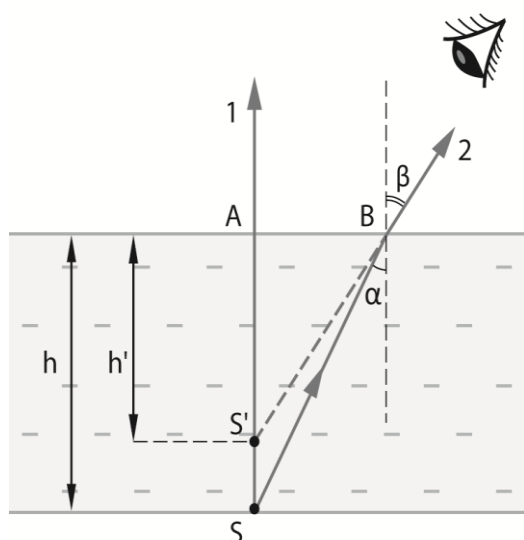


Рис. 115

предметом). Луч  $1$  направлен вертикально вверх, перпендикулярно поверхности воды. Этот луч не испытывает преломления на границе «вода – воздух». Луч  $2$  направлен под *малым* углом падения  $\alpha$ . Этот луч преломляется, причём, при переходе света из оптически более плотной среды (воды) в оптически менее плотную (воздух) угол преломления  $\beta$  будет больше угла падения  $\alpha$ .

$$\beta > \alpha.$$

Лучи  $1$  и  $2$  являются расходящимися. Как и в случае зеркала или рассеивающей линзы мозг человека мысленно продолжает лучи  $1$  и  $2$ , и наблюдателю кажется, что световые лучи исходят из точки  $S'$  - мнимого изображения предмета  $S$ .

Рассматривая мнимое изображение предмета  $S'$  необходимо будет считать, что кажущаяся ему глубина водоёма  $h'$  меньше, чем глубина  $h$ .

$$h' < h.$$

Об этом как раз и предупреждает пословица – не следует доверять зрительным ощущениям, не зная истинной глубины водоёма.

Определим, во сколько раз кажущаяся глубина водоёма  $h'$  меньше истинной глубины водоёма  $h$ .

Рассмотрим треугольник  $ASB$ . Не составляет труда доказать, что угол  $ASB$  равен углу падения  $\alpha$  луча  $2$ .

Тогда

$$tg \alpha = \frac{AB}{AS}$$

или

$$tg \alpha = \frac{AB}{h}. \quad (177)$$

Рассмотрим треугольник  $AS'B$ . В этом треугольнике угол  $AS'B$  равен углу преломления  $\beta$  луча 2. Тогда

$$tg \beta = \frac{AB}{AS'}$$

$$tg \alpha = \frac{AB}{h'}. \quad (178)$$

Из соотношений (11.3) и (11.4) имеем:

$$\frac{tg \alpha}{tg \beta} = \frac{h'}{h}. \quad (179)$$

Известно, что значение тангенса малого угла практически равно значению синуса малого угла (проверьте это, используя калькулятор, вычислив значения синуса и тангенса угла  $5 - 10^\circ$ ). Так как углы  $\alpha$  и  $\beta$  малы, то

$$\begin{aligned} tg \alpha &\approx \sin \alpha, \\ tg \beta &\approx \sin \beta. \end{aligned}$$

Следовательно, выражение (179) можно записать в виде:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{h'}{h}. \quad (180)$$

В соответствии с законом преломления

$$n_{\text{вод}} \sin \alpha = n_{\text{возд}} \sin \beta,$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_{\text{возд}}}{n_{\text{вод}}}. \quad (181)$$

Из соотношений (180) и (181) окончательно имеем:

$$\frac{h'}{h} = \frac{n_{\text{возд}}}{n_{\text{вод}}}.$$

$$\frac{h'}{h} = \frac{1,000292}{1,333} = 0,75.$$

Таким образом, кажущаяся глубина составляет только 75% от истинной глубины водоёма.

*Ответ:* из-за преломления света кажущаяся глубина водоёма меньше истинной.

### Задача 20.3

Человек читает книгу, держа её на расстоянии 20 см от глаз. Какие очки следует рекомендовать носить этому человеку? Расстояние наилучшего зрения (норма) составляет 25 см.

*Решение.*

*Вариант 1.*

Читая в очках, человек будет держать книгу на расстоянии, равном расстоянию наилучшего зрения  $a_0 = 25$  см а глаз человека будет рассматривать мнимое изображение, даваемое рассеивающей линзой, которое должно находиться на расстоянии  $a = 20$  см от глаза (рис. 116).

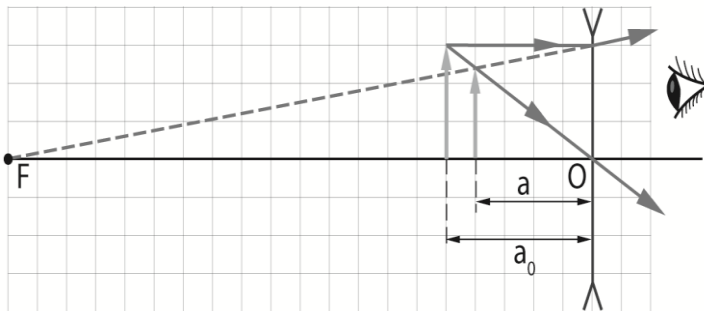


Рис. 116

В соответствии с формулой

линзы

$$\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a} = D_{\text{оч}},$$

где  $D_{\text{оч}}$  - оптическая сила линзы очков.

$$D_{\text{оч}} = \frac{1}{0,25 \text{ м}} - \frac{1}{0,2 \text{ м}},$$

$$D_{\text{оч}} = -1 \text{ дп.}$$

*Вариант 2.*

Запишем формулу линзы для случая, когда человек читает книгу без очков, держа её на расстоянии  $a$ .

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = D_{\text{гл}}, \quad (182)$$

где  $b$  – расстояние от центра оптической системы глаза до сетчатки,  $D_{\text{гл}}$  - оптическая сила глаза.

Вооружившись очками, человек читает книгу с расстояния наилучшего зрения  $a_0$ .

Тогда

$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{b} = D_{\text{оч}} + D_{\text{гл}}. \quad (183)$$

При этом мы считаем оптическую силу системы «очки и глаз», равной сумме оптических сил линз очков и глаза.

Вычтя из уравнения (183) уравнение (182), имеем:

$$D_{\text{оч}} = \frac{1}{a_0} - \frac{1}{a}.$$

Ответ:  $D_{\text{оч}} = -1$  дп.

## Лекция 21

### СВЕТОВЫЕ ВОЛНЫ И ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ (ДИСПЕРСИЯ, РАССЕЯНИЕ, ПОЛЯРИЗАЦИЯ)

*К данной лекции студент должен*

- знать основные понятия геометрической оптики;
- уметь применять закон отражения света, закон преломления света для построения хода луча в оптических системах.

#### *План лекции*

1. Явление дисперсии света. Природные явления, обусловленные дисперсией света.
2. Явление рассеяния света.
3. Явление поляризации света. Закон Малюса.
4. Примеры решения задач.

#### *Литература*

- I. С. 347–348. § 185 (частично). Дисперсия света  
С. 355–357. § 190. Естественный и поляризованный свет  
С. 358. § 191. Поляризация света при отражении преломлении на границе двух диэлектриков  
С. 365–366. § 196. Вращение плоскости поляризации  
II. Часть II. С. 435 § 46 (частично). Дисперсия света. Спектры  
С. 485–489. § 58. Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Поляризация света в турмалине. Поляроиды  
С. 493–495. § 60. Вращение плоскости колебаний поляризованного света. Поляриметр

#### *Формулы*

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $I = I_0 \cos^2 \alpha$       2.  $\operatorname{tg} \alpha_B = n$       3.  $\varphi = [\alpha] C d$

### Вопросы для самоконтроля

1. Ньютон один из проведённых им оптических опытов описывает следующим образом: «На ...кусок бумаги, две половины которого были окрашены в красный и синий цвет... я намотал несколько раз тонкую нить очень чёрного шёлка таким образом, что несколько витков на окрашенной бумаге казались рядом чёрных линий, нанесённых на бумагу... Я мог бы начертить чёрные линии пером, но нитки были более тонкими и отчётливыми... Вблизи бумаги, около раздела красок, внизу я поместил свечу для сильного освещения бумаги, так как опыт производился ночью... Далее...я поставил стеклянную линзу..., собирающую лучи... и заставлявшую их сходиться . ... белую бумагу... я передвинул несколько раз то по направлению к линзе, то от неё, для того, чтобы найти те места, где изображения синей и красной частей окрашенной бумаги кажутся наиболее отчётливыми. Я легко узнавал эти места по изображениям чёрных линий, полученных при помощи шёлка, намотанного на бумагу». В результате проведения опыта Ньютон установил, что «расстояние белой бумаги от линзы в случае отчётливого изображения красной половины окрашенной бумаги было на один дюйм с половиной больше, чем расстояние той же белой бумаги от линзы, когда изображение синей половины казалось наиболее отчётливым». Как объяснить результаты этого опыта?

2. При изучении спектров в диапазоне видимого излучения в недалёком прошлом часто использовался *призменный спектроскоп* (рис. 117, а). Оптическая схема прибора изображена на рис. 117, б.

Поясните устройство и принцип действия прибора, ответив на следующие вопросы:

1. Почему световое излучение направляется в прибор через узкую щель 1?
2. С какой целью собирающая линза 2 расположена так, что щель 1 находится в фокусе линзы?

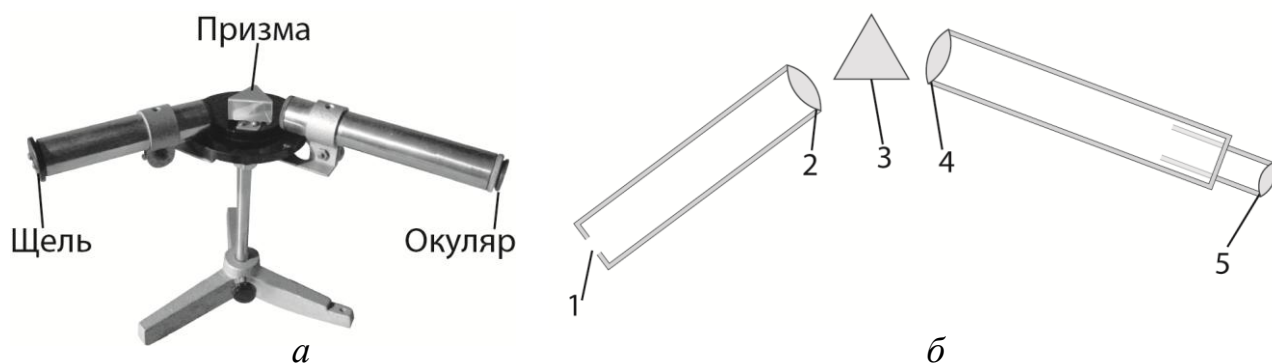


Рис. 117

1. Почему свет направляется в прибор через узкую щель 1?
  2. С какой целью собирающая линза 2 расположена так, что щель 1 находится в фокусе линзы?
  3. Какова роль призмы 3 в приборе?
  4. Объектив 4 и окуляр 5 являются простейшей зрительной трубой. С какой целью окуляр 5 сделан подвижным?
3. Почему Солнце на закате красное?

4. Естественный свет попадает на два поляроида, которые повернуты относительно друг друга так, что на экране за поляроидами наблюдается тёмное неосвещённое пятно (рис. 118). Какой из поляроидов – 1 или 2 – необходимо повернуть и на какой угол, чтобы на экране за поляроидами наблюдалось максимально освещённое пятно?

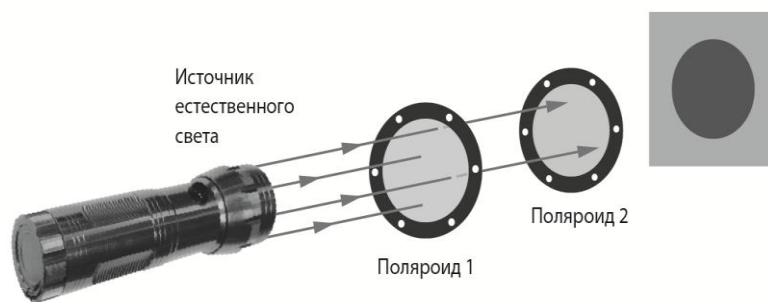


Рис. 118

5. Приведите примеры практического применения явления поляризации.

### Тест

1. При прохождении белого света через трехгранную призму наблюдается его разложение в спектр. Это явление объясняется...
  1. полным отражением от граней призмы.
  2. поляризацией света.
  3. наложением световых волна.
  4. дисперсией света.
  5. рассеянием света.
2. На каком рисунке (рис. 119 или рис. 120) правильно представлен ход лучей при разложении белого света стеклянной призмой (Б - белый свет, К- красный свет, Ф - фиолетовый свет)?

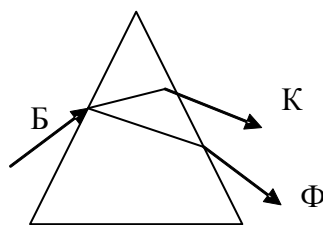


Рис. 119

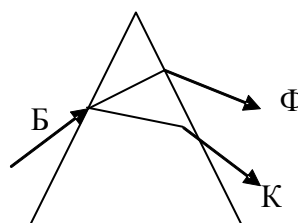


Рис. 120



1. На рис. 119. 2. На рис. 120. 3. И на рис. 119, и на рис. 120. 4. Ни на рис. 119, ни на рис. 120. 5. Среди ответов 1 – 4 нет правильного.

3. Естественным называется свет ...

1. со всевозможными равновероятными ориентациями вектора напряженности электрического поля электромагнитной волны. 2. распространяющийся в оптически однородной среде. 3. излучаемый лазером. 4. оптического диапазона, фиксируемый глазом человека. 5. с длиной волны от 0,6 мкм до 0,9 мкм.

4. Поляризация света является доказательством ...

1. распространения света в вакууме со скоростью  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. 2. продольного характера волн. 3. электромагнитной природы света. 4. постоянства частоты света при переходе из одной прозрачной среды в другую. 5. существования явления дисперсии света.

5. Поляризаторы – это ...

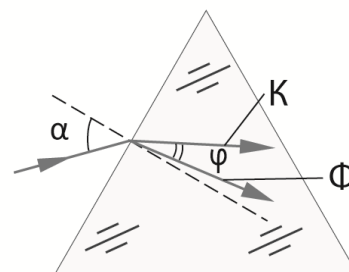
1. вещества, изотропные в отношении колебаний вектора напряженности электрического поля электромагнитной волны. 2. вещества, позволяющие определить, как меняется длина волны света при переходе из вакуума в данное вещество. 3. вещества, применение которых позволяет проверить закон отражения света. 4. вещества, применение которых позволяет проверить закон преломления света. 5. вещества, анизотропные в отношении колебаний вектора напряженности электрического поля электромагнитной волны.

### *Примеры решения задач*

#### *Задача 21.1*

Узкий пучок белого света падает на дисперсионную стеклянную призму так, что угол падения света на грань призмы составляет  $\alpha = 20^\circ$  (рис. 121). Чему равен угол  $\varphi$  между красным и фиолетовым лучом после преломления света на этой грани? Абсолютный показатель преломления стекла для красного света составляет  $n_k = 1,54$ , для фиолетового –  $n_\phi = 1,56$ .

*Решение.*



Запишем закон преломления света на границе двух сред «воздух – стекло» для красного и фиолетового света соответственно:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_{\text{кр}}} = \frac{n_{\text{кр}}}{n_{\text{вх}}}, \quad (184)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_{\text{ф}}} = \frac{n_{\text{ф}}}{n_{\text{вх}}}, \quad (185)$$

где  $\beta_{\text{кр}}$  – угол преломления красного луча;

$\beta_{\text{ф}}$  – угол преломления фиолетового луча;

*Рис. 121*

$n_{\text{вх}}$  – абсолютный показатель преломления воздуха,  $n_{\text{вх}} = 1,000292$ .

Искомый угол  $\varphi$  между красным и фиолетовым лучами равен

$$\varphi = \beta_{\text{кр}} - \beta_{\text{ф}}. \quad (186)$$

Из соотношений (184)–(186) имеем:

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{n_{\text{вх}}}{n_{\text{кр}}}\sin\alpha\right) - \arcsin\left(\frac{n_{\text{вх}}}{n_{\text{ф}}}\sin\alpha\right).$$

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{1,000292}{1,54}\sin 20^\circ\right) - \arcsin\left(\frac{1,000292}{1,56}\sin 20^\circ\right).$$

$$\varphi = 0,17^\circ.$$

*Ответ:*  $\varphi = 0,17^\circ$ .

### Задача 21.2

Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость (рис. 122). Отражённый от пластины пучок света образует угол  $\varphi = 97^\circ$  с падающим пучком. Определите показатель преломления  $n_1$  жидкости, если отражённый свет максимально поляризован. Абсолютный показатель преломления стекла принять равным  $n_2 = 1,5$ .

*Решение.*

Согласно закону Брюстера<sup>1</sup>, пучок света, отражённый от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения светового луча  $i_B$  равен относительному показателю преломления:

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

<sup>1</sup> Трофимова, Т. И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – С. 358.

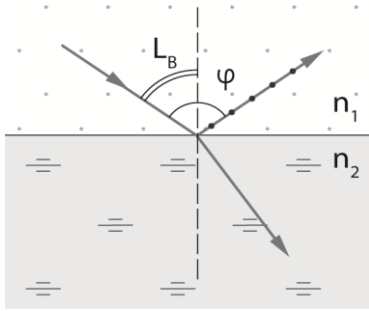


Рис. 122

где  $n_{21}$  – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен, как известно, отношению абсолютных показателей преломления. Следовательно,

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1}.$$

Так как угол падения равен углу отражения, то  $i_B = \frac{\varphi}{2}$  и, следовательно,

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{n_2}{n_1},$$

откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg} \left( \frac{\varphi}{2} \right)}.$$

$$n_1 = 1,33.$$

Ответ:  $n_1 = 1,33$ .

### Задача 21.3

При прохождении света через две плоские пластины, изготовленные из кристалла турмалина, интенсивность светового излучения уменьшается в 8 раз. Чему равен угол между оптическими осями кристалла?

*Решение.*

При прохождении света через первую пластину – поляризатор – естественный свет преобразуется в плоскополяризованный. При этом интенсивность света уменьшается в 2 раза:

$$I_1 = \frac{1}{2} I_{ест}, \quad (123)$$

где  $I_{ест}$  – интенсивность естественного света;

$I_1$  – интенсивность плоскополяризованного света.

При прохождении плоскополяризованного света через вторую пластину – анализатор – интенсивность плоскополяризованного света уменьшается в соответствии с законом Малюса:

$$I = I_1 \cos^2 \varphi, \quad (124)$$

где  $I$  – интенсивность света на выходе из оптической системы;

$\varphi$  – угол между оптическими осями поляризатора и анализатора.

Из соотношений (123) и (124) имеем

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \varphi.$$

По условию задачи

$$\frac{I}{I_{\text{ест}}} = \frac{1}{8},$$

тогда

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{1}{2}; \\ \varphi &= 60^{\circ}. \end{aligned}$$

Ответ:  $\varphi = 60^{\circ}$ .

## Лекция 22

### СВЕТОВЫЕ ВОЛНЫ И ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ (ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ, ДИФРАКЦИЯ)

*К данной лекции студент должен*

- знать основные понятия геометрической оптики; знать, в чём заключаются явления интерференции и дифракции волн (на примере механических волн).

#### *План лекции*

1. Явление интерференции света. Природные явления, обусловленные интерференцией света.
2. Дифракция света. Понятие о зонах Френеля.
3. Практическое применение явления интерференции и дифракции света.
4. Границы применимости геометрической оптики.
5. Примеры решения задач.

#### *Литература*

- I. С. 321–322. § 172. Интерференция света  
С. 322–325. § 173. Методы наблюдения интерференции света  
С. 325–328. § 174. Интерференция света в тонких плёнках  
С. 328–331. § 175. Применение интерференции света  
С. 332–333. § 176. Принцип Гюйгенса – Френеля  
С. 333–335. § 177. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света  
С. 339–341. § 180. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке

С. 343–344. § 183 (частично). Разрешающая способность оптических приборов

II. Часть II. С. 457–463. § 51. Интерференция света. Интерферометр

С. 468–470. § 53. Интерференция света, отражённого от прозрачных плёнок

С. 470–473. § 54. Дифракция света. Разрешающая способность оптических приборов

### **Формулы**

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $\Delta d = m\lambda$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ;  $\Delta d = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2$ ,

2.  $r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda$       3.  $d \sin \varphi = m\lambda$       4.  $\varphi \geq \frac{1.22 \lambda}{D}$

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Какие световые волны являются когерентными? Как практически создают системы когерентных световых волн?
2. Если стальное лезвие ножа поместить в пламя газовой горелки, то лезвие приобретает радужную окраску. Почему?
3. Что такое «просветление оптики»? Как оно осуществляется?
4. Как изготавливают дифракционные решётки? Приведите примеры практического применения дифракционных решёток.
5. Какие физические причины ограничивают применение геометрической оптики при расчете хода световых лучей в оптических приборах?

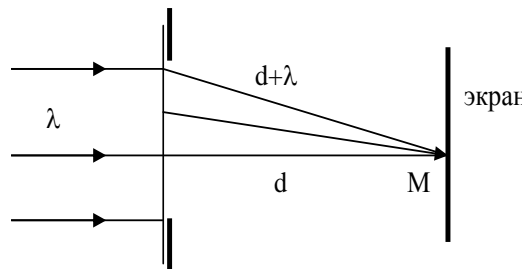
### **Тест**

1. Радужная окраска мыльного пузыря обусловлена ...
  1. явлением дисперсии света.
  2. явлением интерференции света.
  3. явлением дифракции света.
  4. явлением поляризации света.
  5. явлением рассеяния светом.

2. При интерференции света в местах максимума складываются:  
 а) амплитуды колебаний напряженности электрического поля;  
 б) интенсивности света, пропорциональные квадрату амплитуды колебаний напряженности электрического поля.

1. а. 2. б. 3. а и б. 4. Ни а, ни б. 5. Среди ответов 1–4 нет правильного.

3. На диафрагму с круглым отверстием падает плоская световая волна длиной  $\lambda$ . В точке  $M$ , находящейся на расстоянии  $d$  от экрана (см. рис. 123), будет наблюдаться ...



1. темное пятно.  
 2. светлое пятно.  
 3. равномерная, как по всему экрану, освещенность.

Рис. 123

4. чередование вертикальных светлых и темных полос.

5. чередование горизонтальных светлых и темных полос.

4. Какие излучения из перечисленных ниже обладают способностью к интерференции:

1 – видимый свет; 2 – радиоволны; 3 – рентгеновские лучи; 4 – инфракрасные лучи?

1. Только 1. 2. Только 1 и 2. 3. Только 3. 4. Только 1, 2, 4. 5. 1, 2, 3, 4.

5. На дифракционную решетку с периодом  $d$  перпендикулярно ее плоскости падает параллельный монохроматический пучок света с длиной волны  $\lambda$ . Какое из приведенных ниже условий выполняется для угла  $\varphi$ , под которым наблюдается первый главный максимум?

1.  $\sin\varphi = \frac{\lambda}{d}$ . 2.  $\sin\varphi = \frac{d}{\lambda}$ . 3.  $\cos\varphi = \frac{\lambda}{d}$ . 4.  $\cos\varphi = \frac{d}{\lambda}$ . 5.  $\sin\varphi = \frac{2\lambda}{d}$ .

### Примеры решения задач

#### Задача 22.1

Проводится опыт по интерференции света по классической схеме, предложенной Юнгом (рис. 124). Расстояние  $d$  между отверстиями  $O_1$  и  $O_2$  составляет 0,5 мм, расстояние  $y$  от центра экрана до первого максимума красного цвета было равно 2 мм, а расстояние  $L$  от

источников света до экрана – 1,5 м (рис. 125). Чему равна длина волны света  $\lambda$ ?

*Решение.*

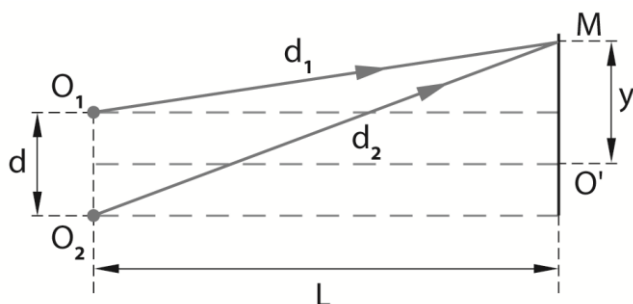


Рис. 124

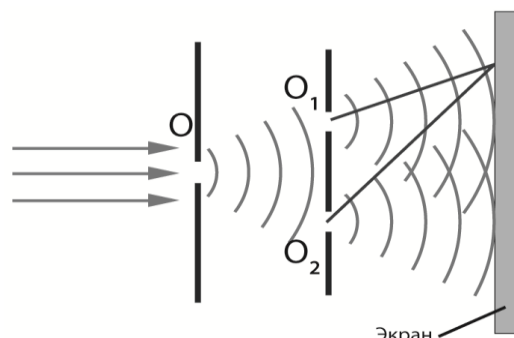


Рис. 125

В центре экрана (точка  $O'$ ), очевидно, будет наблюдаться интерференционный максимум (светлая полоса), так как

$$O_1O' = O_2O'$$

и разность хода световых волн от источников  $O_1$  и  $O_2$  равна нулю.

Пусть на экране в точке  $M$ , которая находится на расстоянии  $y$  от центра экрана ( $O'M = y$ ) также наблюдается интерференционный максимум. Это возможно, если разность хода волн от источников света  $O_1$  и  $O_2$  будет равна длине волны:

$$d_2 - d_1 = \lambda, \quad (187)$$

Выразим ход волны  $d_2$  и  $d_1$  через известные величины. Используя теорему Пифагора, получим (рис. 125):

$$d_2^2 = L^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2,$$

$$d_1^2 = L^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2.$$

Тогда

$$d_2^2 - d_1^2 = \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(y - \frac{d}{2}\right)^2,$$

$$d_2^2 - d_1^2 = 2yd,$$

$$(d_2 - d_1)(d_2 + d_1) = 2yd.$$

С учётом выражения (187) перепишем последнее соотношение в виде

$$\lambda(d_2 + d_1) = 2yd. \quad (188)$$

В рассматриваемом опыте расстояние  $d$  между отверстиями  $O_1$  и  $O_2$  составляет 0,5 мм, расстояние  $y$  от центра экрана до первого

максимума красного цвета было 2мм мм, а расстояние  $L$  от источников света до экрана – 1,5 м. В таком случае

$$d_2 + d_1 \approx 2L,$$

и из соотношения (188) получим выражение для расчёта длины волны света.

$$\lambda = \frac{yd}{L}.$$

$$\lambda = 670 \text{ нм.}$$

Ответ:  $\lambda = 670 \text{ нм.}$

### Задача 22.2

Плоская световая волна с длиной волны  $\lambda = 0,65 \text{ мкм}$  падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметром  $d = 3 \text{ мм}$ . Определите, на каком расстоянии  $L$  напротив диафрагмы должен находиться фотодиод, чтобы он фиксировал минимум приходящего на него светового излучения?

*Решение.*

Фотодиод фиксирует минимум излучения, если он помещён в такую точку  $\Phi$ , при наблюдении из которой в отверстии укладывается две зоны Френеля (рис. 126).

По теореме Пифагора

$$(L + \lambda)^2 = L^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2. \quad (189)$$

Учтем, что по условию задачи

$$\lambda \ll d.$$

Тогда из соотношения (189) получим

$$L = \frac{d^2}{8\lambda}.$$

$$L = \frac{(3 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2}{8 \cdot 0,65 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 1,7 \text{ (м).}$$

Ответ:  $L = 1,7 \text{ м.}$

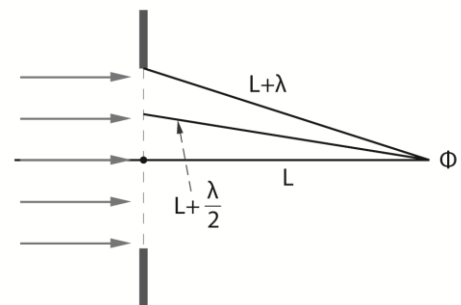


Рис. 126

### Задача 22.3

Оцените, каков должен быть диаметр объектива, установленного на спутнике-разведчике, чтобы на фотографии, выполненной из космоса, можно было бы различить звездочки на погонах военных. Высота полета спутника  $H = 100 \text{ км}$ . Расстояние между звездочками  $x = 5 \text{ см}$ .



*Решение.*

Пусть удаленный источник излучает световую волну. Вследствие дифракции световой волны на отверстии – объективе – полученное изображение источника является дифракционной картиной, имеющей вид дифракционных колец (рис. 127, а).

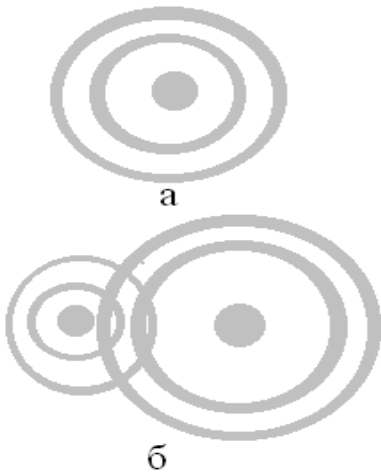


Рис. 127

Если два точечных источника находятся на малом угловом расстоянии друг от друга, то их дифракционные картины накладываются и различить объекты по отдельности не удастся (рис. 127, б). Изображение двух источников монохроматического света, получаемых с помощью объектива, разрешимы, если угловое расстояние между источниками удовлетворяет следующему критерию<sup>1</sup>:

$$\varphi \geq \frac{1,22\lambda}{D}, \quad (190)$$

где  $\varphi$  – угловое расстояние между источниками;

$\lambda$  – длина волны монохроматического света;

$D$  – диаметр объектива.

Угол  $\varphi$  легко определить:

$$\varphi = \frac{x}{H}. \quad (191)$$

Из соотношений (190) и (191) имеем

$$D \geq \frac{1,22\lambda H}{x};$$
$$D \geq \frac{1,22 \cdot 4 \cdot 10^{-7} \cdot 10^5}{5 \cdot 10^{-2}} \approx 1(\text{м}).$$

То есть такой проект фотографирования технически осуществим.

*Ответ:*  $D \approx 1\text{м}$ .

---

<sup>1</sup> Трофимова, Т. И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – С. 344.

## Лекция 23

### ЗАКОНЫ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ. КВАНТОВЫЙ ХАРАКТЕР ИЗЛУЧЕНИЯ

*К данной лекции студент должен*

- знать, каково соотношение между длиной волны и частотой излучения; каково одно из основных соотношений релятивистской механики, определяющее связь между энергией, энергией покоя и импульсом движущегося тела.

#### *План лекции*

1. Законы теплового излучения: закон Стефана – Больцмана, закон Вина. Ультрафиолетовая «катастрофа».
2. Гипотеза Планка. Энергия и импульс кванта.
3. Примеры решения задач.

#### *Литература*

I. С. 367–368. § 197. Тепловое излучение и его характеристики  
С. 370–371. § 199. Законы Стефана – Больцмана и смещения Вина  
С. 381. § 205 (частично). Масса и импульс фотона. Давление света  
II. Часть II. С. 498–499. § 61 (частично). Тепловое излучение.  
Абсолютно чёрное тело. Закон Кирхгофа  
С. 501–504. § 62 (частично). Законы излучения абсолютно чёрного тела. Квантовый характер излучения. Формула Планка

#### *Формулы*

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$1. R_e = \sigma T^4 \qquad 2. \lambda_{\max} = \frac{b}{T} \qquad 3. E = h\nu, \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

#### *Вопросы для самоконтроля*

1. Что называют абсолютно черным телом? Какой физический объект близок по своим характеристикам к абсолютно чёрному телу?
2. Может ли абсолютно чёрное тело светиться? Если да, то при каких условиях?

3. Как формулируется закон Стефана – Больцмана?
4. Как формулируется закон смещения Вина?
5. Какая гипотеза была выдвинута выдающимся немецким физиком Максом Планком (1858–1947) для теоретического объяснения законов теплового излучения?

### *Тест*

1. На рис. 128 представлены графики зависимости спектральной плотности энергетической светимости  $I_\nu$  абсолютно черного тела от частоты  $\nu$  при различных температурах. Какой из приведённых на рисунке графиков соответствует наибольшей температуре тела?

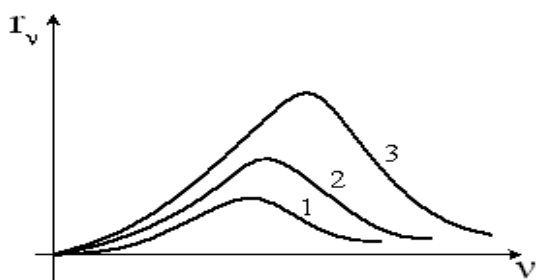


Рис. 128

1. График 1. График 2. График 3. 4. Любой из графиков 1 – 3, так как вид графика зависимости спектральной плотности энергетической светимости  $I_\nu$  абсолютно черного тела от частоты  $\nu$  не изменяется при изменении температуры тела. 5. Среди ответов 1–4 нет правильного.

2. При увеличении температуры тела в 2 раза его интегральная энергетическая светимость возрастает:

1. В  $\sqrt{2}$  раз. 2. В 2 раза. 3. В 4 раза. 4. В 8 раз. 5. В 16 раз.

3. Правильное соотношение между температурами красных  $T_{кр}$ , желтых  $T_{жёл}$ , голубых  $T_{гол}$  звезд задается неравенством:

1.  $T_{кр} > T_{жёл} > T_{гол}$ . 2.  $T_{жёл} > T_{кр} > T_{гол}$ . 3.  $T_{гол} > T_{кр} > T_{жёл}$ .
4.  $T_{гол} > T_{жёл} > T_{кр}$ . 5.  $T_{жёл} > T_{гол} > T_{кр}$ .

4. При переходе света из воздуха в стекло с показателем преломления  $n = 1,5$  энергия фотона...

1. увеличивается в 1,5 раза. 2. уменьшается в 1,5 раза. 3. остается неизменной. 4. уменьшается в 3 раза. 5. увеличивается в 3 раза.

5. Энергия квантов излучения  $A$  в 2 раза больше энергии квантов излучения  $B$ . Кванты какого из излучений -  $A$  или  $B$  - обладают большим импульсом и во сколько раз?

1. Кванты излучения  $A$ , в 2 раза.
2. Кванты излучения  $A$ , в 4 раза.
3. Импульсы квантов излучения  $A$  и  $B$  равны.
4. Кванты излучения  $B$ , в 2 раза.
5. Кванты излучения  $B$ , в 4 раза.

### *Примеры решения задач*

#### *Задача 23.1*

Температура наружных слоев звезды Арктур  $T = 4100$  К, а светимость  $L = 105$ . Во сколько раз по размеру Арктур больше, чем Солнце? Максимум излучения Солнца приходится на 470 нм. Светимость – энергетическая характеристика звезды, показывающая, во сколько раз мощность излучения звезды больше мощности Солнца.

*Решение.*

Примем звезду за абсолютно черное тело, чья интегральная светимость  $R$  в соответствии с законом Стефана – Больцмана пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры:

$$R = \sigma T^4, \quad (192)$$

где  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана.

Мощность светового излучения звезды  $W$  определяется её интегральной светимостью и площадью поверхности  $S$ .

$$S = 4\pi r^2, \quad (193)$$

$r$  – радиус звезды.

$$W = RS.$$

С учетом соотношений (192) и (193) имеем

$$W = 4\pi\sigma T^4 r^2. \quad (194)$$

Светимость  $L$  по определению равна

$$L = \frac{W}{W_o},$$

где  $W_o$  – мощность светового излучения Солнца.

С учетом соотношения (194) имеем:

$$L = \left(\frac{T}{T_o}\right)^4 \left(\frac{r}{r_o}\right)^2, \quad (195)$$

где  $T_o$  – температура наружных слоев Солнца;

$r_o$  – радиус Солнца.

Температуру наружных слоев Солнца определим, исходя из закона смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{b}{T_o}, \quad (196)$$

где  $\lambda_m = 470$  нм – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения Солнца;

$b$  – постоянная Вина.

Соотношения (195), (196) позволяют ответить на вопрос задачи:

$$r = \left( \frac{b}{\lambda_m T} \right)^2 \sqrt{L} r_0;$$

$$r = \left( \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{470 \cdot 10^{-9} \cdot 4100} \right)^2 \sqrt{105} r_0.$$

$$r = 23 r_0.$$

Таким образом, по размеру Арктур больше, чем Солнце, в 23 раза.

*Ответ:*  $r = 23 r_0$ .

### Задача 23.2

Абсолютно чёрное тело имеет температуру  $T_1 = 2600$  К. В результате остывания тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на  $\Delta\lambda = 1,1$  мкм. До какой температуры  $T_2$  охладилось тело?

*Решение.*

Запишем закон смещения Вина дважды – для случая, когда тело имело температуру  $T_1$  и для случая, оно охладилось до температуры  $T_2$ :

$$\lambda_1 = \frac{b}{T_1}, \quad (197)$$

$$\lambda_2 = \frac{b}{T_2}, \quad (198)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – длины волн, на которые приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости при температурах  $T_1$  и  $T_2$  соответственно,

$b$  – постоянная Вина,  $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$  мК.

По условию задачи

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda. \quad (199)$$

Соотношения (197) – (199) позволяют ответить на вопрос задачи:

$$T_2 = \frac{T_1}{1 + \frac{\Delta\lambda T_1}{b}}.$$

$$T_2 = \frac{2600}{1 + \frac{1,1 \cdot 10^{-6} \cdot 2,6 \cdot 10^3}{2,9 \cdot 10^{-3}}} = 1300 \text{ (К)}.$$

$$T_2 = 1300 \text{ К.}$$

*Ответ:*  $T_2 = 1300 \text{ К.}$

### Задача 23.3

При какой длине волны излучения энергия кванта излучения равна энергии покоя электрона?

*Решение.*

Энергия кванта излучения  $E$  определяется частотой излучения  $\nu$

$$E = h\nu, \quad (200)$$

где  $h$  – постоянная Планка.

Частоту излучения  $\nu$  легко определить из известного соотношения

$$c = \lambda\nu, \quad (201)$$

где  $c$  – скорость света;

$\lambda$  – искомая длина волны излучения.

По условию задачи

$$E = E_0, \quad (202)$$

где  $E_0$  – энергия покоя электрона,  $E_0 = 8,187 \cdot 10^{-14}$  Дж.

(Дальнейшие действия по решению задачи, если использовать соотношения (200) – (202), не представляют труда, выполните их самостоятельно.)

*Ответ:*  $\lambda = 2,426 \cdot 10^{-12}$  м.

## Лекция 24

### ЯВЛЕНИЕ ФОТОЭФФЕКТА. КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ

*К данной лекции студент должен*

- знать, каково соотношение между длиной волны и частотой излучения; как рассчитывается энергия и импульс кванта;
- уметь применять законы сохранения энергии и импульса для анализа взаимодействия частиц.

### **План лекции**

1. Явление фотоэффекта. Законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.
2. Эффект Комптона.
3. Корпускулярно-волновой дуализм.
4. Примеры решения задач.

### **Литература**

- I. С. 376–378. § 202. Виды фотоэлектрического эффекта. Законы внешнего фотоэффекта  
С. 378–380. § 203. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Экспериментальное подтверждение квантовых свойств света  
С. 382–384. § 206. Эффект Комптона и его элементарная теория  
С. 384–385. § 207. Единство корпускулярных и волновых свойств электромагнитного излучения  
С. 393–395. § 213. Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества  
II. Часть II. С. 529–534. § 68. Фотоэффект. Законы фотоэффекта.  
Фотоэлементы  
С. 537–538. § 69 (частично). Масса и импульс фотона. Световое давление. Эффект Комптона. Флуктуация света

### **Формулы**

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

$$1. \quad h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + \frac{mv_{\text{MAX}}^2}{2}, \quad \nu_0 = \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{h} \quad 2. \quad \Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad \lambda_c = \frac{2h}{m_0c}$$

### **Вопросы для самоконтроля**

1. В чем заключается явление фотоэффекта? Каковы основные закономерности фотоэффекта? В чем эти закономерности противоречат классической физике?
2. В чём заключается развитие квантовой гипотезы М. Планка предложенное А. Эйнштейном (в частности в области квантовой теории фотоэффекта)?
3. Как, исходя из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта, объяснить существование так называемой «красной границы» фотоэффекта?

4. Кроме теплового излучения существует ещё один вид излучения – люминесценция. Люминесценция – излучение, представляющее собой избыток над тепловым излучением тела и продолжающееся в течение времени, значительно превышающего период световых колебаний. Люминесценция возникает после того, как люминесцирующему веществу передаётся энергия, и источники люминесцентного свечения переходят в возбуждённое состояние, а затем источники люминесцентного излучения «избавляются» от избытка энергии.

Английский учёный Джордж Габриель Стокс (1819–1093), исследуя люминесценцию, сформулировал следующее правило: длина волны люминесцентного излучения всегда больше длины волны света, возбудившего его. Как может быть объяснено данное правило?

5. В чем заключается эффект Комптона? Как данное явление объясняется с квантовой точки зрения?

### *Тест*

1. Глаз, адаптированный (приспособившийся) к темноте, обладает резким порогом зрительного ощущения, то есть воспринимает свет, интенсивность которого не меньше некоторого определённого значения. Если в опыте наблюдать периодически повторяющиеся вспышки света, то при уменьшении светового потока некоторые из вспышек уже не воспринимаются глазом. Какой из теорий света – волновой или квантовой – могут быть объяснены эти пропуски в наблюдении вспышек света?

1. Только волновой теорией света. 2. Только квантовой теорией света. 3. И волновой теорией света, и квантовой теорией света. 4. Это явление не может быть объяснено ни волновой теорией света, ни квантовой теорией света. 5. Среди ответов 1 – 4 нет правильного.

2. Одинаковый световой поток падает в первом случае на зеркальную отражающую поверхность, а во втором случае – на тёмную поглощающую свет поверхность. В каком случае световое давление будет больше?

1. При падении света на зеркальную отражающую поверхность. 2. При падении света на тёмную поглощающую поверхность. 3. В обоих случаях световое давление одинаково. 4. Свет не производит давления. 5. Среди ответов 1 – 4 нет правильного.



3. На рис. 129 представлены две вольтамперные характеристики вакуумного фотоэлемента (зависимость силы тока  $I$ , протекающего через фотоэлемент от приложенного к нему напряжения  $U$ ). Если  $E$  – освещённость фотокатода (мощность света, приходящаяся на единицу площади поверхности фотокатода), а  $\nu$  – частота падающего на него света, то какие из приведённых ниже соотношений величин справедливы?

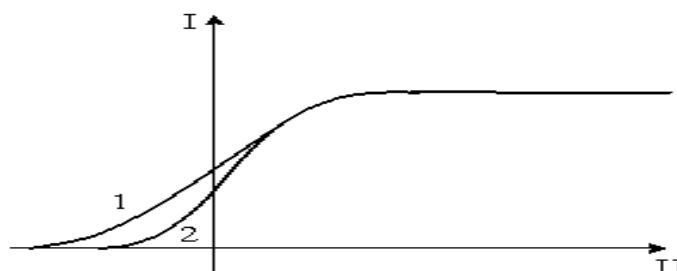


Рис. 129

1.  $\nu_1 = \nu_2, E_1 < E_2$
2.  $\nu_1 > \nu_2, E_1 = E_2$
3.  $\nu_1 = \nu_2, E_1 > E_2$
4.  $\nu_1 < \nu_2, E_1 = E_2$
5.  $\nu_1 = \nu_2, E_1 = E_2$

4. При воздействии на металл излучения с частотой  $\nu$  происходит фотоэффект. Если частоту увеличить в 2 раза, то кинетическая энергия фотоэлектронов увеличится

1. В 4 раза.
2. В 3 раза.
3. В 2,5 раза.
4. В 2 раза.
5. Меньше, чем в 2 раза.

5. Корпускулярно-волновой дуализм означает, что ...

1. только фотоны, наряду с корпускулярными, обладают также и волновыми свойствами.
2. только электроны, наряду с корпускулярными свойствами, обладают также волновыми.
3. частицы материи обладают или только корпускулярными, или только волновыми свойствами.
4. частицы материи обладают и корпускулярными, и волновыми свойствами.
5. частицы материи обладают только корпускулярными свойствами.

## Примеры решения задач

### Задача 24.1

С какой длиной волны следует направить свет на поверхность цезия, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов была равна  $v_{max} = 2000$  км/с?

Красная граница фотоэффекта для цезия равна  $\lambda_0 = 690$  нм.

*Решение.*

Запишем уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}, \quad (203)$$

где  $h$  – постоянная Планка;

$\nu$  – частота излучения света;

$A$  – работа выхода цезия;

$m$  – масса электрона;

$v_{max}$  – максимальная скорость электронов, вылетающих с катода под действием света.

Работа выхода цезия может быть рассчитана по формуле

$$A = h\nu_0, \quad (204)$$

где  $\nu_0$  – минимальная частота, при которой прекращается фотоэффект.

Длина волны  $\lambda$  и частота излучения  $\nu$  связаны известным соотношением

$$c = \lambda\nu. \quad (205)$$

(Дальнейшие действия по решению задачи, если использовать соотношения (203)–(205), не представляют труда, выполните их самостоятельно.)

*Ответ:*  $\lambda = 94$  нм.

### Задача 24.2

Фотокатод, покрытый кальцием (работа выхода  $A = 4,42 \cdot 10^{-19}$  Дж), освещается светом с длиной волны  $\lambda = 300$  нм. Вылетевшие из катода электроны попадают в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 8,3 \cdot 10^{-4}$  Тл перпендикулярно линиям индукции этого поля. Рассчитайте максимальный радиус окружности  $R$ , по которой движутся электроны.

*Решение.*

Скорость фотоэлектронов легко определить, воспользовавшись уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (206)$$

где  $h$  – постоянная Планка;

$\nu$  – частота излучения света;

$m$  – масса электрона;

$v_{\max}$  – максимальная скорость электронов, вылетающих с катода под действием света.

$$\nu = \frac{c}{\lambda'}, \quad (207)$$

где  $c$  – скорость света.

Из соотношений (206) и (207) имеем

$$v = \sqrt{\frac{2}{m} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)}. \quad (208)$$

На вылетевшие из катода электроны в магнитном поле действует сила Лоренца  $F_{\text{л}}$ , равная

$$F_{\text{л}} = eBv, \quad (209)$$

где  $e$  – заряд электрона.

(В выражении (209) учтено, что скорость электрона перпендикулярна направлению вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ .)

Под действием силы Лоренца электрон движется по дуге окружности радиусом  $R$  с центростремительным ускорением  $a$ , равным

$$a = \frac{v^2}{R}. \quad (210)$$

По второму закону Ньютона

$$F_{\text{л}} = ma. \quad (211)$$

Из соотношений (209)–(211) для максимального радиуса окружности  $R_{\max}$ , который соответствует максимальной скорости электронов  $v_{\max}$ , окончательно имеем

$$R = \frac{1}{eB} \sqrt{2m \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)};$$

$$R_{\max} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,3 \cdot 10^{-4}} \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \left( \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} - 4,42 \cdot 10^{-19} \right)} = 4,8 \cdot 10^{-3} (\text{м});$$

$$R_{\max} = 4,8 \text{ мм.}$$

*Ответ:*  $R_{\max} = 4,8$  мм.

### Задача 24.3

Для разгона космических аппаратов и коррекции их орбит предложено использовать солнечный парус – скрепленный с аппаратом легкий экран большой площади из тонкой пленки, которая зеркально

отражает солнечный свет. Рассчитайте массу  $m$  космического аппарата, снабженного парусом в форме квадрата размером  $L = 100 \text{ м} \times 100 \text{ м}$ , которому давление солнечных лучей сообщает ускорение  $a = 10^{-4} g$ . Мощность  $W$  солнечного излучения, падающего на  $1 \text{ м}^2$  поверхности, перпендикулярной солнечным лучам, составляет  $1370 \text{ Вт/м}^2$ .

*Решение.*

При отражении квантов солнечного излучения от поверхности паруса на него действует сила  $\vec{F}$ , равная

$$F = \frac{\Delta p N}{\Delta t}, \quad (212)$$

где  $\Delta p$  – изменение импульса одного кванта при отражении;

$N$  – число квантов, отражающихся от паруса за время  $\Delta t$ .

Так как происходит зеркальное отражение, то

$$\Delta p = 2p_{\text{кв}}, \quad (213)$$

где  $p_{\text{кв}}$  – импульс кванта,

$$p_{\text{кв}} = \frac{h}{\lambda}, \quad (214)$$

где  $h$  – постоянная Планка;

$\lambda$  – длина волны излучения.

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \quad (215)$$

где  $c$  – скорость света;

$\nu$  – частота излучения.

Из соотношений (212)–(215) имеем

$$F = \frac{2h\nu N}{c\Delta t}. \quad (216)$$

Энергия кванта, как известно, определяется соотношением

$$E_{\text{кв}} = h\nu.$$

Тогда отношение

$$\frac{h\nu N}{\Delta t},$$

которое входит в выражение (216) есть энергия всех квантов, отражающихся за время  $\Delta t$  от солнечного паруса. Это отношение, очевидно, равно  $WS$ , так как  $W$  – мощность (то есть энергия солнечного излучения в единицу времени), приходящаяся на единицу площади, а  $S = L^2$  – площадь солнечного паруса.

Таким образом, соотношение (216) примет вид

$$F = \frac{2WL^2}{c}. \quad (217)$$

Для того чтобы определить массу космического аппарата, воспользуемся вторым законом Ньютона:

$$F = ma. \quad (218)$$

Из соотношений (217) и (218) имеем

$$m = \frac{2WL^2}{ca};$$
$$m = \frac{2 \cdot 1370 \cdot (100)^2}{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-4} \cdot 9,81} = 93 \text{ (кг)};$$
$$m = 93 \text{ кг.}$$

*Ответ:*  $m = 93$  кг.

## Лекция 25

### СТРОЕНИЕ АТОМА. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

*К данной лекции студент должен*

- знать основные сведения о строении атома, излагаемые в школьном курсе физики и химии, знать формулу для расчета энергии кванта.

#### *План лекции*

1. Опыты Резерфорда по изучению строения атома. Планетарная модель атома.
2. Постулаты Бора. Линейчатые спектры.
3. Лазер.
4. Примеры решения задач.

#### *Литература*

- I. С. 386–387. § 208. Модели атома Томсона и Резерфорда  
С. 387–388. § 209. Линейчатый спектр атома водорода  
С. 388–389. § 210. Постулаты Бора  
С. 428–430. § 232. Поглощение. Спонтанное и вынужденное излучения  
С. 430–433. § 233. Оптические квантовые генераторы (лазеры)
- II. Часть II. С. 506–509. § 63 (частично). Строение атома (ядерная модель). Дискретность энергетических состояний атома. Постулаты Бора  
С. 526–529. § 67. Индуцированное излучение. Квантовые генераторы

## Формулы

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

- $\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots, \quad n = m + 1, m + 2, \dots, \quad R = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2}$
- $h\nu = E_n - E_m$

## Вопросы для самоконтроля

- Почему предложенная Резерфордом планетарная модель строения атома находится в противоречии с классической физикой?
- Что такое энергетические диаграммы? Как с помощью энергетических диаграмм описываются состояния атомов?
- Почему все атомы одного химического элемента излучают свет с одинаковым линейчатым спектром, а линейчатые спектры каждого химического элемента различны?
- Каков принцип действия лазера?
- В чем заключается принцип соответствия Бора?

## Тест

1. При разработке теории атома водорода Нильс Бор сформулировал два постулата:

- в атоме существуют стационарные состояния, в которых он не излучает энергию;
- при переходе электрона с одного уровня на другой излучается (поглощается) один фотон с энергией, равной разности энергий уровней. Какой (какие) из этих постулатов противоречит (противоречат) классической физике?

1. а. 2. б. 3. Ни а, ни б. 4. И а, и б. 5. Среди ответов 1–4 нет правильного.

2. На рис. 130 представлена диаграмма энергетических уровней атома. Какой цифрой обозначен переход с излучением фотона наибольшей частоты?

1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. 4. 5. 5.

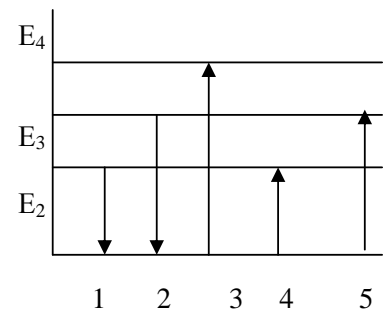


Рис. 130

3. Согласно боровской модели атома электрон в основном состоянии...

1. находится всегда. 2. непрерывно излучает энергию. 3. находится до тех пор, пока не получит достаточно энергии, чтобы перейти на другую орбиту. 4. излучает свет определенных частот. 5. находиться не может.

4. Какого типа спектрами являются спектр излучения и спектр поглощения атома водорода?

1. Спектр излучения – линейчатый, спектр поглощения – линейчатый.

2. Спектр излучения – линейчатый, спектр поглощения – сплошной.

3. Спектр излучения – сплошной, спектр поглощения – линейчатый.

4. Спектр излучения – сплошной, спектр поглощения – сплошной.

5. Среди ответов 1–4 нет правильного.

5. К какому виду излучений относится излучение лазера?

1. К тепловому излучению. 2. К спонтанному (самопроизвольному) излучению. 3. К индуцированному (вынужденному) излучению. 4. К люминесценции. 5. К тормозному излучению.

### ***Примеры решения задач***

#### *Задача 25.1*

Пары ртути облучают потоком электронов, ускоренных напряжением  $U = 4,86$  В. При этом при столкновении электрона с атомом ртути электрон полностью теряет энергию, передавая её атому ртути. Какова длина волны излучения, которое испускают атомы ртути, возвращаясь в невозбуждённое состояние?

*Решение.*

Кинетическая энергия  $E_k$ , приобретаемая электроном при его ускорении электрическим полем, определяется работой  $A$  электрического поля.

$$E_k = A. \quad (219)$$

При столкновении электрона с атомом ртути, атом увеличивает свою энергию на величину кинетической энергии электрона  $E_k$ , а затем возбуждённый атом испускает квант, энергия  $E$  которого равна приобретённой атомом энергии  $E_k$ .

$$E = E_k. \quad (220)$$

Учтём, что работа электрического поля  $A$ , совершаемая им в процессе ускорения электрона, равна

$$A = Ue, \quad (221)$$

где  $e$  – заряд электрона.

Энергия кванта вычисляется по известной формуле

$$E = h\nu, \quad (222)$$

где  $\nu$  – частота излучения.

Искомая длина волны излучения  $\lambda$  и частота излучения  $\nu$  связаны соотношением

$$c = \lambda\nu. \quad (223)$$

где  $c$  – скорость света.

(Примените выражения (219)–(223), и дальнейшие действия по решению задачи выполните самостоятельно.)

*Ответ:*  $\lambda = 255$  нм.

### Задача 25.2

Электрон в атоме водорода переходит с 6-го энергетического уровня на 2-й энергетический уровень. Какой импульс при этом приобрёл атом?

*Решение.*

Будем считать, что возбуждённый атом водорода первоначально покоился. При переходе электрона в атоме водорода с 6-го энергетического уровня на 2-й энергетический уровень атом излучает квант, обладающий определённым импульсом. В соответствии с законом сохранения импульса при этом и атом приобретает равный по величине и противоположный по направлению импульс.

Импульс кванта  $p$  определяется из соотношения

$$p = \frac{h}{\lambda},$$

где  $h$  – постоянная Планка;

$\lambda$  – длина волны излучения.

Длины волн излучения  $\lambda$ , испускаемого атомом водорода при переходе электрона с 6-го на 2-й энергетический уровень, может быть рассчитана по формуле Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = R_\lambda \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $n = 6$ ;

$R_\lambda = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  – постоянная Ридберга.

(Дальнейшие действия по решению задачи не представляют труда, выполните их самостоятельно.)

*Ответ:*  $p = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .



### Задача 25.3

На дифракционную решетку, имеющую  $N = 500$  штрихов на 1 мм, падает нормально пучок света от газоразрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Сколько полных дифракционных спектров излучения водорода можно наблюдать с помощью такой дифракционной решетки?

*Решение.*

Как известно из элементарной теории атома водорода, в оптический диапазон попадает излучение так называемой серии Бальмера – излучение, возникающее при переходе электрона в атоме водорода с 3-, 4-, 5-, 6- го уровней на второй уровень.

Длины волн излучения серии Бальмера в видимой области спектра определяются следующим образом:

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\lambda} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, 6), \quad (224)$$

где  $R_{\lambda} = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  – постоянная Ридберга.

При прохождении света через дифракционную решетку он разлагается в дифракционный спектр. Положение главного дифракционного максимума для излучения с длиной волны  $\lambda$  определяется соотношением

$$d \sin \varphi = k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где  $d$  – период дифракционной решетки;

$\varphi$  – угол, под которым наблюдается максимум  $k$ -го порядка.

Максимальный номер дифракционного максимума соответствует предельному углу наблюдения  $\varphi = 90^\circ$ .

Тогда

$$d = k_{\max} \lambda. \quad (225)$$

Период решетки можно определить следующим образом:

$$d = \frac{1 \text{ мм}}{N}.$$

Проведём вычисление:

$$d = \frac{1 \text{ мм}}{500} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

Из соотношений (224) и (225) имеем

$$k_{\max} = d R_{\lambda} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (226)$$

По условию задачи необходимо наблюдать *полные* дифракционные спектры (т. е. все четыре линии излучения). Так как дифракционный

угол тем больше, чем больше длина волны излучения, то дифракционный спектр, естественно, наблюдается полностью, если наблюдается максимум для наибольшей длины волны.

По этой причине при расчете максимального номера дифракционного спектра  $k_{\max}$  по формуле (226) будем вести расчеты для наибольшей длины волны излучения, что соответствует переходу с 3-го на 2-й энергетический уровень ( $n = 3$ ).

$$k_{\max} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 1,1 \cdot 10^7 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 3.$$

*Ответ:*  $k_{\max} = 3$ .

## Лекция 26

### ЯДРО АТОМА. ЯВЛЕНИЕ РАДИОАКТИВНОСТИ

*К данной лекции студент должен*

- знать соотношение между энергией покоя и массой тела:  $E_0 = mc^2$ .

#### *План лекции*

1. Протонно-нейтронная модель атомного ядра. Изотопы.
2. Свойства ядерных сил. Энергия связи.
3. Явление радиоактивности. Природа  $\alpha$  -,  $\beta$  -,  $\gamma$  - излучений.
4. Закон радиоактивного распада.
5. Примеры решения задач.

#### *Литература*

I. С. 466–467. § 251. Размер, состав и заряд атомного ядра.

Массовое и зарядовое числа

С. 467–468. § 252. Дефект массы и энергия связи ядра

С. 470–471. § 254. Ядерные силы. Модели ядра

С. 471–472. § 255. Радиоактивное излучение и его виды

С. 472–474. § 256. Закон радиоактивного распада

II. Часть II. С. 541–544. § 70. Общие сведения об атомных ядрах.

Изотопы

С. 544–550. § 71. Естественная радиоактивность. Альфа-, бета- и гамма-излучения. Законы радиоактивного распада

## Формулы

Укажите, обозначения каких физических величин использованы в каждой формуле, каковы единицы измерения этих величин. Укажите физические области применения данных математических выражений.

1.  $E_{\text{св}} = (Zm_p + Nm_n - m_{\text{я}})c^2$

2.  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ,  $N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$ ,  $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$

## Вопросы для самоконтроля

1. Почему открытие нейтрона явилось фундаментальным событием в ядерной физике?
2. Сравните изотопы водорода.
3. Каковы основные свойства ядерных сил?
4. В чем заключается явление  $\alpha$ -распада и явление  $\beta$ -распада?
5. В чём заключается радиоуглеродный метод датировки исторических событий?

## Тест

1. Чем отличаются изотопы одного и того же элемента?

1. Количеством протонов в ядре.
2. Количеством электронов в атоме.
3. Суммарным зарядом ядра атома.
4. Количеством нейтронов в ядре.
5. Химическими свойствами.

2. Сколько протонов  $Z$  и сколько нейтронов  $N$  содержится в ядре изотопа углерода  $^{14}_6\text{C}$ ?

1.  $Z = 14, N = 6$ .
2.  $Z = 6, N = 14$ .
3.  $Z = 6, N = 8$ .
4.  $Z = 8, N = 8$ .
5.  $Z = 8, N = 6$ .

3. Каков период полураспада радиоактивного элемента, если его активность уменьшилась в 4 раза за 8 дней?

1. 32 дня.
2. 2 дня.
3. 16 дней.
4. 8 дней.
5. 4 дня.

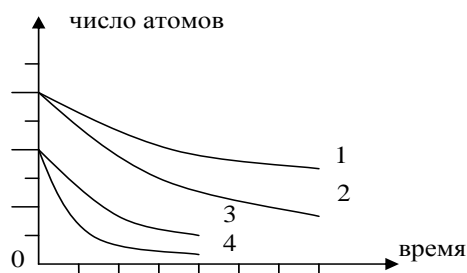


Рис. 131

4. На рис. 131 представлены кривые радиоактивного распада для четырех изотопов. Какая кривая соответствует изотопу с наибольшим периодом полураспада?

1. 1.
2. 2.
3. 3.
4. 4.
5. Все четыре изотопа имеют одинаковые периоды полураспада.

5. Укажите верную формулу для расчета энергии связи ядра  ${}^{19}_9\text{F}$ .  
 ( $M_{\text{я}}$  – масса ядра атома;  $m_p$  – масса протона;  $m_n$  – масса нейтрона;  $c$  – скорость света.)

1.  $c^2(M_{\text{я}} - m_p - m_n)$ .
2.  $c^2(M_{\text{я}} + m_p + m_n)$ .
3.  $c^2(9 m_p + 10 m_n - M_{\text{я}})/19$ .
4.  $c^2(9 m_p + 19 m_n - M_{\text{я}})$ .
5.  $c^2(9 m_p + 10 m_n - M_{\text{я}})$ .

### Примеры решения задач

#### Задача 26.1

В организме человека содержание калия составляет примерно 0,14% от его массы. Радиоактивный изотоп  ${}^{40}_{19}\text{K}$  в природной смеси изотопов составляет 0,012 %, период полураспада изотопа  $T = 1,24$  млрд лет. Сколько ядер изотопа  ${}^{40}_{19}\text{K}$  распадается за 1с в тканях организма человека массой 70 кг?

*Решение.*

Определим массу  $m$  радиоактивного изотопа  ${}^{40}_{19}\text{K}$  в организме человека:

$$m = 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,9 \cdot 10^{-3} \cdot 70 \text{ кг} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ кг};$$

$$m = 16 \cdot 10^{-3} \text{ г}.$$

Так как молярная масса  $M$  радиоактивного изотопа калия равна 40 г/моль, а один моль содержит число частиц  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$  моль $^{-1}$ , то легко можно определить число атомов радиоактивного изотопа  $N_0$  в организме человека.

$$\begin{aligned} M &= N_A; \\ m &= N_0. \end{aligned}$$

Из данной пропорции имеем

$$N_0 = \frac{m N_A}{M}.$$

$$N_0 = \frac{16 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{40} = 2,4 \cdot 10^{20}.$$

Число атомов радиоактивного изотопа с течением времени меняется в соответствии с законом радиоактивного распада:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $N(t)$  – число атомов радиоактивного изотопа в момент времени  $t$ ;  
 $\lambda$  – постоянная распада.

Для определения числа распадов в единицу времени (активности образца) необходимо вычислить модуль производной функции от  $N(t)$ :

$$A = \left| \frac{dN(t)}{dt} \right|,$$

где  $A$  – активность образца.

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t};$$

$$A = \lambda N(t).$$

В начальный момент времени ( $t = 0$ )

$$N(0) = N_0,$$

тогда

$$A = \lambda N_0.$$

Постоянная распада  $\lambda$  легко выражается через период полураспада  $T$ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}.$$

Тогда

$$A = \frac{N_0 \ln 2}{T};$$

$$A = \frac{2,4 \cdot 10^{20} \cdot 0,693}{1,24 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 4,3 \cdot 10^3 \left( \frac{\text{расп}}{\text{с}} \right).$$

Ответ:  $A = 4,3 \cdot 10^3 \text{ расп/с}$ .

### Задача 26.2

Универсальной мерой воздействия любого излучения на вещество является *поглощенная доза* излучения, равная отношению энергии, переданной ионизирующим излучением веществу, к массе вещества:

$$D = \frac{E}{m},$$

где  $D$  – поглощенная доза излучения;

$E$  – энергия излучения;

$m$  – масса вещества.

За единицу поглощенной дозы в СИ принят грей (Гр):

$$1 \text{ Гр} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}}.$$

Биологическое влияние различных видов излучения на организм животных и растений неодинаково при одинаковой поглощенной дозе излучения. Различие биологического действия разных видов излучения характеризуется коэффициентом качества  $K$ . (Например, для

рентгеновского и гамма-излучения  $K = 1$ , для тепловых нейтронов  $K = 3$ .)

Поглощенная доза  $D$ , умноженная на коэффициент качества  $K$ , называется *эквивалентной дозой*  $H$ :

$$H = DK.$$

Единицей эквивалентной дозы в СИ является зиверт (Зв).

Среднее значение эквивалентной дозы облучения, обусловленной естественным радиационным фоном, составляет около 2 мЗв за 1 год. Предельно допустимой дозой (ПДД) облучения для лиц, профессионально связанных с использованием источников ионизирующей радиации, является 50 мЗв за год. В качестве предельно допустимой дозы для систематического облучения для населения установлена доза 5 мЗв за год.

Физическое воздействие любого ионизирующего излучения на вещество связано, прежде всего, с ионизацией атомов и молекул. Количественной мерой действия ионизирующего излучения служит *экспозиционная доза*, которая характеризует ионизирующее действие излучения на воздух.

Экспозиционная доза равна отношению электрического заряда ионов одного знака, возникающих в сухом воздухе при его облучении квантами, к массе воздуха. В СИ единицей экспозиционной дозы является кулон на килограмм (Кл/кг). Внесистемная единица экспозиционной дозы – рентген (Р):

$$1\text{Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{Кл/кг}.$$

При облучении мягких тканей человеческого организма рентгеновским или гамма-излучением экспозиционной дозе 1Р соответствует поглощенная доза 8,8 мГр.

После аварии на Чернобыльской АЭС в некоторых местах до сих пор регистрируется гамма-излучение с мощностью экспозиционной дозы 160 микрорентген в час. Определите, во сколько раз это превосходит ПДД для населения.

*Решение.*

Так как 1Р соответствует 8,8 мГр, то можно посчитать, какой поглощенной дозе соответствует 160 микрорентген:

$$\begin{aligned} 1\text{Р} &- 8,8 \text{ мГр}; \\ 160 \cdot 10^{-6} \text{Р} &- x \text{ Гр}. \end{aligned}$$

Из данной пропорции имеем

$$x = 160 \cdot 10^{-6} \cdot 8,8 \text{ мГр};$$

$$x = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ мГр.}$$

Тогда годовая поглощенная доза будет равна

$$D = 1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 365 \cdot 24 = 12,3 \text{ мГр.}$$

Эквивалентная доза  $H$  равна

$$H = DK.$$

$$H = 12,3 \cdot 1 = 12,3 \text{ (Зв).}$$

(Для гамма-излучения коэффициент качества  $K = 1$ .)

Таким образом, превышение ПДД для населения составляет  $12,3 / 5 = 2,5$  (раза).

*Ответ:* превышение ПДД для населения составляет 2,5 раза.

### Задача 26.3

Вычислите энергию связи изотопа лития  ${}^7_3\text{Li}$ . Относительная атомная масса нейтрального атома изотопа  ${}^7_3\text{Li}$  составляет  $M_{\text{ат}} = 7,01601 \text{ а. е. м.}$

*Решение.*

Определим число протонов  $Z$  и нейтронов  $N$  в ядре изотопа лития  ${}^7_3\text{Li}$ .

$$Z = 3, \quad N = 4.$$

Проведём расчёт дефекта масс  $\Delta m$ :

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - M_{\text{яд}}, \quad (227)$$

где  $m_p$  - масса протона,  $m_p = 1,00728 \text{ а. е. м.}$ ;

$m_n$  - масса нейтрона,  $m_n = 1,00866 \text{ а. е. м.}$ ;

$M_{\text{яд}}$  - масса ядра изотопа  ${}^7_3\text{Li}$ .

$$M_{\text{яд}} = M_{\text{ат}} - Z m_e, \quad (228)$$

где  $m_e$  - масса электрона,  $m_e = 0,0005486 \text{ а. е. м.}$

Из соотношений (227) и (228) имеем:

$$\begin{aligned} \Delta m &= Z(m_p + m_e) + Nm_n - M_{\text{ат}}. \\ \Delta m &= 3(1,00728 + 0,0005486) + 4 \cdot 1,00866 - 7,01601 = \\ &= 0,04212 \text{ (а. е. м.)}. \end{aligned}$$

Дальнейший расчёт энергии связи  $E_{\text{св}}$  можно было бы провести по формуле  $E_{\text{св}} = \Delta m c^2$ ,

где  $c$  - скорость света, предварительно выразив значение дефекта массы  $\Delta m$  в килограммах и получив результат вычисления энергии связи  $E_{\text{св}}$  в джоулях.

Однако существует и более простой вариант расчёта. Известно, что  $1 \text{ а. е. м.}$  соответствует энергии  $E_1 = 931,5 \text{ МэВ}$ .

(Электронвольт – энергия, приобретаемая электроном при прохождении им ускоряющего напряжения в 1 В.  $1 \text{ эВ} = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$ )

Это позволяет составить следующую пропорцию

$$\frac{E_{\text{св}}}{E_1} = \frac{\Delta m}{1 \text{ а. е. м.}}$$

и вычислить энергию связи.

$$E_{\text{св}} = \frac{931,5 \text{ МэВ} \cdot 0,04212 \text{ а. е. м.}}{1 \text{ а. е. м.}},$$

$$E_{\text{св}} = 39,23 \text{ МэВ.}$$

*Ответ:*  $E_{\text{св}} = 39,23 \text{ МэВ.}$

## Лекция 27

### ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ. ДЕЛЕНИЕ УРАНА И ТЕРМОЯДЕРНЫЙ СИНТЕЗ

*К данной лекции студент должен*

- знать протонно-нейтронная модель строения ядра атома.

#### *План лекции*

1. Позитрон.
2. Ядерные реакции.
3. Реакции деления ядер. Цепная реакция деления урана.
4. Термоядерный синтез.
5. Примеры решения задач.

#### *Литература*

И. С. 484–485. § 262. Ядерные реакции и их основные типы  
С. 486–487. § 263 (частично). Позитрон.  $\beta^+$ -Распад. Электронный захват  
С. 487–489. §264. Открытие нейтрона. Ядерные реакции под действием нейтронов  
С. 489–490. § 265. Реакция деления ядра  
С. 491–492. § 266. Цепная реакция деления  
С. 492–494. § 267. Понятие о ядерной энергетике  
С. 494–496. § 268. Реакция синтеза атомных ядер. Проблема управляемых термоядерных реакций



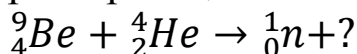
II. Часть II. С. 561–566. § 75. Реакция деления. Цепная реакция. Ядерный реактор  
С. 566–568. § 76. Реакция синтеза (термоядерная реакция). Энергия звёзд

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Что называют ядерной реакцией? Какая ядерная реакция являлась исторически первой ядерной реакцией, осуществлённой человеком?
2. Какие физические причины ограничивают возможность протекания тех или иных вариантов ядерных реакций?
3. Почему нейтроны могут вызвать ядерные реакции при любых энергиях, а протоны и альфа-частицы – только при их значительной кинетической энергии?
4. Энергию, освобождающуюся при ядерной реакции, называют выходом ядерной реакции. Почему выход ядерных реакций в миллионы раз превосходит выход химических реакций?
5. По каким причинам реакции деления тяжелых химических элементов и синтеза легких элементов являются энергетически выгодными реакциями? Как практически осуществляются такого типа реакции?

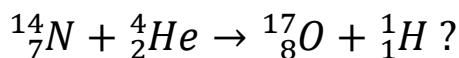
### **Тест**

1. Определите продукт ядерной реакции



1.  ${}^1_1p$       2.  ${}^2_1H$       3.  ${}^7_3Li$       4.  ${}^{13}_6C$

2. Выделяется или поглощается энергия при следующей ядерной реакции



Массы ядер имеют следующие значения:  ${}^{14}_7N$  – 13,99923 а. е. м.,  ${}^4_2He$  – 4,00150 а. е. м.,  ${}^{17}_8O$  – 16,99474 а. е. м.,  ${}^1_1H$  – 1,00728 а. е. м.

1. Выделяется. 2. Поглощается. 3. Может и выделяться, может и поглощаться. 4. Энергетический выход реакции равен нулю. 5. Среди ответов 1-4 нет правильного.

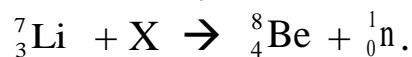
3. При облучении изотопа углерода  ${}^{12}_6C$  протонами образуется изотоп углерода  ${}^{13}_6C$ . Какая при этом выбрасывается частица?

1. Электрон. 2. Нейтрон. 3. Альфа-частица. 4. Протон. 5. Позитрон.

4. Для замедления быстрых нейтронов в ядерном реакторе можно использовать тяжёлую воду или графит. В каком из этих замедлителей нейтрон испытывает меньшее число столкновений, пока его скорость не снизится до скорости теплового движения (около 2 км/с)?

1. В тяжёлой воде. 2. В графите. 3. И в тяжёлой воде и в графите число столкновений, которое испытывает нейтрон, пока его скорость не понизится до скорости теплового движения, одинаково. 5. Среди ответов 1-4 нет правильного.

5. Укажите частицу  $X$ , вызвавшую данное ядерное превращение:



1.  ${}^1_1\text{p}$ . 2.  ${}^2_1\text{H}$ . 3.  ${}^3_1\text{H}$ . 4.  ${}^4_2\text{He}$ . 5.  ${}^3_2\text{He}$ .

### Примеры решения задач

#### Задача 27.1

Какова электрическая мощность атомной электростанции, расходующей в сутки  $m = 0,5$  кг изотопа урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$  и имеющей КПД  $\eta = 33\%$ ? Учтеть, что при делении одного ядра  ${}^{235}_{92}\text{U}$  на два осколка выделяется энергия  $E_1 \approx 200$  МэВ. (1 эВ =  $1,60219 \cdot 10^{-19}$  Дж.)

*Решение.*

Определим, сколько ядер изотопа урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$  содержится в той массе ядерного топлива, что расходуется на атомной электростанции за сутки. Составим пропорцию:

$$\begin{array}{l} N - m \\ N_A - M, \end{array}$$

где  $N$  - искомое число ядер;

$N_A$  - число Авогадро;

$M$  - молярная масса  ${}^{235}_{92}\text{U}$ .

Отсюда

$$N = \frac{m}{M} N_A. \quad (229)$$

Соотношение (229) и известное значение энергетического выхода реакции деления изотопа урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$  позволяет определить энергию  $E$ , выделяющуюся на атомной электростанции за сутки.

$$E = \frac{m}{M} N_A E_1. \quad (230)$$

Только часть этой энергии «идёт» на выработку электроэнергии, и мощность  $P$  атомной электростанции будет равна:

$$P = \frac{\eta E}{t},$$

где  $t$  - время, за которое израсходовано ядерное топливо.

С учётом выражений (230) и (231) окончательно имеем:

$$P = \frac{\eta m N_A E_1}{M t}.$$

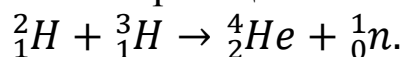
$$P = \frac{0,33 \cdot 0,5 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 1,60219 \cdot 10^{-19}}{0,235 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,6 \cdot 10^8 \text{ (Вт)}.$$

$$P = 160 \text{ МВт}.$$

*Ответ:*  $P = 160 \text{ МВт}$ .

### Задача 27.2

Одной из наиболее перспективных термоядерных реакций, которая может быть использована при реализации управляемого термоядерного синтеза, является реакция



Определите энергетический выход реакции  $Q$ , если относительная атомная масса нейтральных атомов соответствующих изотопов равна  ${}^2_1\text{H}$  (дейтерий) – 2,01410 а. е. м.,  ${}^3_1\text{H}$  (тритий) – 3,01605 а. е. м.,  ${}^4_2\text{He}$  (гелий) – 4,00260 а. е. м.. Масса нейтрона 1,00866 а. е. м..

*Решение.*

Определим уменьшение массы  $\Delta m$  в ходе реакции синтеза

$$\Delta m = (m_{{}^2_1\text{H}} + m_{{}^3_1\text{H}}) - (m_{{}^4_2\text{He}} + m_{{}^1_0\text{n}}).$$

$$\Delta m = 0,01889 \text{ а. е. м.}$$

Далее воспользуемся пропорцией:

$$Q - \Delta m$$

$$931,5 \text{ МэВ} - 1 \text{ а. е. м.}$$

и определим энергетический выход реакции  $Q$ .

$$Q = \frac{931,5 \text{ МэВ} \cdot 0,01889 \text{ а. е. м.}}{1 \text{ а. е. м.}} = 17,59 \text{ МэВ}.$$

$$Q = 17,59 \text{ МэВ}.$$

*Ответ:*  $Q = 17,59 \text{ МэВ}$ .

### 27.3

Мировое потребление энергии составляет порядка  $6 \cdot 10^{20}$  Дж в год. Сколько дейтерия ежесекундно нужно было бы расходовать в термоядерных реакторах, чтобы обеспечить современные энергетические потребности человечества?

*Решение.*

При решении предыдущей задачи был вычислен энергетический выход одной из реакций термоядерного синтеза с участием дейтерия. Для обеспечения годовых современных энергетических потребностей человечества потребовалось бы осуществить следующее число таких реакций  $N$ :

$$N = \frac{6 \cdot 10^{20} \text{ Дж}}{17,59 \cdot 10^6 \cdot 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}} = 2,1 \cdot 10^{32}.$$

Тогда ежесекундно должно происходить число реакций, равное:

$$N_1 = \frac{2,1 \cdot 10^{32}}{365,25 \cdot 24 \cdot 3600} = 6,7 \cdot 10^{24}.$$

Так как 1 моль вещества содержит число частиц, равное числу Авогадро  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$ , то ежесекундно потребуется число молей  $\nu$ , равное

$$\nu = \frac{N_1}{N_A},$$

$$\nu = \frac{6,7 \cdot 10^{24}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 11 \text{ (моль)}.$$

Так как молярная масса дейтерия  ${}^2_1\text{H}$  составляет 2 г/моль, то, следовательно, ежесекундно потребуется всего 22 г дейтерия!

Даже если принять КПД термоядерного реактора равным 10 % и предположить, что энергетические потребности человечества увеличатся в 100 раз, то и в этом случае ежесекундные общемировые потребности в дейтерии будут исчисляться только десятками килограммов. Таким образом, использование термоядерных реакций в мирных целях (управляемый термоядерный синтез) является надеждой на решение энергетических проблем человечества, поскольку дейтерий, содержащийся в воде океанов, представляет собой практически неисчерпаемый источник горючего для управляемых термоядерных

реакций. Источником трития может быть, например, реакция  ${}^1_0n + {}^6_3Li \rightarrow {}^3_1H + {}^4_2He$ .

## Лекция 28

### ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

*К данной лекции студент должен*

- знать основные законы сохранения, рассмотренные в курсе физики.

#### *План лекции*

1. Элементарные частицы: история вопроса; античастицы; взаимные превращения частиц и квантов.
2. Методы изучения элементарных частиц.
3. Классификация элементарных частиц. Кварки.
4. Фундаментальные взаимодействия: типы взаимодействий; обменное взаимодействие и виртуальные частицы.

#### *Литература*

- I. С. 501–504. § 273. Частицы и античастицы  
С. 505–509. § 275. Классификация элементарных частиц  
С. 500–501. § 272. Типы взаимодействия элементарных частиц  
II. Часть II. С. 568–574. § 77. Космическое излучение. Элементарные частицы. Типы взаимодействия объектов материи.

#### *Вопросы для самоконтроля*

1. Какие частицы считают элементарными?
2. В чем заключается процесс аннигиляции? При каких условиях возможно рождение электрон-позитронной пары?
3. Какова современная классификация элементарных частиц?
4. Что такое кварки?
5. Как по современным представлениям осуществляется взаимодействие частиц (например, электромагнитное)?

## *Тест*

### 1. Частицы и античастицы имеют

1. Разные массы покоя. 2. Разные по модулю электрические заряды. 3. Одинаковые электрические заряды. 4. Массы покоя обязательно равны нулю. 5. Одинаковые массы, одинаковые времена жизни в вакууме, одинаковые по модулю, но противоположные по знаку электрические заряды.

### 2. Элементарные частицы могут быть подразделены на три подгруппы:

1. Мезоны, барионы, гипероны. 2. Фотоны, лептоны, адроны. 3. Лептоны, нейтрино, фотоны. 4. Фотоны, лептоны, мезоны. 5. Лептоны, нейтрино, электроны.

### 3. По современным представлениям нуклоны (протоны и нейтроны) состоят из ...

1. кварка. 2. двух кварков. 3. кварка и антикварка. 4. двух антикварков. 5. трех кварков.

### 4. По современным представлениям существуют ...

1. два типа фундаментальных взаимодействий: гравитационное и электромагнитное. 2. два типа фундаментальных взаимодействий: электромагнитное и сильное. 3. два типа фундаментальных взаимодействий: гравитационное и слабое. 4. Три типа фундаментальных взаимодействий: электромагнитное, сильное и слабое. 4. Четыре типа фундаментальных взаимодействий: электромагнитное, сильное, слабое, гравитационное.

### 5. По современным представлениям возможность взаимных превращений элементарных частиц ограничивается ...

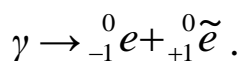
1. только законом сохранения энергии. 2. только законом сохранения импульса. 3. только законом сохранения момента импульса. 4. только законом сохранения электрического заряда. 5. законами сохранения, выполняющимися в микромире.

## *Примеры решения задач*

### *Задача 28.1*

Одним из ярких примеров взаимного превращения частиц является рождение электрон-позитронных пар при прохождении гамма кванта

большой энергии вблизи атомного ядра (Фредерик и Ирен Жолио-Кюри, 1933 г.):



Определите, при какой максимальной длине волны  $\gamma$  - излучения возможна данная реакция. Энергия покоя электрона  $E_0 = 0,511$  МэВ.

*Решение.*

В соответствии с законом сохранения энергии

$$E_\gamma = 2E_0 + E_{кин},$$

где  $E_\gamma$  – энергия гамма-кванта;

$E_0$  – энергия покоя электрона (позитрона);

$E_{кин}$  – суммарная кинетическая энергия электрона и позитрона.

Энергию  $\gamma$ -кванта легко определить:

$$E_\gamma = h\nu,$$

где  $\nu$  – частота излучения.

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

где  $c$  – скорость света;

$\lambda$  – длина волны излучения.

$$E_\gamma = \frac{hc}{\lambda}.$$

Тогда

$$\frac{hc}{\lambda} = 2E_0 + E_{кин}.$$

Максимальная длина волны  $\gamma$ -излучения соответствует минимуму кинетической энергии электрон-позитронной пары:

$$E_{кин} = 0.$$

Следовательно,

$$\frac{hc}{\lambda} = 2E_0.$$

Отсюда

$$\lambda = \frac{hc}{2E_0};$$

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0,511 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,2 \cdot 10^{-12} (\text{м}).$$

*Ответ:*  $\lambda = 1,2 \cdot 10^{-12}$  м.

### Задача 28.2

В квантовой физике взаимодействие рассматривается как результат обмена частицами. Электромагнитное взаимодействие есть следствие

обмена фотонами между частицами, обладающими электрическим зарядом; ядерные силы – следствие обмена частицами - пионами между нуклонами (протонами и нейтронами). Пользуясь соотношением неопределенностей между импульсом и координатой, оцените массы пионов, с помощью которых осуществляется обменное взаимодействие между нуклонами в случае ядерных сил.

*Решение.*

Как известно, нуклоны в ядре находятся друг от друга на расстояниях порядка  $r_0 = 1,5 \cdot 10^{-15}$  м. Следовательно, неопределенность координаты частицы-пиона, участвующей в обменном взаимодействии между нуклонами, равна

$$\Delta x \approx r_0.$$

Неопределенность импульса  $\Delta P_x$  положим равной импульсу  $p$ .

$$\Delta P_x \approx p \leq m_\pi c,$$

где  $m_\pi$  – масса пиона;

$c$  – скорость света.

Из соотношения неопределенностей имеем

$$r m_\pi c \approx \hbar;$$

$$m_\pi \approx \frac{\hbar}{r_0 c};$$

$$m_\pi = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{1,5 \cdot 10^{-15} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2,3 \cdot 10^{-28} \text{ (кг)}.$$

Сравним массу частицы с массой электрона  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг:

$$m_\pi = 260 m_e.$$

Итак, масса пиона должна примерно равняться 260 электронным масс, что очень близко к экспериментальным данным: масса заряженного пиона равна  $273,1 m_e$ , нейтрального –  $264 m_e$ .

*Ответ:*  $m_\pi = 260 m_e$ .

### Задача 28.3

Покоящийся мюон распадается на электрон и два нейтрино:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\mu,$$

где  $\mu^-$  – мюон;

$e^-$  – электрон;

$\tilde{\nu}_e$  – антинейтрино электронное;

$\nu_\mu$  – нейтрино мюонное.



Предполагая, что образовавшийся электрон тоже покоится, определите энергию и импульс нейтрино. Масса мюона равна  $m_\mu = 207 m_e$ .

*Решение.*

Так как первоначально мюон покоился, то его импульс равен нулю. Следовательно, в соответствии с законом сохранения импульса сумма импульсов электрона и двух нейтрино также равна нулю:

$$\vec{P}_e + \vec{P}_{\tilde{\nu}_e} + \vec{P}_{\nu_\mu} = 0,$$

где  $P_e$  - импульс электрона;

$P_{\tilde{\nu}_e}$  - импульс антинейтрино электронного;

$P_{\nu_\mu}$  - импульс нейтрино мюонного.

По условию задачи электрон покоится, значит,

$$P_e = 0.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \vec{P}_{\tilde{\nu}_e} &= -\vec{P}_{\nu_\mu}; \\ P_{\tilde{\nu}_e} &= P_{\nu_\mu}. \end{aligned} \quad (232)$$

Из закона сохранения энергии следует, что

$$m_\mu c^2 = m_e c^2 + E_{\tilde{\nu}_e} + E_{\nu_\mu}. \quad (233)$$

Так как нейтрино – безмассовая частица, то соотношение между энергией и импульсом такой частицы имеет вид

$$E_{\tilde{\nu}_e} = P_{\tilde{\nu}_e} c; \quad (234)$$

$$E_{\nu_\mu} = P_{\nu_\mu} c. \quad (235)$$

Из соотношений (232)–(235) имеем

$$E_{\tilde{\nu}_e} = E_{\nu_\mu} = \frac{(m_\mu - m_e)c^2}{2};$$

$$P_{\tilde{\nu}_e} = P_{\nu_\mu} = \frac{(m_\mu - m_e)c}{2};$$

$$E_{\tilde{\nu}_e} = E_{\nu_\mu} = \frac{(207 - 1) \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{2} = 8,4 \cdot 10^{-12} \text{ (Дж)} = 53 \text{ МэВ};$$

$$P_{\tilde{\nu}_e} = P_{\nu_\mu} = \frac{(207 - 1) \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8}{2} = 2,8 \cdot 10^{-20} \left( \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right);$$

*Ответ:*  $E_{\tilde{\nu}_e} = E_{\nu_\mu} = 53 \text{ МэВ}; \quad P_{\tilde{\nu}_e} = P_{\nu_\mu} = 2,8 \cdot 10^{-20} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$

## Тема 7 (для самостоятельного изучения)

# ПРОИСХОЖДЕНИЕ И ЭВОЛЮЦИЯ ВСЕЛЕННОЙ

### План изучения темы

1. Космология и её теоретический базис
2. Основные свойства Вселенной. Закон Хаббла
3. Сценарии эволюции Вселенной
4. Модель «горячей Вселенной»

*Космология* (от греческого *kosmos* - мир, Вселенная и *logos* - слово, учение) – раздел астрономии, изучающий Вселенную как единое целое. На протяжении всей истории человеческой цивилизации представления о строении окружающего мира являлись неотъемлемым элементом человеческой культуры, отражая опыт научного познания природы, соответствующий определённой эпохе.

Задача изучения Вселенной как единого целого означает рассмотрение физических явлений гигантского масштаба и в пространстве, и во времени. По этой причине в космологии, как правило, используют специальные единицы измерения расстояния – астрономическая единица, световой год, парсек.

*Астрономическая единица* (сокращённо обозначается а. е.) – среднее расстояние от Земли до Солнца.

$$1 \text{ а. е.} = 149\,600\,000 \text{ км.}$$

*Световой год* (сокращённо обозначается св. г., св. лет) – расстояние, которое свет проходит за год.

$$1 \text{ св. г.} = 9,47 \cdot 10^{12} \text{ км.}$$

$$1 \text{ св. г.} = 9,33 \cdot 10^4 \text{ а. е.}$$

*Парсек* (сокращённо обозначается пк) – расстояние, с которого отрезок длиной в одну астрономическую единицу, перпендикулярный лучу зрения, виден под углом в одну угловую секунду (рис. 132).

$$1 \text{ пк} = 206\,265 \text{ а. е.}$$

$$1 \text{ пк} \approx 3,26 \text{ св. лет.}$$

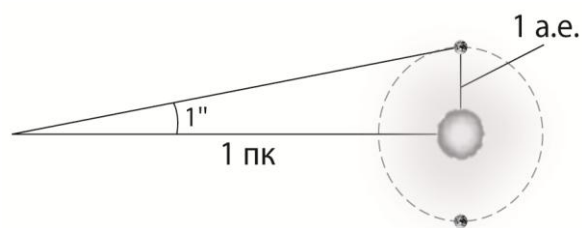


Рис. 132

Каким образом астрофизики измеряют гигантские расстояния во Вселенной? Один из способов – метод «стандартной свечи». Удалите

две одинаковые зажжённые свечи на расстояние 1 и 2 м от места наблюдения. Очевидно, что от более удалённой (2 м) свечи в глаз наблюдателя будет поступать в четыре раза меньше световой энергии, чем от ближней (1 м) свечи. Действительно, ведь площадь сферы  $S$ , освещаемой свечой, зависит от квадрата радиуса сферы  $r$ :

$$S = 4\pi r^2.$$

Различные звёзды излучают энергию с неодинаковой мощностью. Так, к примеру, мощность излучения Солнца (её называют *светимостью Солнца*  $L_0$ ) составляет около  $4 \cdot 10^{26}$  Вт.

$$L_0 = 4 \cdot 10^{26} \text{ Вт.}$$

Другие звёзды могут иметь светимость и больше, и меньше, чем светимость Солнца. По этой причине чтобы методом «стандартной свечи» сравнивать расстояния, на которые удалены астрономические объекты, необходимо, чтобы их светимость была одинакова. Для измерения расстояний в космологических масштабах на роль «стандартной свечи» лучше всего подходят взрывы звёзд определённого типа. Так как эти взрывы происходят при достижении определённых физических условий в звёздной системе, то их светимость (мощность) примерно одинакова и составляет около 10 млрд. светимостей Солнца. При такой огромной светимости подобные астрономические объекты наблюдаются вплоть до расстояния в миллиарды световых лет.

Временные масштабы наиболее продолжительных космологических событий могут превосходить десятков миллиардов лет.

Теоретическую основу современной космологии составляет созданная в начале двадцатого века Альбертом Эйнштейном *релятивистская теория тяготения – общая теория относительности*.

В основе теории тяготения Эйнштейна лежит факт равенства инертной массы, входящей в уравнение II закона Ньютона

$$F = ma, \tag{236}$$

и гравитационной массы, входящей в закон тяготения

$$F = G \frac{mM}{r^2}. \tag{237}$$

Инертная масса  $m$  является мерой инертности тела [уравнение (236)], гравитационная масса  $m$  характеризует свойство тела притягиваться к другому телу массой  $M$  [уравнение (237)].

Если эти массы равны, то из уравнений (236) и (237) можно выразить ускорение, приобретаемое телом под действием силы

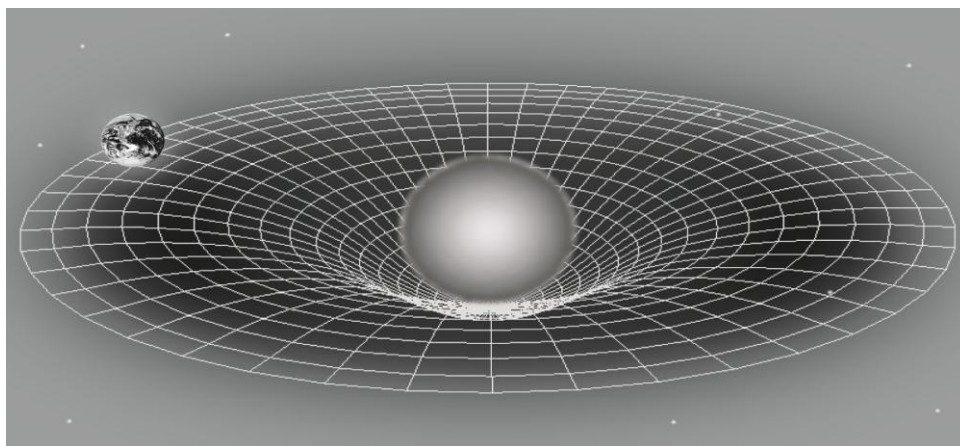
всемирного тяготения, - ускорение свободного падения - следующим образом

$$a = G \frac{M}{r^2}. \quad (238)$$

Ускорение свободного падения, как это и подтверждается экспериментально, не зависит от массы тела, что и свидетельствует о равенстве инертной и гравитационной масс.

Разработанная Эйнштейном теория объяснила физическую сущность тяготения как изменение геометрических свойств пространства-времени – искривление пространства-времени вблизи тел, создающих гравитационное поле. Иными словами, если «пустое» пространство-время является евклидовым «плоским» пространством, то материя искривляет пространство-время (рис. 133). Как писал сам Эйнштейн: «Согласно общей теории относительности, геометрические свойства пространства не самостоятельны, но обусловлены материей»

Приведём в качестве иллюстрации пример, который обычно используют для пояснения данного утверждения. Представьте, что пространство – это упругая резиновая плёнка. Поместим на неё камень так, чтобы плёнка прогнулась: чем тяжелее камень, тем больше прогиб. Шарик, катящийся по этой плёнке, будет отклоняться, проходя около камня. Чем больше камень приближается к камню, тем больше будет отклонение. Точно также в нашей Вселенной и тела, и излучение, проходя около массивных объектов, отклоняются. Именно этим объясняется вращение Земли вокруг Солнца, Луны – вокруг Земли.



*Рис. 133.* С точки зрения ньютоновской теории тяготения на любой предмет в окрестностях массивного тела (например, звезды) действует сила тяготения. С точки зрения эйнштейновской теории массивное тело искривляет пространство-время и предмет движется в этом искривлённом пространстве-времени

Теория тяготения Эйнштейна крайне сложна математически. Да и осознать, как было сказано одним из известных физиков, что «тяготение – не чужеродная и физическая сила, действующая через пространство, - оно есть проявление геометрии пространства именно там, где находится масса» весьма и весьма непросто!

Но у теории тяготения Эйнштейна есть одно безусловное достоинство, присущее любой «нормальной» физической теории – она подтверждена экспериментально. Одно из первых экспериментальных доказательств теории было получено в 1919 году английским астрономом Артуром Стенли Эддингтоном (1882-1944). Во время солнечного затмения им было измерено отклонение световых лучей звёзд при прохождении света вблизи Солнца (рис. 134).

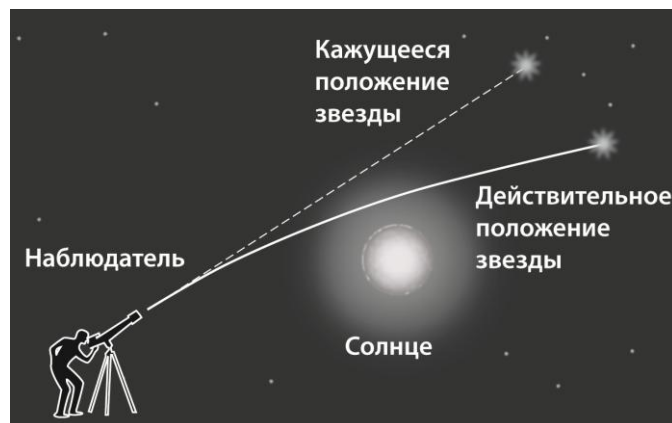


Рис. 134

Как писал Эйнштейн «Световой луч в поле тяготения должен испытывать скривление, подобное тому, которое претерпевает путь тела, несущегося в поле тяготения. Световой луч, проходящий мимо небесного тела, по теории изгибается к нему... Нужно прибавить, что это отклонение по теории наполовину обусловлено полем притяжения (Ньютоновым) солнца, на половину обусловлено вызванным солнцем геометрическим изменением («скривление») пространства». Измеренное Эддингтоном отклонение световых лучей на угол около 1,75" было как раз таким, которая предсказывала теория тяготения Эйнштейна.

Опишем ещё один эксперимент, проведённый в 1976 году американскими учёными. Сверхточные атомные часы были подняты ракетой на высоту около 10 000 км. Показания часов сравнивались с показаниями таких же часов, оставшихся на поверхности Земли. Оказалось, что часы на орбите (в более слабом поле тяготения) в полном соответствии с теорией Эйнштейна убыстряли свой ход.

Если взять булочку и вырезать из неё тонкий ломтик хлеба, то, рассматривая такой ломтик, мы увидим, что хлеб обладает определённой структурой: стенки из теста окружают воздушные

пузыри. Об отдельном ломтике можно сказать, что он неоднороден и его свойства по разным направлениям неодинаковы (анизотропия). Так и Вселенная в малых масштабах неоднородна и анизотропна: имеются скопления вещества – планеты, звёзды, звёздные системы–галактики; имеются выделенные направления – например, направление оси вращения планеты, звезды.

Но какая будет наблюдаться картина, если перейти к крупным масштабам и выделить в пространстве Вселенной куб с ребром около 1 Мпк (около трёхсот миллионов световых лет)? Современная космология утверждает, что число звёзд и звёздных систем – галактик внутри такого куба будет примерно одинаковым, в какой бы части Вселенной этот куб ни находился<sup>1</sup>. Это означает, что *в больших масштабах Вселенная однородна и изотропна* (рис. 135). Утверждение о крупномасштабной однородности и изотропии Вселенной (одинаковости свойств по всем направлениям, отсутствие выделенного направления) получило в современной науке название **космологического принципа**.

Опираясь на космологический принцип, мы можем сделать ряд существенных выводов о строении Вселенной:

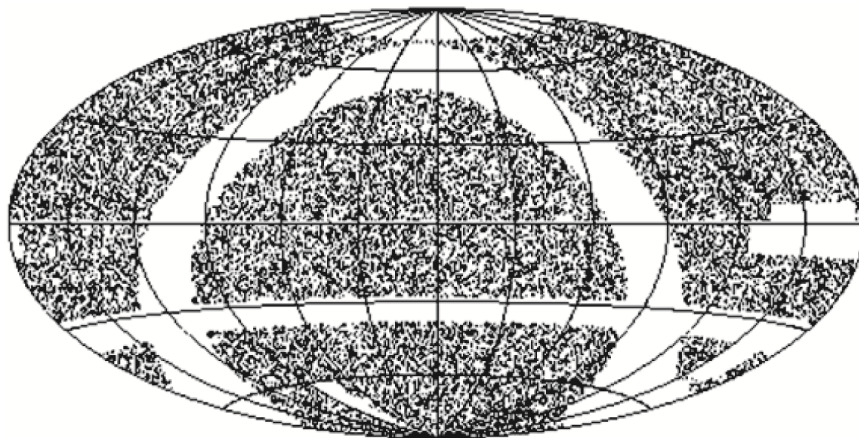


Рис. 135. Распределение по небу галактик, излучающих в радиодиапазоне. («Пустые полосы» - области, для которых не проводились подсчёты.)

- у Вселенной не должно быть центра и пространственной границы (иначе бы нарушалось условие однородности Вселенной);
- Вселенная как целое не должна вращаться (иначе бы нарушалось условие изотропности Вселенной).

<sup>1</sup> В видимой части Вселенной можно разместить несколько тысяч таких кубов.



Следующий экспериментальный факт, отражающий строение Вселенной, связан с **явлением красного смещения**.

Единственный носитель информации, поступающий к нам от звёзд и звёздных скоплений – галактик, это электромагнитное излучение (радиодиапазон, инфракрасное, видимое, рентгеновское излучение и гамма-излучение). Для электромагнитного излучения наблюдается *эффект Доплера*<sup>1</sup> - при удалении источника электромагнитного излучения от наблюдателя последний регистрирует увеличение длины волны излучения в сравнении с той длиной волны, что излучается неподвижным источником.

Как известно, возбуждённые атомы излучают энергию квантами. Энергия кванта определяется тем, с какого «более высокого» энергетического уровня на какой «более низкий» энергетический уровень электрон совершает переход в атоме. Пусть  $\lambda_0$  - длина волны излучения, например, водорода, в лабораторных условиях (на Земле),  $\lambda$  - длина волны излучения, регистрируемого от далёкой галактики. Астрономами ещё в начале XX века было установлено, что в спектрах галактик линии излучения у всех химических элементов *смещены в красную сторону*:

$$\lambda > \lambda_0.$$

Это свидетельствует о движении галактик, об их взаимном удалении друг от друга. Исходя из наблюдаемого для галактик факта красного смещения, астрономы сделали вывод, что Вселенная является нестационарной, она изменяется с течением времени – **наблюдается расширение Вселенной**.

Чем больше величина красного смещения, тем, в соответствии с теорией эффекта Доплера, больше скорость удаления источника электромагнитного излучения. Поэтому измерение величины красного смещения позволяет не только установить факт расширения Вселенной, но и измерить скорость разлёта галактик, скорость их удаления относительно друг друга.

В 1929 году выдающийся американский астроном Эдвин Пауэлл Хаббл (1889 - 1953), обобщив имевшиеся на тот момент данные о скоростях галактик и удалённости до них, пришёл к выводу, который в дальнейшем получил название закона Хаббла.

*Далёкие галактики уходят от нас со скоростью, пропорциональной удалённости от нас. Чем дальше галактика, тем больше её скорость.*

---

<sup>1</sup> Кристиан Доплер (1803 - 1853) – австрийский физик и астроном.

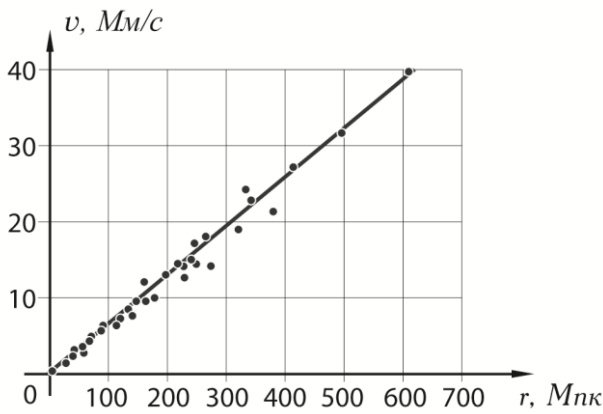


Рис. 136

Формула закона Хаббла имеет

вид:

$$v = Hr \quad (239)$$

где  $v$  - скорость удаления галактики;

$r$  - расстояние до галактики.

Коэффициент пропорциональности  $H$  был назван постоянной Хаббла.

По современным расчётам значение постоянной Хаббла лежит в интервале

$$55 \frac{\text{км/с}}{\text{Мпк}} < H < 75 \frac{\text{км/с}}{\text{Мпк}}.$$

В наше время закон Хаббла надёжно подтверждён имеющимися в распоряжении астрономов данными (рис. 136).

Наблюдаемые учёными свойства пространства-времени нашей Вселенной (её крупномасштабная однородность и изотропность, нестационарность Вселенной) должны находить своё объяснение в рамках современной теории тяготения Эйнштейна. Напомним, что согласно этой теории под воздействием массы тел пространство-время искривляется, это приводит к искривлению траектории тел, движущихся в пространстве-времени, что и воспринимается как результат действия сил тяготения.

Впервые успешная попытка применить уравнения теории тяготения (общей теории относительности) к описанию Вселенной как единого целого была предпринята в 1922-1924 годах российским математиком Александром Александровичем Фридманом (1888-1925).

Решив уравнения эйнштейновской теории тяготения, Фридман получил решения, из которых следовало, что Вселенная не может быть неизменной. Полученный результат был выдающимся достижением науки и в дальнейшем был подтверждён открытым Хабблом законом и наблюдаемым красным смещением галактик.

Фридман выяснил, что характер дальнейшей эволюции Вселенной определяется тем, какова её средняя плотность  $\rho$  в сравнении с критическим значением плотности  $\rho_{\text{кр}}$ , равным

$$\rho_{\text{кр}} = \frac{3H^2}{8\pi G},$$

где  $G$  - постоянная всемирного тяготения,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ .



На рисунке 137 изображены сценарии возможной эволюции Вселенной. Если средняя плотность Вселенной меньше критической плотности  $\rho < \rho_{кр}$ , то расширение будет вечным и скорость разлёта галактик всегда будет отлична от нуля. Если средняя плотность Вселенной равна критической плотности ( $\rho = \rho_{кр}$ ), то расширение будет вечным, но скорость галактик в итоге станет равной нулю. Такие сценарии космологи называют вариантами «Открытой Вселенной».

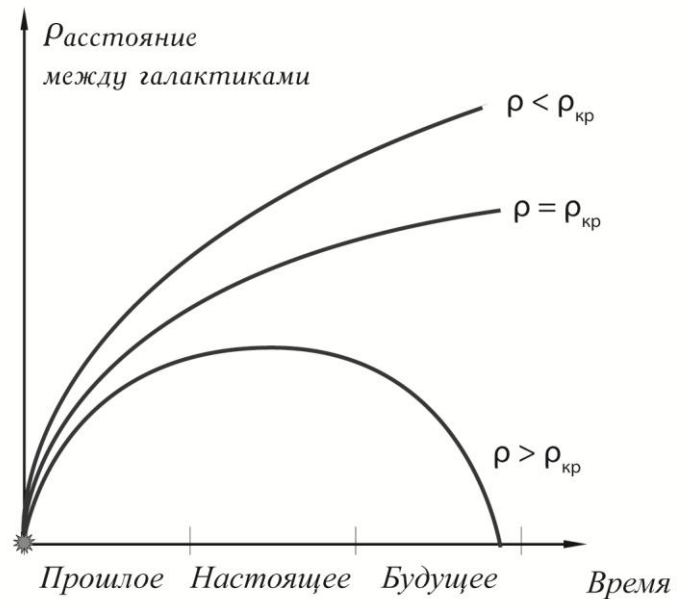


Рис. 137

Если же средняя плотность Вселенной больше критической плотности ( $\rho > \rho_{кр}$ ), то будет реализован вариант «закрытой Вселенной». Расширение Вселенной, происходившее в прошлом и происходящее в настоящем, сменится в будущем сжатием Вселенной.

Каково же реальное будущее нашей Вселенной? Будет ли расширение продолжаться и далее, либо оно сменится сжатием? Для ответа на этот вопрос необходимо знать среднее значение плотности Вселенной. По гравитационному взаимодействию звёзд учёные могут оценить их массу и провести оценку плотности. Полученный результат указывает на то, что плотность Вселенной меньше критической плотности. Но в мире, помимо звёзд и светящегося газа, есть и несветящееся, а следовательно, и невидимое нами вещество. (Астрономы называют такое вещество тёмной материей.) Существование тёмной материи подтверждено наличием во Вселенной скоплений галактик. Не будь тёмной материи, удерживающей галактики в скоплении, галактики бы покинули такое скопление. Таким образом, вопрос о величине средней плотности Вселенной остаётся открытым, и точного ответа на вопрос о будущем Вселенной у учёных пока ещё нет.

Более определённо можно описать прошлое Вселенной. Пусть некоторая галактика находится от наблюдателя на расстоянии  $r$ . Если считать скорость движения галактики  $v$  неизменной, то для удаления на такое расстояние галактике потребовалось время  $t$ , равное

$$t = \frac{r}{v}.$$

Воспользуемся формулой закона Хаббла

$$v = Hr.$$

Тогда

$$t = \frac{1}{H}.$$

$$t = 15 \text{ млрд. лет.}$$

(При расчёте значение постоянной Хаббла принято равным  $65 \frac{\text{км/с}}{\text{Мпк}}$ .)

Таким образом, около 15 млрд. лет назад вещество Вселенной было сосредоточено в небольшом объёме, было настолько плотным, что ни галактики, ни звёзд не существовало. Из этого сверхплотного состояния началось расширение Вселенной. В процессе такого расширения материя приняла те формы, в которых мы её наблюдаем в настоящее время, образовались звёзды и галактики. Такой процесс расширения Вселенной в современной космологии получил название *теории Большого взрыва*.

В начальный момент расширения Вселенной материя занимала сверхмалый объём, находилась в невообразимо плотном состоянии при гигантских температурах. По этой причине космологи называют модель расширяющейся Вселенной *моделью «горячей Вселенной»*.

Гипотеза горячей Вселенной была высказана в 1946-1948 годах физиком российского происхождения Георгием Антоновичем Гамовым (1904-1968). При огромной температуре в начальный момент невозможно существование не только атомов, но и элементарных частиц; все известные типы взаимодействий (сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное) не отличаются друг от друга. Количественное описание этого этапа эволюции Вселенной учёным недоступно, так как требует рассмотрения процесса в рамках квантовой теории гравитации, которая ещё не создана.

При последующем расширении Вселенной и её охлаждении происходит разделение взаимодействий на известные нам виды, поэтапно возникают элементарные частицы из числа тех, что сейчас нам известны. В течение первых трёх минут происходит важнейший для дальнейшей эволюции Вселенной *процесс нуклеосинтеза* – образование ядер первичных химических элементов.

Расчёты, проведённые физиками-теоретиками для этого этапа расширения Вселенной, говорят, что в первичном веществе Вселенной ядра водорода составляли 75 %, ядра гелия почти 25 % и сотые доли

процента приходились на ядра дейтерия, лития и других лёгких элементов. Данные значения совпадают с результатами наблюдения химического состава звёзд, полученного астрономами путём спектрального анализа.

Ещё одним убедительным доказательством правомерности модели горячей Вселенной стало обнаружение так называемого *реликтового излучения*, предсказанного теоретиками. На начальном этапе эволюции Вселенной возникли кванты электромагнитного излучения, до настоящего времени «путешествующие» во Вселенной. Расчёты теоретиков указывали на то, что в современной Вселенной максимум такого излучения должен приходиться на излучение с длиной волны около 2 мм. В 1965 году подобное радиоизлучение, приходящее из космоса, было зарегистрировано американскими астрономами.

Несмотря на значительные успехи, достигнутые в космологии в рамках теории Большого взрыва и модели горячей Вселенной, безусловно, впереди у учёных поиски ответов на многие вопросы. Один из основных заключается в том, что современные теории не дают ответа на вопрос, что было до Большого взрыва, какими физическими законами описывалось состояние материи до расширения Вселенной.

### ***Вопросы для самоконтроля***

1. Известному американскому физикам Джону Арчабальду Уилеру (1911-2008) принадлежит следующее афористичное изречение: «Геометрия предопределяет законы движения материи, а материя в свою очередь предписывает геометрии кривизну». Проанализируйте это изречение.
2. Немецкий философ, математик, церковно-политический деятель Николай Кузанский (1401-1464) ещё в пятнадцатом веке утверждал: «Вселенная есть сфера, центр которой всюду, а окружность нигде». Какой научный принцип отражает утверждение философа?
3. Галактика Вертушка в созвездии Большой Медведицы находится от Земли на расстоянии 27 млн. св. лет. Определите скорость, с которой галактика удаляется от Земли.
4. Максимальная скорость разбегания галактик не может превышать скорости света. Оцените, исходя из закона Хаббла, максимальное расстояние, до которого мы можем наблюдать небесные тела – радиус Вселенной.

5. По современным научным представлениям возраст Вселенной составляет порядка 15 млрд. лет. Означает ли это, что Вселенная была сотворена неким сверхъестественным образом?

## Тема 8 (для самостоятельного изучения)

### ГАЛАКТИКИ И ЗВЁЗДЫ

#### *План изучения темы*

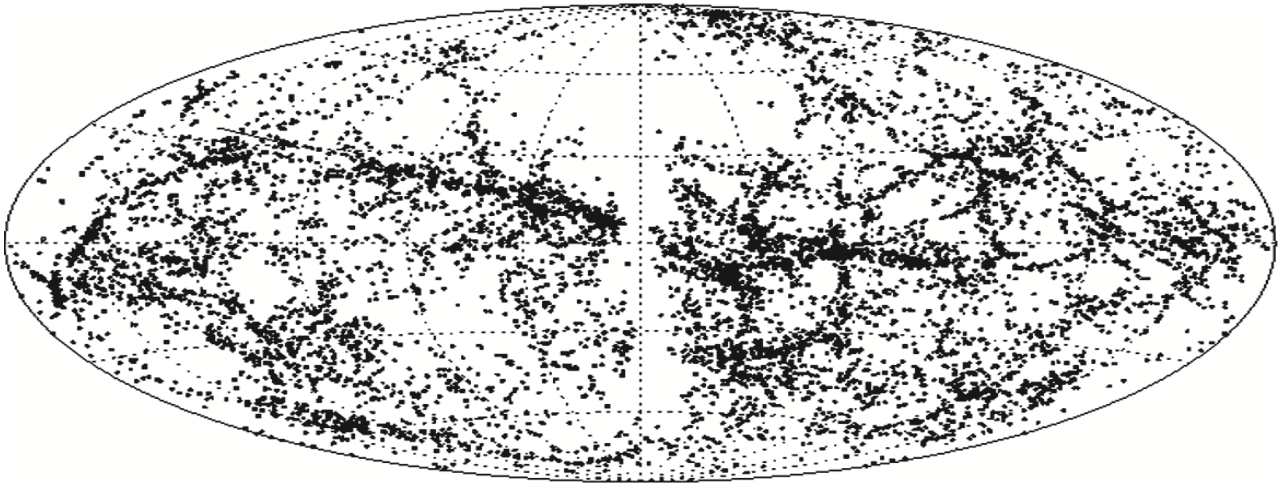
1. Галактики. Общая характеристика
2. Наша Галактика - Млечный путь
3. Чёрные дыры
4. Проблема скрытой массы
5. Основные характеристики звёзд
6. Звёзды: их рождение, жизнь и смерть
7. Переменные звёзды

Основной космологический принцип утверждает однородность и изотропность Вселенной, начиная с масштаба 100 Мпк. При меньшем масштабе во Вселенной имеются различные структурные образования: звёзды и их скопления, звёздные системы-галактики и группы галактик, объединяющие одну-две крупные галактики и несколько десятков мелких галактик.

Имеются также самые крупные гравитационно-связанные объекты – скопления галактик, каждое из таких скоплений содержит тысячи галактик.

Наблюдения астрономов показали, что скопления галактик распределены неравномерно. Образно говоря, *Вселенная имеет ячеистую сотоподобную структуру* (рис. 138). Галактики и их скопления большей частью сосредоточены в «стенках» ячеек толщиной 3-4 Мпк.

Внутри ячеек размером несколько десятков мегапарсек плотность галактик как минимум в десять раз меньше, чем в среднем во Вселенной.



*Рис. 138*

Каким же образом в процессе эволюции Вселенной могла образоваться такого рода структура – «стенки» ячеек и пустоты? Астрофизики представляют этот процесс следующим образом. На начальном этапе развития Вселенной в ней случайно возникли области, в которых плотность была чуть больше средней плотности. При расширении Вселенной области с повышенной плотностью расширялись чуть медленнее, чем Вселенная в целом, так как сила тяготения вещества к центру «сгустка» тормозит расширение. Одновременно области с меньшей плотностью расширялись чуть быстрее, чем Вселенная в целом. В результате, по прошествии десятка миллиарда лет во Вселенной преобладают области с пониженной плотностью, и вещество большей частью сосредоточено в «стенках» ячеек.

Моделирование, проводимое на компьютерах, подтверждает расчёты теоретиков – незначительные неоднородности плотности в расширяющейся Вселенной в процессе её эволюции должны привести к той ячеистой структуре, что астрономы наблюдают в сегодняшней Вселенной.

Ячейки – это, конечно же, не последняя, а промежуточная стадия развития структуры эволюционирующей Вселенной. Через миллиарды лет «стенки» ячеек разделятся на отдельные шарообразные сгущения. Таков по современным космологическим теориям сценарий эволюции Вселенной с течением времени из почти однородной среды под действием гравитационной неустойчивости этой среды в ячеистую структуру.

Основными структурными элементами – кирпичиками Вселенной – являются *звёздные скопления – галактики*. Астрономы, используя современные телескопы, улавливающие электромагнитное излучение, приходящее из глубины Вселенной с расстояния вплоть до 10-12 миллиардов световых лет, оценивают общее число всех галактик во Вселенной в несколько сотен миллиардов.

Сведения о галактиках занесены в специальные каталоги. Первый такой каталог, содержащий координаты более ста астрономических объекта, был составлен французским астрономом Шарлем Мессье (1730 - 1817) в XVIII веке. Некоторые из объектов Мессье действительно оказались галактиками и до настоящего времени обозначаются номерами его каталога (например, М 31 – галактика Туманность Андромеды).

Также широко известен более обширный каталог NGC – Новый общий каталог (New General Catalogue), номерами которого часто обозначают галактики (NGC 224 – галактика Туманность Андромеды).

В настоящее время в распоряжении астрономов целый ряд каталогов галактик, в том числе составленных и по наблюдениям в радио-, рентгеновском или инфракрасном диапазонах электромагнитного спектра.

Даже ближайшие к нам галактики находятся на расстояниях в сотни тысяч световых лет. По этой причине различить невооружённым глазом на небе как туманные пятнышки можно лишь три из них: Туманность Андромеды (видна наблюдателю, находящемуся в северном полушарии Земли) и Большое и Малое Магеллановы Облака (видны в южном полушарии). К концу XX века с помощью телескопов удалось различить отдельные звёзды не более чем в трёх десятках галактик. Ситуация значительно улучшилась лишь после запуска космического телескопа «Хаббл» (1990 г.) и ввода в строй 10-метровых наземных телескопов (1994 - 1996 г. г.).

*Размеры галактик* составляют от 20 до 800 тысяч световых лет, *массы галактик* могут составлять от десяти миллионов до тысячи миллиардов масс Солнца, в таких же пределах находятся и их светимости в сравнении со светимостью Солнца.

Именно в галактиках находится большая часть всех звёзд, существующих во Вселенной. *Число звёзд в галактике* может достигать сотен и даже тысячи миллиардов! Существуют и маленькие галактики, содержащие «всего лишь» миллионы звёзд.

Помимо звёзд в состав галактик входят *межзвёздный газ, пыль*. Газ в галактиках частью рассеян между звёздами, а частью образует громадные облака массой до миллиона масс Солнца. Существуют как плотные холодные газопылевые туманности, так и светящиеся туманности вокруг горячих звёзд.

Галактики весьма разнообразны по внешнему виду и структуре.

*Неправильные галактики*. Не имеют чёткой геометрически правильной формы. Наиболее известными являются галактики Большое и Малое Магеллановы Облака, названные так спутниками Магеллана, наблюдавших эти галактики в Южном полушарии. Магеллановы облака внушительно выглядят на небе: Большое Магелланово Облако имеет видимый размер более  $5^\circ$  (десять видимых диаметров Луны), Малое Магелланово имеет видимый размер в четыре диаметра Луны. Особенностью неправильных галактик является большое содержание в них межзвёздного газа – до 50 % от общей массы галактики.

*Эллиптические галактики* составляют до четверти от общего числа галактик. Имеют дынеобразную форму, их фотографические изображения выглядят как овал-эллипс с ярко светящимся центром.

*Линзовидные галактики* по внешнему виду напоминают двояковыпуклую линзу. У галактик такого типа, как правило, ярко выражены такие элементы структуры как *ядро галактики* – её центральная область, *галактический диск*, толщина которого в десятки раз меньше его радиуса, центральное утолщение диска и разреженное звёздное облако шарообразной формы, в которое погружён галактический диск. Среди звёздных систем линзовидных галактик примерно 20 %.

*Спиральные галактики* имеют более сложную структуру, чем линзовидные галактики. Помимо галактического диска, его центрального утолщения и окружающей диск короны в таких галактиках по диску ещё проходят ветви – рукава галактик. Спиральный узор галактик состоит из двух и более (до десяти) рукавов, выходящих из центра галактики (рис. 139, *а, б*). Вдоль спиральных рукавов сосредоточены самые молодые звёзды галактики, а также области плотных облаков межзвёздного газа, в которых продолжается процесс звездообразования. Причины, по которым в дисках галактик возникли такие элементы структуры, как спиральные рукава, ещё не в полной мере ясны астрофизикам, и над этой проблемой работают многие учёные.





*a*



*б*

*Рис. 139.*

*a* – галактика Туманность Андромеды. Расстояние до галактики 2,5 млн св. лет. Радиус – 110 000 св. лет. Двигается по направлению к Солнцу (имеет фиолетовое смещение). Фото Эдварда Генри;

*б* – галактика М 101 Вертушка. Расстояние до галактики 27 млн св. лет. Радиус галактики 85 000 св. лет. Фото телескопа Хаббл

Примерно половина всех галактик являются спиральными, к такому типу галактик относится и наша Галактика – Млечный путь, в которой расположена Солнечная система.

При взгляде на звёздное небо в безлунную ночь внимание наблюдателя всегда привлекает светлая полоса, тянущаяся через всё небо. Это Млечный путь. Великий итальянский физик и астроном Галилео Галилей (1564-1642) первым из астрономов использовал телескоп для наблюдения небесных тел и обнаружил, что Млечный путь состоит из колоссального числа звёзд.

Известный английский астроном Уильям Гершель (1738-1822), изучая структуру Млечного пути, установил, что Солнечная система входит в состав звёздной системы, имеющей форму диска. Солнце – одна из звёзд нашей Галактики – Млечного пути – находится вблизи галактического диска, и поэтому большинство звёзд и наблюдается нами в виде полосы Млечного пути.

Если вспомнить известную поговорку, что «за деревьями леса не видно», то станет понятно, как затруднительно астрономам изучать структуру нашей Галактики, находясь непосредственно в ней. Но, несмотря на это, многое в строении Галактики уже достоверно известно учёным (рис. 140).



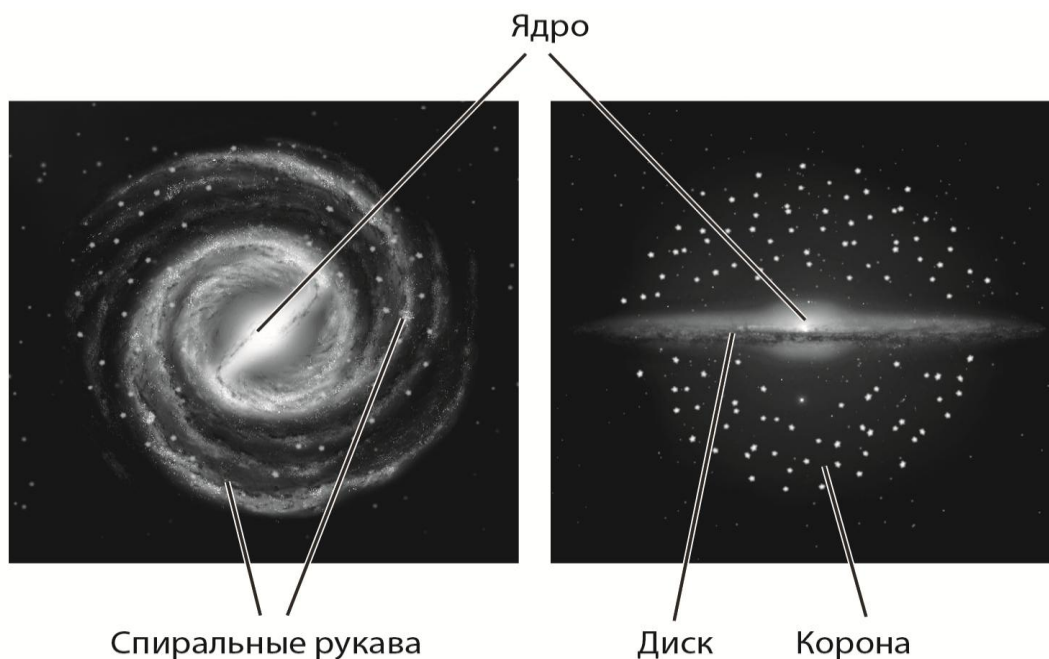


Рис. 140

Установлено, что наша Галактика является спиральной галактикой с перемычкой; отчётливо выделяются два рукава. Диаметр галактического диска составляет 100 000 св. лет. Центральная часть Галактики и её ядро закрыты от нас облаками космической пыли, делаая невозможным обычные визуальные и фотографические наблюдения в видимом диапазоне. В настоящее время использование космических телескопов позволяет астрономам изучать ядро галактики в инфракрасном и рентгеновском диапазонах длин волн.

Масса нашей Галактики по оценкам астрономов составляет около 3000 миллиардов масс Солнца, а число звёзд – несколько сотен миллиардов! Звёзды в Галактике распределены неравномерно, многие из них составляют *скопления* – группы звёзд, объединённые общим происхождением, положением в пространстве и движением. Вблизи галактического диска, как правило, находятся *рассеянные скопления*. Известно более 1200 рассеянных скоплений, которые состоят из нескольких сотен или тысяч молодых ярких звёзд. Силы гравитационного взаимодействия между звёздами в скоплении недостаточны, чтобы сохранить его в первозданном виде, и через сотни миллионов лет-миллиард лет рассеянные скопления распадаются.

В сферической звёздной области, окружающей галактический диск, - находятся *шаровые скопления*. Это старейшие объекты нашей Галактики, возраст которых более 12 миллиардов лет. Астрономам известно сейчас 150 шаровых скоплений, которые насчитывают до миллиона «глубоководных» звёзд.

По научным расчётам последнего времени расстояние от Солнца до центра Галактики составляет примерно половину галактического радиуса (26 000 св. лет). Следует отметить, что Солнце и Солнечная система в целом расположены в удачном месте Галактики, в её «тихой заводи». Дело в том, что Солнечная система вращается вокруг центра Галактики со скоростью 220-240 км/с совершая один галактический оборот за 200 миллионов лет. Волны уплотнения, образующие спиральные рукава, также вращаются, но с иной скоростью. По этой причине все звёзды – обитатели галактического диска – периодически попадают в спиральные рукава. В спиральных же рукавах происходят грандиозные процессы роста и гибели звёзд, что сопровождается выбросом мощного электромагнитного излучения в различных диапазонах. Это излучение было бы губительно для живого, и «атмосферный щит» не смог бы предохранить от него жизнь на Земле. Только в области Галактики, удалённой примерно на половину галактического радиуса от её центра, скорости вращения звёзд и спиральных рукавов совпадают. Именно в такой области и находится Солнечная система, что обеспечило ей несколько миллиардов лет «спокойного существования», необходимых для возникновения и сохранения жизни на Земле.

В ядрах галактик, по мнению астрономов, находятся такие экзотические объекты, как чёрные дыры. *Чёрная дыра* – компактный (по астрономическим масштабам) и массивный объект, имеющий такое мощное гравитационное поле, что ничто, включая кванты электромагнитного излучения, не могут преодолеть такое поле тяготения.

Оценим, каков должен быть радиус  $R$  астрономического объекта массой  $M$ , чтобы он превратился в чёрную дыру.

Будем рассуждать следующим образом: чем меньше радиус объекта, тем больше сила тяготения на поверхности объекта. Следовательно, тем больше должна быть скорость тела, стартующего с поверхности объекта, чтобы он смог покинуть объект. Но предельная скорость тела – это скорость света (измеряется в м/с). Сила тяготения помимо радиуса  $R$  (измеряется в м) зависит от массы объекта  $M$  (измеряется в кг) и гравитационной постоянной  $G$  (измеряется в  $\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}$ )

или  $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{кг}^2} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2\cdot\text{кг}}$ .

Таким образом, предельный гравитационный радиус  $R$ , при котором астрономический объект может превратиться в чёрную дыру, зависит от массы объекта  $M$ , гравитационной постоянной  $G$  и скорости света  $c$ :

$$R = f(M, G, c).$$

Если проанализировать, каковы единицы измерения величин  $M$ ,  $G$  и  $c$ , то комбинация  $\frac{GM}{c^2}$  имеет единицу измерения (или, как говорят в физике, размерность величины) метр.

Следовательно,

$$R \sim \frac{GM}{c^2}. \quad (240)$$

Для того чтобы записать последнее выражение в виде математического равенства, необходимо знать численное значение коэффициента пропорциональности между  $R$  и  $\frac{GM}{c^2}$ . Это значение можно получить, лишь проведя строгий теоретический вывод, а не качественные рассуждения. Но, как правило, численные значения коэффициентов пропорциональности в физических формулах близко к единице. Таким образом, выражение (240) позволяет определить значение гравитационного радиуса с «точностью до порядка величины». Точная формула для расчёта гравитационного радиуса имеет вид:

$$R = \frac{2GM}{c^2}.$$

Сам термин «чёрная дыра» подчёркивает, что чёрный объект не может быть источником света, либо иного электромагнитного излучения. Каким же образом черная дыра может быть обнаружена?

*Во-первых*, чёрная дыра обнаруживается по тому гравитационному взаимодействию, которое она оказывает на окружающие тела.

*Во-вторых*, вещество, захваченное полем тяготения чёрной дыры, при приближении к чёрной дыре вращается вокруг неё всё быстрее и быстрее (вспомните, как убыстряется вращение фигуриста, когда он прижимает руки к туловищу). Взаимное трение потоков вещества приводит к разогреву вещества до температуры в десятки и сотни миллионов градусов. В результате возникает мощное рентгеновское излучение. Излучение, создаваемое диском вещества, вращающегося вокруг чёрной дыры, и позволяет обнаружить «пожирателя материи».

В галактиках с так называемыми активными ядрами (их около одного процента от общего числа галактик) существуют

сверхмассивные чёрные дыры. Такая чёрная дыра, поглощая окружающее вещество, становится сверхмощным источником излучения, называемым астрономами *квazarом*. Рядовой квазар имеет мощность излучения в тысячи миллионов раз больше, чем Солнце. К настоящему времени открыты тысячи квазаров, большинство из них находятся на расстояниях десяти и более миллиардов световых лет от нас, то есть, на границе наблюдаемой Вселенной. Поэтому изучение квазаров позволяет получать информацию о галактиках на начальном этапе их развития (почему?).

Галактика – гравитационно-связанная гигантская система звёзд, звёздных скоплений, межзвёздного газа и пыли. Все астрономические объекты, составляющие галактику, вращаются относительно общего центра масс – ядра галактики.

Пусть астрономический объект (звезда, звёздное скопление) массой  $m$  находится на расстоянии  $R$  от ядра галактики массой  $M$  (рис. 141).

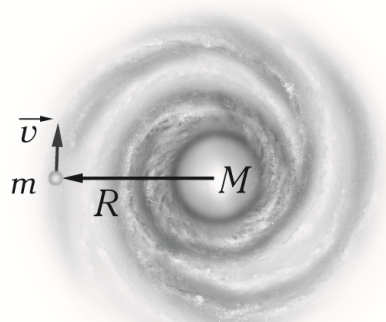


Рис. 141

Астрономический объект будет двигаться со скоростью  $v$ , вращаясь вокруг ядра галактики с центростремительным ускорением  $a_{ц}$ , равным

$$a_{ц} = \frac{v^2}{R}. \quad (241)$$

В соответствии со II законом Ньютона

$$ma_{ц} = F, \quad (242)$$

где  $F$  – сила всемирного тяготения, действующая на объект со стороны ядра галактики.

$$F = \frac{GMm}{R^2}. \quad (243)$$

Из соотношений (241)-(242) имеем:

$$M = \frac{v^2 R}{G}. \quad (244)$$

Как известно, движение источника электромагнитного излучения (звезды) относительно наблюдателя обнаруживается по изменению длины волны излучения, регистрируемому наблюдателем (эффект Доплера). Таким образом, достаточно измерить величину изменения длины волны – сдвиг спектральных линий – в спектре звезды либо в красную сторону (при удалении звезды), либо в фиолетовую сторону (при приближении звезды), чтобы определить её скорость.

Если скорость движения астрономического объекта известна, то формула (244) позволяет определить массу ядра галактики.

Подробный анализ движения звёзд в галактиках, анализ движения галактик, входящих в галактические скопления, привёл астрономов к неожиданному заключению. Наблюдаемое движение звёзд и галактик не может быть объяснено гравитационным воздействием только известных астрономических объектов.

Астрономы пришли к выводу, что во Вселенной помимо светящегося, дающего электромагнитное излучение вещества звёзд и галактик имеется невидимое вещество (его называют скрытой или *тёмной материей*). Это вещество заполняет галактики и может составлять до 90 % от общей массы галактики, заполняет межгалактическое пространство, концентрируясь к скоплениям галактик.

Природа тёмной материи, проявляющей себя только в гравитационном взаимодействии, является одной из нерешённых проблем строения галактики, настоящим вызовом человеческому знанию! Оказывается, всё, что до настоящего времени изучалось астрономами, составляет лишь незначительную часть от существующей во Вселенной материи.

Одними из основных объектов изучения астрономии являются звёзды. При взгляде на звёздное небо мы видим, что одни звёзды выглядят ярче, а другие тусклее. Это определяется тем, сколько энергии поступает от звезды на сетчатку глаза наблюдателя. Ещё во втором веке до нашей эры для удобства сравнения звёзд древнегреческий астроном Гиппарх (ок. 180 или 190–125 до н. э.) разделил все видимые невооружённым глазом звёзды на 6 классов – *видимых звёздных величин*. Самые яркие звёзды были названы им звёздами 1-ой величины, а самые тусклые – 6-й. В дальнейшем классификация Гиппарха была уточнена. Астрономы договорились считать, что разница в пять звёздных величин (например, с 1-ой по 6-ю) соответствует изменению яркости звезды ровно в 100 раз. Были введены дробные звёздные величины. Так, к примеру, Полярная звезда имеет видимую звёздную величину 2,1. С помощью телескопов можно наблюдать звёзды до 26-ой звёздной величины – то есть пластинка телескопа чувствительнее, чем сетчатка глаза астронома-наблюдателя в 100 000 000 раз.

С помощью видимой звёздной величины нельзя объективно охарактеризовать *светимость звезды* (мощность излучения звезды).

Ведь звезда может тускло выглядеть на небе лишь потому, что она расположена очень далеко от наблюдателя. По этой причине астрономы используют и такое понятие, как *абсолютная звёздная величина*. Абсолютная звёздная величина – звёздная величина, которую бы имела звезда в случае наблюдения с расстояния 10 пк. Абсолютная звёздная величина Солнца составляет +4,8, а абсолютная звёздная величина Полярной звезды равна -3,64.

Светимость звёзд может различаться в миллиарды раз. Существуют звёзды со светимостью в сотни тысяч раз большей, чем светимость Солнца, а есть звёзды, чья светимость в десятки тысяч раз меньше светимости нашей звезды. (Абсолютные звёздные величины принимают значения от - 9 до + 16.)

Знаменитый американский физик Ричард Фейнман (1918-1988) как-то отметил, что самым выдающимся открытием астрономии было открытие того, что звёзды состоят из таких же атомов, что и Земля.

*Химический состав звёзд* астрономам известен – звёзды состоят в основном из водорода и гелия. Это было установлено с помощью *спектрального анализа* – метода определения химического состава вещества по тому спектру, который излучается веществом. Вы знаете, что атомы различных химических элементов излучают свет различных частот и спектры атомов также индивидуальны как отпечатки пальцев у людей.

По спектру излучения звезды также можно определить *температуру* её поверхности – ведь чем выше температура, тем больше доля коротковолнового излучения нагретым телом. По виду спектра, температуре поверхности звезды и её цвету звёздные спектры принято подразделять на определённые спектральные классы (табл. 3).

Таблица 3.

**Соотношение между спектральным классом, температурой и цветом звезды**

Спектральный класс	Температура, К	Цвет
О	30 000	Голубой
В	20 000	Бело-голубой
А	10 000	Белый
F	8000	Жёлто-белый
G	6000	Жёлтый
K	5000	Оранжевый
M	3500	Красный

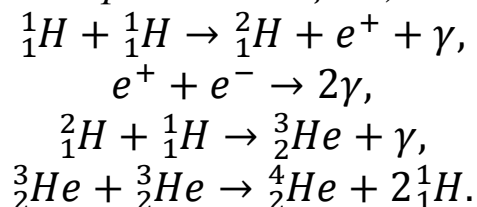
Чем выше температура, тем больше мощность излучения с единицы поверхности светящегося тела. Так, например, абсолютная температура белых (спектральный класс *A*) и оранжевых (спектральный класс *K*) звёзд отличается в 2 раза. При этом мощность их излучения с единицы поверхности отличается в  $2^4 = 16$  раз. Но если известна мощность излучения с единицы поверхности звезды и её светимость (мощность излучения звезды со всей светящейся поверхности звезды), то можно определить площадь поверхности звезды, а значит и её *радиус*. Размеры звёзд колеблются от размеров, сравнимых с диаметром Солнечной системы, до размеров планет. Существуют даже звёзды, имеющие размер всего в несколько километров. Напомним, что диаметр Солнца составляет почти 1,5 млн км.

Ещё одна важная характеристика звезды – это её *масса*. К счастью для астрономов примерно половина всех звёзд во Вселенной являются двойными системами, то есть представляют собой гравитационно связанные объекты, вращающегося вокруг общего центра масс. Измерение периодов обращения и расстояния между звёздами позволяет определить массы компонентов двойной системы. Оказалось, что по массе звёзды различаются не особо значительно: от нескольких десятков до примерно 0,1 массы Солнца.

Эти ограничения по массе физически понятны. При меньшей массе температура даже в центре небесного тела будет недостаточно высока для запуска термоядерной реакции. Ограничения по массе звезды «сверху» объясняются тем, что всякая обычная звезда – это раскалённый до гигантских температур газовый шар, который является ареной противоборства трёх сил. Это сила тяготения, сжимающая звезду, сила газового давления, распирающего звезду и сила светового давления, помогающая силе газового давления. При повышении массы звезды увеличивается сила тяготения, поэтому должно возрасти давление и температура звёздного вещества. Повышение температуры приведёт к значительному увеличению светимости звезды, возрастет световое давление, нарушится равновесие трёх сил – звезда погибнет.

Огромные различия в размерах звёзд, а значит и в их объёмах, при незначительных размерах звёзд приводят к колоссальным различиям в *плотности звёзд* – средняя плотность звёзд различного типа имеет значение от  $1 \text{ г/м}^3$  до  $10^{18} \text{ кг/м}^3$ .

Звёзды зарождаются в космических газопылевых облаках. При сжатии гравитационными силами сгустка газа его температура повышается. Когда температура в центре достигнет примерно десяти миллионов градусов, начинаются термоядерные реакции – образуется звезда. Для звёзд типа нашего Солнца наиболее вероятна следующая цепочка реакций (*протон - протонный цикл*):



Дальнейшую эволюцию звёзд астрофизики рассчитывают теоретически и сравнивают полученные результаты с результатами наблюдений за звёздами различных масс, химического состава и возраста.

Отметим основные выводы, сделанные учёными при рассмотрении процесса эволюции звёзд.

*Во-первых*, время жизни звезды зависит от её массы. Чем больше масса звезды, тем, как это ни парадоксально, короче жизненный путь звезды. Почему? Это связано с тем, что чем больше масса звезды, тем больше её светимость. Во многих случаях светимость звезды  $L$  пропорциональна четвёртой степени массы звезды  $M$ :

$$L \sim M^4. \quad (245)$$

Таким образом, время жизни звезды  $t$ , которое определяется отношением массы звезды к темпу расходования энергии звездой (её светимостью) определится следующим отношением

$$t \sim \frac{M}{L}$$

или с учётом соотношения (245):

$$t \sim \frac{1}{M^3}.$$

Наиболее массивные звёзды «живут» всего лишь несколько десятков миллионов лет. Звёзды с массой, близкой к массе Солнца, существуют 10-15 млрд. лет, а звёзды с малой массой «растянут» скудные «запасы» водородного топлива на десятки миллиардов лет.

*Во-вторых*, большую часть времени (примерно 90 %) звёзды проводят в «зрелом возрасте», когда их светимость практически



неизменна. Лишь после того, как в центральной части звезды водород «перегорит» в гелий, звезду ждут быстрые и значительные перемены.

*В-третьих*, стареющая звезда превращается в звезду гигантских размеров (больше размеров Солнца в сотни раз) с колоссальной светимостью (больше светимости Солнца в сотни тысяч раз) спектрального класса К и М. Такие звёзды называют *красными гигантами*.

В общих чертах схема образования красного гиганта такова. После выгорания водорода в центре звезды образуется плотное гелиевое ядро, которое силами тяготения уплотняется, сжимается. Температура гелиевого ядра повышается до 100 млн К и возникают реакции синтеза между ядрами гелия, в частности происходит их превращение в ядра углерода  $^{12}_6\text{C}$ . На внешней оболочке ядра в это же время происходит синтез водорода. В итоге «включение» дополнительной термоядерной реакции приводит к «перегреву» звезды и, как следствие, к расширению её газовой оболочки и увеличению светимости звезды.

Не минует стадии красного гиганта и наше Солнце. По расчётам учёных это произойдёт через 6 -7 млрд. лет, и размеры Солнца будут так велики, что фактически оно достигнет Земли. (В таких условиях, конечно же, жизнь на Земле станет невозможной.)

*В-четвёртых*, финал в жизни звезды определяется тем, какова масса звезды после прохождения его стадии красного гиганта, которая длится один-два миллиарда лет. Синтез ядер гелия, а затем синтез продуктов синтеза гелия – ядер углерода, азота, кислорода – завершается на стадии образования ядер железа. Дальнейшие слияния ядер не приводят к выделению энергии, они «энергетически невыгодны». В ядре звезды, лишённом источников энергии, сила газового давления и сила светового давления не могут противодействовать силе тяготения. Выгоревшее ядро звезды начинает сжиматься.

Если масса ядра звезды не превосходит примерно 1,4 массы Солнца, то сжатие ядра прекращается при достижении плотности вещества 1 млн. т/м<sup>3</sup>! Остатки звезды красного гиганта превращаются в звезду, называемую *белым карликом*. «Карликом» потому, что при массе, близкой к массе Солнца, размеры звезды сравнимы с размером Земли. «Белым» - потому, что это горячая звезда. Благодаря малой поверхности белый карлик имеет светимость в тысячу раз меньше, чем

светимость Солнца и, не обладая внутренним источником энергии, он будет постепенно остывать в течение миллиардов лет.

Если масса ядра звезды составляет от 1,4 до 2 - 3 масс Солнца, то процесс сжатия вещества прекращается только при достижении плотности ядерного вещества (до 100 млн. т/см<sup>3</sup>!). При гигантской плотности электроны вдавливаются в протоны, и вся звезда состоит из нейтронов. Радиус такой *нейтронной звезды* крайне мал – всего около десяти километров.

При сжатии огромной звезды красного гиганта до объекта, размером всего в несколько десятков километров, звезда раскручивается до очень большой скорости (подобно фигуристу, который прижимает руки к туловищу и убыстряет своё вращение). Период вращения нейтронной звезды составляет сотые и даже тысячные доли секунды. С такой же частотой вращается и магнитное поле звезды, создавая огромное по напряжённости электрическое поле. На поверхности нейтронной звезды, где отсутствуют колоссальные давления, сохраняются протоны и электроны. Эти заряженные частицы ускоряются электрическим полем до скоростей, близких к скорости света и становятся источниками мощного узконаправленного электромагнитного излучения. Источник такого излучения – нейтронная звезда – получил название *пульсар* (рис. 142).



Рис. 142. Схема пульсара

Существование нейтронных звёзд было предсказано физиками практически сразу же после открытия в 1932 году элементарной частицы нейтрона.

Но только в 1967 году радиоастрономами были обнаружены кратковременные радиоимпульсы, приходящие из космоса через строго определённое время. Это было столь удивительным явлением, что учёные вполне серьёзно предположили, что радиосигналы имеют искусственное

происхождение и являются посланием внеземных цивилизаций. Но дело обстоит куда прозаичнее – наблюдатели фиксируют радиолуч пульсара, который при вращении нейтронной звезды пробегает по поверхности Земли. Это совершенно аналогично тому, как моряк видит

вспышки маяка на берегу моря, если маяк оборудован вращающимся прожектором. В наше время обнаружено более тысячи пульсаров.

Что будет происходить, если «финальная» масса красного гиганта более 2-3 масс Солнца? В этом случае гравитационное сжатие не сможет остановиться на стадии нейтронной звезды и образуется один из самых экзотических астрономических объектов – *чёрная дыра* – источник сверхмощного гравитационного поля.

При сжатии тяжёлых остатков красного гиганта, завершающемся образованием нейтронной звезды или чёрной дыры, происходит одно грандиозное астрономическое явление - *вспышка сверхновой звезды*.

Выделяющейся при сжатии ядра энергии оказывается достаточно для взрыва звезды. При вспышке сверхновой звезды в течение нескольких суток её блеск увеличивается на десятки звёздных величин, так что в максимуме процесса светимость сверхновой может превышать светимость всей галактики, в которой вспыхнула сверхновая – старая звезда, завершившая свою эволюцию взрывом.

Одна из таких вспышек сверхновых произошла в 1054 году на расстоянии от Земли всего в 6500 св. лет. Согласно записям арабских и китайских астрономов вспышка была видна невооружённым глазом даже в дневное время на протяжении 23 дней. В настоящее время на месте взрыва этой сверхновой наблюдаются остатки звезды – Крабовидная туманность.

В дальнейшем, в 1969 году в недрах этой туманности был обнаружен пульсар. Это позволило астрономам сделать вывод, что остатком взрыва сверхновой звезды является не только расширяющаяся газовая туманность, но и нейтронная звезда или чёрная дыра в центре этой туманности.

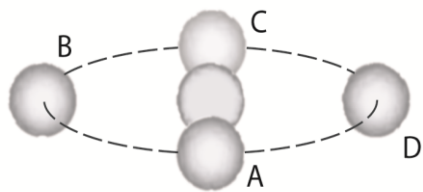
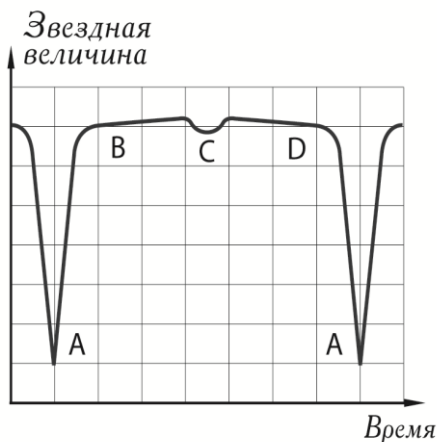
Зачастую мир звёзд воспринимается нами как мир, в котором не происходит никаких изменений, а если они и происходят, то в астрономических временных масштабах – сотни тысяч, миллионы, миллиарды лет – такая изменчивость ускользает от непосредственного наблюдения. Но, оказывается, в мире звёзд существуют и переменные звёзды, то есть такие звёзды, чья изменчивость доступна наблюдению.

Таковыми переменными звёздами являются, например, *цефеиды*. Цефеиды – звёзды-гиганты спектральных классов *F* и *G*, у которых видимая звёздная величина заметно изменяется (с амплитудой от 0,5 до 2 звёздных величин) с периодом от нескольких суток до нескольких месяцев. Изучение цефеид показало, что у них периодически меняется

температура поверхности звезды, цвет звезды, а также лучевая скорость (скорость по лучу зрения наблюдателя) поверхностных слоёв звезды. Эти изменения параметров звезды-цефеиды обусловлены «дыханием» звезды – периодическими сжатиями и расширениями наружных слоёв звезды. При сжатии температура поверхностного слоя звезды возрастает и, несмотря на уменьшение площади поверхности звезды, её яркость возрастает. При расширении звезды температура наружных слоёв уменьшается, и это приводит к уменьшению её яркости.

Изучению цефеид астрономы уделяли и уделяют много внимания. Это связано с тем, что для цефеид установлена зависимость между светимостью звезды и периодом её пульсаций.

Допустим, что вы наблюдаете цефеиду с большим периодом колебаний, а значит, с высокой светимостью. Если при этом цефеида видна как тусклая звёздочка, следовательно, она находится на большом расстоянии от наблюдателя. Таким образом, благодаря цефеидам мы можем определить расстояние как до звёзд в нашей Галактике, так и расстояние до удалённых галактик, если в них видны пульсирующие звёзды-цефеиды.



Существуют звёзды (точнее, двойные звёзды) переменность блеска которых обусловлена, в отличие от цефеид, не физическими, а чисто геометрическими причинами. Это так называемые *затменно-переменные* звёзды. Обращаясь вокруг общего центра масс, звёзды периодически заслоняют друг друга от земного наблюдателя (рис. 143).

В двойных звёздных системах могут наблюдаться и более грандиозные (и физически более интересные) процессы, чем затмение одной звезды другой. Если в двойной звезде одна из звёзд звезда типа нашего Солнца, а другая звезда – белый карлик, то образуется очень компактная система. Мощное поле тяготения белого карлика (не забывайте, что он карлик по размерам, но не по массе) перетягивает часть атмосферы солнцеподобной звезды на поверхность карлика (рис. 144). За некоторое время (от нескольких лет до сотен лет) происходит накопление вещества на поверхности белого



*Рис. 143.* Падение вещества звезды-донора на поверхность белого карлика

карлика. Плотность и температура водорода в поверхностном слое возрастает до такой степени, что начинается термоядерный синтез гелия. Из-за большой плотности вещества этот процесс развивается взрывообразно, и возникает вспышка *новой звезды*. Светимость новой звезды увеличивается в десятки и сотни тысяч раз, яркость изменяется до 12 звёздных величин. За время вспышки новой звезды (как правило, это менее года) выделяется такое количество энергии, которое при

спокойной работе Солнца излучается им за 100 000 лет!

После гигантского термоядерного взрыва на поверхности белого карлика и сброса накопившейся оболочки (массой около 0,01 массы Солнца) система «звезда-донор - белый карлик» вновь готова к повторению процесса аккумуляции вещества с последующей вспышкой новой «новой звезды».

### ***Вопросы для самоконтроля***

1. Проведя в 1922-1923 годах наблюдения спиральных туманностей Андромеды и Треугольника, американский астроном Эдвин Хаббл смог определить расстояния до этих астрономических объектов. (По современным (более точным) данным эти расстояния равны соответственно 2,5 и 3 млн св. лет.) Какой принципиальный вывод был сделан астрономами по результатам измерений, проведённых Хабблом?
2. Выдающийся немецкий философ Иммануил Кант (1724-1804) в своём произведении «Всеобщая естественная история или теория неба» писал: «Если мы представим себе плоскость, проведённую через звёздное небо в безграничную даль, и предположим, что все неподвижные звёзды и звёздные системы относятся к этой плоскости таким образом, что их местоположение должно быть ближе к ней, чем к другим областям, то глаз, находящийся в той же плоскости, бросая взгляд на звёздное поле, увидит на полой сферической поверхности небесного свода наиболее плотное их скопление в направлении этой плоскости в виде довольно сильно светящегося пояса. Эта светлая полоса будет простираться по

огромному кругу, если место наблюдателя находится в самой плоскости. В этом поясе будет бесчисленное множество звёзд, которые ввиду неразличимо малой величины светлых точек, порознь скрытых от глаза, и ввиду их кажущейся густоты дадут ровное голубоватое мерцание...». Соответствует ли данное высказывание философа современным научным представлениям? Ответ обосновать.

**3.** В центре Галактики, по мнению астрофизиков, располагается сверхмассивная чёрная дыра массой около 4,3 миллионов масс Солнца. Оцените гравитационный радиус такой чёрной дыры.

**4.** Солнечная система находится от центра Галактики на расстоянии 26 000 св. лет и вращается вокруг него, двигаясь со скоростью 220-240 км/с. Оцените, используя эти данные, какова масса центральной части Галактики.

**5.** Возраст звезды красного гиганта около 12 млрд. лет. Оцените, сколько времени потребуется звезде, начальная масса которой в 5 раз больше звезды красного гиганта для достижения такой же степени звёздной эволюции.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При изучении курса по дисциплине «Физика» с использованием материалов, представленных в данном учебном пособии, не ставилось, как это должно быть понятно, задачи рассмотреть все тонкости такой многогранной и всесторонней науки как физика.

Однако можно надеяться, что в процессе изучения курса студент-бакалавр сформирует систему базовых естественнонаучных знаний, усвоит, как должны ставиться вопросы и находиться ответы в области естествознания, каково содержание основных физических законов и как установленные физические закономерности применяются на практике.

При изучении физики студент-бакалавр имеет возможность совершенствовать такие общекультурные компетенции как владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения, стремление к саморазвитию, владение навыками самостоятельной работы. Также формируемые им при этом профессиональные компетенции будут востребованы при изучении последующих учебных дисциплин.

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### *Основная литература:*

1. Трофимова Т. И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 7-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 541 с.
2. Грабовский Р. И. Курс физики [Текст]: учеб. пособие / Р. И. Грабовский. – 12-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2012. – 608 с.

### *Дополнительная литература:*

3. Бондарев Б. В. Курс общей физики. Книга 1: Механика [Текст]: учебник для бакалавров / Б. В. Бондарев, Н. П. Калашников, Г.Г. Спирин. – 2-е изд. - М.: Изд-во Юрайт, 2013. – 353 с.
4. Бондарев, Б. В. Курс общей физики. Книга 2: Электромагнетизм. Оптика. Квантовая физика [Текст]: учебник для бакалавров / Б. В. Бондарев, Н. П. Калашников, Г.Г. Спирин. – 2-е изд. - М.: Изд-во Юрайт, 2013. – 441 с.
5. Бондарев Б. В. Курс общей физики. Книга 3: Термодинамика. Статистическая физика. Строение вещества [Текст]: учебник для бакалавров / Б. В. Бондарев, Н. П. Калашников, Г.Г. Спирин. – 2-е изд. - М.: Изд-во Юрайт, 2013. – 369 с.
6. Рогачёв Н.М. Курс физики [Текст]: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся в области техники и технологий / Н.М. Рогачёв. – 2-е изд., стер. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010. – 448 с.
7. Трофимова Т. И. Сборник задач по курсу физики с решениями [Текст]: учебное пособие для вузов. / Т. И. Трофимова, З. Г. Павлова. – 4-е изд., стер. - М.: Высшая школа, 2003. – 592 с.



## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	3
Тема 1 (для самостоятельного изучения). Предмет физики .....	4
Лекция 1. Кинематика поступательного и вращательного движения .....	13
Лекция 2. Законы Ньютона. Механические силы .....	20
Лекция 3. Вращательное движение твёрдого тела .....	27
Лекция 4. Законы сохранения в механике .....	33
Тема 2 (для самостоятельного изучения). Постулаты специальной теории относительности .....	39
Тема 3 (для самостоятельного изучения). Основы релятивистской динамики .....	55
Лекция 5. Основы гидроаэростатики и гидроаэродинамики .....	63
Лекция 6. Основы молекулярной физики .....	69
Лекция 7. Основные положения термодинамики .....	77
Лекция 8. Реальные газы .....	83
Лекция 9. Явления переноса .....	89
Тема 4 (для самостоятельного изучения). Основные свойства жидкостей и твёрдых тел .....	95
Лекция 10. Основные понятия электростатики .....	109
Лекция 11. Постоянный ток .....	115
Лекция 12. Правила Кирхгофа. Мощность и работа тока .....	121
Тема 5 (для самостоятельного изучения). Полупроводники .....	127
Тема 6 (для самостоятельного изучения). $p$ - $n$ -Переход .....	138
Лекция 13. Магнитное поле .....	147
Лекция 14. Магнитные свойства вещества. Движение заряженных частиц в магнитном поле .....	153
Лекция 15. Явление электромагнитной индукции. Уравнения Максвелла .....	158
Лекция 16. Механические и электромагнитные колебания .....	164
Лекция 17. Переменный ток. Закон Ома для цепи переменного тока .....	170
Лекция 18. Механические волны. Звук .....	176
Лекция 19. Электромагнитные волны .....	181
Лекция 20. Законы геометрической оптики .....	186
Лекция 21. Световые волны и волновые явления (дисперсия, рассеяние, поляризация) .....	193
Лекция 22. Световые волны и волновые явления (интерференция, дифракция) .....	199
Лекция 23. Законы теплового излучения. Квантовый характер излучения .....	205
Лекция 24. Явление фотоэффекта. Корпускулярно-волновой дуализм .....	209
Лекция 25. Строение атома. Спектральные закономерности .....	216
Лекция 26. Ядро атома. Явление радиоактивности .....	221
Лекция 27. Ядерные реакции. Деление урана и термоядерный синтез .....	227
Лекция 28. Элементарные частицы. Фундаментальные взаимодействия .....	231
Тема 7 (для самостоятельного изучения). Происхождение и эволюция Вселенной ...	236
Тема 8 (для самостоятельного изучения). Галактики и звёзды .....	246
Заключение .....	264
Список рекомендованной литературы .....	265
Оглавление .....	266

**Андрюшечкин Сергей Михайлович**

**ТРЕХСЕМЕСТРОВАЯ ФИЗИКА**

Учебное пособие

\*\*\*

Оформление и художественное редактирование – *К.А. Лоушко*

\*\*\*

Подписано к печати 26.05. 2015

Формат 60 x 90 1/16. Бумага писчая

Оперативный способ печати

Гарнитура Times New Roman

Усл. п. л.16,8, уч.-изд. л.12,2

Тираж 420 экз. Заказ № 33793

Цена договорная

Издательство «Баласс»

109147 Москва, Марксистская ул., д.5, стр. 1

Почтовый адрес: 111123 Москва, а/я 2, «Баласс»

телефоны для справок: (495) 368-70-54, 672-23-12, 672-23-34.

<http://www.school2100.ru> E-mail; balsas.izd@mtu-net.ru