

Федеральный государственный образовательный стандарт
Образовательная система «Школа 2100»

С. М. Андрюшечкин

ФИЗИКА В ОПЫТАХ И ЗАДАЧАХ

факультативный курс

9 класс

Москва
БАЛЛАСС
2019

УДК 53(075)
ББК 22.3я7
А65

Федеральный государственный образовательный стандарт
Образовательная система «Школа 2100»
Руководитель издательской программы – доктор пед. наук, проф.,
член-корр. РАО Р.Н. Бунеев

Андрюшечкин, С.М.
А65 Физика в опытах и задачах: факультативный курс к учебнику
«Физика». 9 кл.» / С.М. Андрюшечкин. – М. : Баласс, 2019. – 173 с.
(Образовательная система «Школа 2100»)

ISBN 978-5-9500701-4-3

Пособие «Физика в опытах и задачах» предназначено для организации факультативных занятий по физике в 9 классе общеобразовательных учреждений образования, является составной частью учебно-методического комплекса для 9-го класса.

Учебник «Физика. 9 кл.» соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования, является продолжением непрерывного курса физики и составной частью комплекта учебников развивающей образовательной системы «Школа 2100».

УДК 53(075)
ББК 22.3я7

Данное пособие в целом и никакая его часть не могут быть
скопированы без разрешения владельца авторских прав

ISBN 978-5-9500701-4-3

© Андрюшечкин С.М., 2019
© ООО «Баласс», 2019

Предисловие¹

Пособие для факультативных занятий «Физика в опытах и задачах» предназначено для тех учеников 9 класса, кто намерен расширить и углубить свои знания о природе. Это книга для тех, кто не боится браться за сложные задачи, кто не пасует перед затруднениями, возникающими при решении таких задач. Это книга для тех, кто готов работать и «головой», и «руками», кто готов

- самостоятельно выдвигать гипотезы по решению проблемы;
- воплощать задуманное, конструируя экспериментальную установку;
- проводить опыты;
- обдумывать полученные в опыте результаты и даже, если гипотеза не подтвердилась, вновь «штурмовать» проблему.

Это книга для тех, кому доставляет удовольствие задавать вопросы природе и находить на них ответы, кто получает удовольствие от движения к вершинам знаний и от вида новых вершин, которые становятся видны только тому, кто стремится к ним.

Пособие состоит из трёх частей. В *первой части* изложены сведения и факты, дополняющие учебник, рассмотрены приёмы решения задач, раскрываются некоторые «секреты» экспериментальной работы. Здесь же приведены условия задач², которые вам предстоит решать. Материал первой части пособия разбит на отдельные разделы, а внутри пособия расположен в соответствии с порядком изложения материала в учебнике «Физика. 9 класс». Во *второй части* пособия содержатся указания по решению некоторых задач. Рекомендуем обращаться к этой части пособия только тогда, когда даже после многочисленных попыток задача не решена. В *третьей части* пособия приведены решения и ответы. Решив задачу, сравните ваш способ решения с тем, что приведён в пособии, и оцените, какой из способов быстрее, проще и красивее ведёт к цели.

¹ Текст предисловия практически дословно повторяет текст предисловия аналогичного пособия для 8 класса (Андрюшечкин, С.М. Физика в опытах и задачах: факультативный курс к учебнику «Физика. 8 кл.» / С.М. Андрюшечкин. – М. : Баласс, 2018. – 106 с.).

² Часть задач составлена автором, а часть заимствована из общеизвестных сборников олимпиадных задач.

Часть 1. Опыты и задачи факультатива

To strive, to seek, to find, and not to yield.

*Из стихотворения «Улисс»
английского поэта
лорда Альфреда Теннисона (1809–1892)*

Дерзать, искать, найти и не сдаваться!

Перевод Григория Кружкова

РАЗДЕЛ 1. ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

§ 1. Прямолинейное равномерное движение

§ 2. Неравномерное движение

§ 3. Движение по окружности

Задачи на вращательное движение

Практическая работа «Изучение зубчатой передачи»

§ 4. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

§ 5. Силы в механике

Расчётные и экспериментальные задачи по динамике

Лабораторная работа «Изучение процесса прогиба линейки»

§ 6. Основы статики

§ 7. Закон сохранения энергии и импульса в механике

Закон сохранения механической энергии в задачах динамики

Применение закона сохранения импульса и механической энергии при решении задач

Лабораторная работа «Определение скорости “пули” методом баллистического маятника»

§ 8. Q – процессы

Задачи, связанные с превращением механической энергии во внутреннюю энергию

Лабораторная работа «Изучение зависимости КПД наклонной плоскости от угла наклона плоскости к горизонту»

§ 9. Элементы гидродинамики

Задачи на применение уравнения неразрывности и уравнения Бернулли

Домашняя лабораторная работа «Исследование зависимости скорости вытекания жидкости из сосуда от уровня жидкости в нём»

§ 1. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

● **1.1.** Скорость катера относительно воды $v = 10$ м/с, скорость течения реки $v = 4$ м/с. Катер двигался против течения, и в некоторый момент времени пассажир катера уронил соломенную шляпу за борт. Пока пассажир уговаривал рулевого повернуть катер и догнать шляпу, катер прошёл против течения $l = 1,8$ км. В итоге катер развернули и догнали шляпу. Сколько времени шляпа провела в воде?

● **1.2.** Ширина реки L , скорость её течения по всей ширине одинакова и равна u . За какое минимальное время t_{min} пассажир сможет переправиться на противоположный берег реки на катере, движущимся со скоростью v относительно воды?

● **1.3.** Ширина реки L , скорость её течения по всей ширине одинакова и равна u . Как должен двигаться катер, имеющий скорость относительно воды v , чтобы он смог достигнуть противоположного берега по кратчайшей траектории? При каком соотношении между скоростями \vec{v} и \vec{u} это возможно? За какое время катер достигнет противоположного берега реки при таком движении?

● **1.4.** В направлении прямоугольного перекрёстка дорог движутся два автомобиля, первый автомобиль со скоростью 72 км/ч, второй – со скоростью 54 км/ч. Чему будет равно минимальное расстояние L_{min} между автомобилями, если в тот момент, когда первый автомобиль проезжает перекрёсток, второй автомобиль находится от него на расстоянии 200 м?

● **1.5.** Выйдя на опушку леса, охотник наткнулся на заболоченный луг, за которым виден посёлок (рис. 1).

Через посёлок проходит прямая дорога, расстояние до которой от охотника $H = 4,5$ км. Охотник, взглянув на карту, определяет, что, если он пойдёт к дороге по лугу кратчайшим путём, то далее ему придётся идти по дороге к посёлку ещё $L = 6$ км.

Охотник знает, что скорость его движения по лугу составит $v_1 = 3$ км/ч, а по дороге он будет двигаться со скоростью $v_2 = 6$ км/ч. Таким образом, если он пойдёт кратчайшим путём к дороге, а потом по дороге к посёлку, то придёт в посёлок через время t , равное

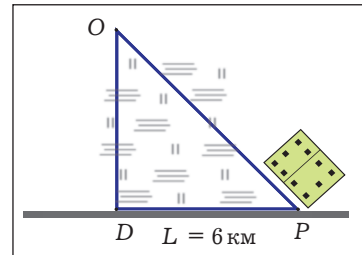


Рис. 1

$$t = \frac{4,5 \text{ км}}{3 \text{ км/ч}} + \frac{6 \text{ км}}{6 \text{ км/ч}},$$

$$t = 2,5 \text{ ч},$$

$$t = 2 \text{ ч } 30 \text{ мин.}$$

«Может, мне двигаться к посёлку напрямую по лугу? – думает охотник. – В этом случае мне придётся пройти не 10,5 км, а 7,5 км, и я тоже затратю 2 ч 30 мин».

Немного поразмыслив, охотник выбирает иной маршрут и оказывается в посёлке через 2 ч 18 мин. Какой маршрут движения выбрал охотник?

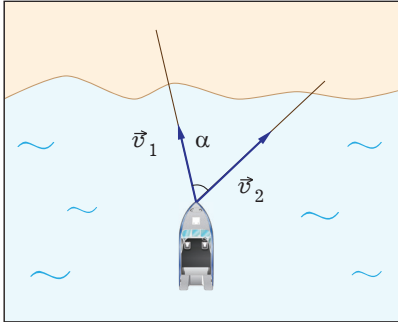


Рис. 2

● **1.6.** К носу лодки, находящейся на озере, привязаны две верёвки, с помощью которых лодку подтягивают к берегу. С какой скоростью будет двигаться лодка, если верёвки тянут с одинаковыми по модулю скоростями ($|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$), направленными под углом α друг к другу (рис. 2)?

§ 2. НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

● **2.1.** Машинист пассажирского поезда, двигавшегося со скоростью 108 км/ч, заметил на расстоянии 200 м от него хвостовую часть товарного поезда, движущегося со скоростью 36 км/ч по тому же рельсовому пути в том же направлении. Машинист пассажирского поезда сразу включил тормоз, благодаря чему пассажирский поезд тормозит с ускорением $1,0 \text{ м/с}^2$. Удастся ли избежать столкновения поездов?

● **2.2.** Тело в течение времени $t_0 = 20 \text{ с}$ движется с постоянной скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$. Затем скорость его линейно нарастает со временем так, что в момент времени $2t_0$ она равна $2v_0$. Определите путь, пройденный телом к моменту времени $2t_0$.

● **2.3.** Расстояние между двумя станциями электричка проходит со средней скоростью $v_{cp} = 66 \text{ км/ч}$ за время $t = 25 \text{ мин}$. При этом на разгон и торможение совместно затрачено время $\Delta t = 6 \text{ мин}$, а остальное время электричка двигалась равномерно. Чему равна скорость равномерного движения электрички?

● **2.4.** На модели гоночного автомобиля установлено два двигателя, которые могут сообщать ей постоянные ускорения a_1 и a_2 . Первый двигатель работает в течение времени t_1 , а второй – в течение времени t_2 , причём $a_1 > a_2$ и $t_1 < t_2$. Допустимы три варианта включения двигателей:

- 1) вначале включается первый двигатель, и после завершения его работы включается второй двигатель;
- 2) вначале включается второй двигатель, и после завершения его работы включается первый двигатель;
- 3) оба двигателя включаются одновременно.

Какой вариант включения следует выбрать, чтобы по прямолинейному горизонтальному треку к моменту окончания работы двигателей модель проехала наибольшее расстояние?

● **2.5.** Время отправления электрички по расписанию 12:00. На ваших часах 12:00, но мимо вас уже начинает проезжать предпоследний вагон, который движется мимо вас в течение 10 с. Последний вагон проходит мимо вас в течение 8 с. Электричка отправилась вовремя и движется равноускоренно. На какое время отстают ваши часы?



2.6. Экспериментальная задача «Измерение ускорения тела, движущегося вертикально вниз».

Если поднять тело на некоторую высоту, а затем отпустить, то оно будет падать вниз с некоторым ускорением. В таком случае при падении тела из состояния покоя, для определения ускорения необходимо измерить промежуток времени и величину перемещения, которое совершило тело за измеренный промежуток времени.

Оборудование: прибор для изучения движения тел, штатив с муфтой и лапкой.



Задание 1. Измерьте расстояние между датчиками. Определите промежуток времени, за который тело проходит расстояние между датчиками (измерение повторите несколько раз). Проведите расчёт ускорения тела, движущегося вертикально вниз.

§ 3. ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

Задачи на вращательное движение

● **3.1.** Фреза крепится к шкиву диаметром 200 мм, который приводится во вращение посредством ременной передачи от шкива диаметром 100 мм, насаженного на вал электродвигателя, делающего 1800 об/мин (рис. 3). Чему равна скорость зубцов фрезы и их центростремительное ускорение, если диаметр фрезы 300 мм? Проскальзывания ременной передачи нет.

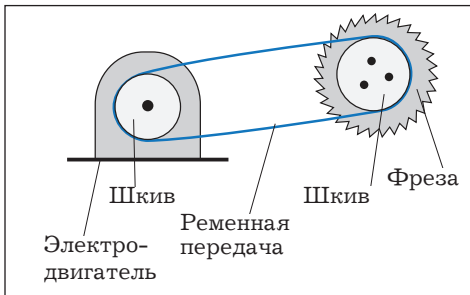


Рис. 3



Рис. 4

● **3.2.** На велосипеде число зубьев ведущей звёздочки равно 48, число зубьев ведомой звёздочки – 15 (рис. 4). До какой скорости разгонится велосипедист, если он будет вращать педали велосипеда с частотой 75 оборотов в минуту? Диаметр колёс велосипеда 0,50 м.

● **3.3.** Планеты Солнечной системы вращаются вокруг Солнца по плоским овальным кривым, их называют эллипсами. «Овальность», «сплюснутость» орбит планет невелика, так что можно приближённо считать, что планеты движутся по окружностям. Промежуток времени, в течение которого планета совершает полный оборот вокруг Солнца, называют звёздным периодом обращения. Так, для Земли звёздный период T_3 равен одному году: $T_3 = 1$ г., для Марса звёздный период $T_m = 1,88$ г.

При движении Земли и Марса вокруг Солнца через некоторый промежуток времени возникает определённое взаимное расположение Солнца и планет (конфигурация), называемое противостоянием (рис. 5). Как часто повторяются противостояния? Планеты движутся вокруг Солнца в одном направлении.

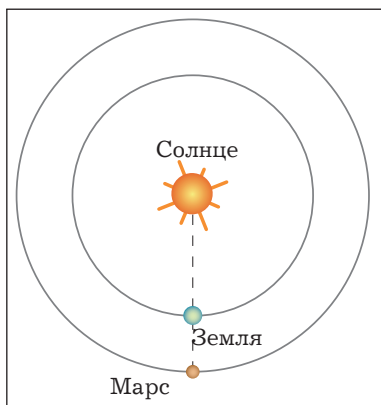


Рис. 5

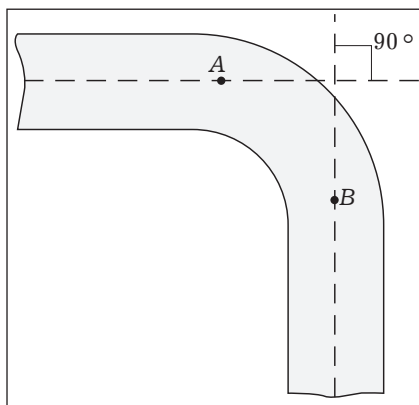


Рис. 6

● **3.4.** Две взаимно перпендикулярных прямолинейных трассы соединены криволинейным участком, который представляет собой дугу окружности (рис. 6). По криволинейному участку из точки *A* (начало криволинейного участка) из состояния покоя начинает движение автомобиль, который за каждую секунду увеличивает свою скорость на $0,50 \text{ м/с}$. Чему будет равно центростремительное ускорение автомобиля в конце криволинейного участка (в точке *B*)?

Практическая работа «Изучение зубчатой передачи». Зубчатая передача – механизм, предназначенный для передачи вращательного движения, в состав которого входят зубчатые колёса (рис. 7).

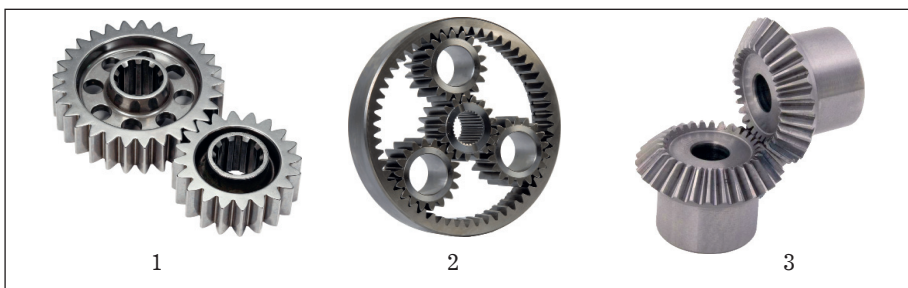


Рис. 7

- 1) Зубчатая передача с цилиндрическими прямозубыми колёсами;
- 2) Сложная зубчатая передача;
- 3) Коническая зубчатая пара для передачи вращения под прямым углом

Основная характеристика зубчатой передачи – передаточное отношение i , определяемое отношением частоты вращения v_A ведущего колеса (А) к частоте вращения v_B ведомого колеса (В) (рис. 8).

$$i = \frac{v_A}{v_B}.$$

Если учесть, что точки контакта зубчатых колёс движутся с одинаковыми скоростями

$$v_A = v_B,$$

то не составит труда получить следующую формулу для расчёта передаточного отношения (выведите формулу самостоятельно):


$$i = \frac{Z_B}{Z_A}, \quad (1)$$

где Z_A – число зубьев *ведущего* колеса,
 Z_B – число зубьев *ведомого* колеса.

При выполнении практической работы необходимо изготовить из пластилина модель зубчатой передачи с определённым передаточным отношением.


Оборудование: пластилин, нож для резки пластилина, измерительная линейка, циркуль, транспортир, тонкая стеклянная трубка или карандаш – два.

Ход работы:

 **Задание 1.** Из пластилинового диска толщиной 8–10 мм и диаметром 40 мм изготовьте модель зубчатого колеса с числом зубьев $Z_A = 6$. Закрепите изготовленное зубчатое колесо на оси (тонкой стеклянной трубке или карандаше). Это зубчатое колесо будет играть роль ведущего колеса в модели зубчатой передачи.

Изготовьте из пластилинового диска подходящего диаметра модель ведомого зубчатого колеса с таким числом зубьев, чтобы передаточное отношение в модели зубчатой передачи было равно 2. Закрепите ведомое зубчатое колесо на оси.

Вылепите из пластилина основание модели зубчатой передачи и соберите модель.

 **Задание 2.** Поверните ведущее зубчатое колесо на несколько оборотов и подсчитайте, сколько оборотов совершило при этом ведомое зубчатое колесо. Данные занесите в таблицу:

Число оборотов ведущего колеса	2	4	10
Число оборотов ведомого колеса			

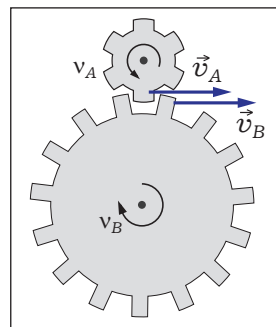


Рис. 8

Вычислите передаточное отношение модели зубчатой передачи. Сделайте вывод, совпадает ли оно с теоретическим значением.



Задание 3. Пусть ведущее колесо в модели зубчатой передачи вращается с частотой 2с^{-1} . Вычислите скорость и центростремительное ускорение зубьев ведомого колеса.

§ 4. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

Что общего в движении мяча, который летит над футбольным полем после удара футболиста, в движении спортсмена, прыгающего с вышки в бассейн, или в полёте снаряда, выпущенного из орудия? Во всех этих случаях движение тел происходит под действием силы тяжести $\vec{F}_{\text{тяж}}$.

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = mg, \quad (1)$$

где m – масса тела,

g – ускорение свободного падения, которое направлено вертикально вниз и равно $9,8 \text{ м/с}^2$.

(Силу сопротивления, действующую на движущееся тело со стороны воздуха, мы не учитываем.)

Пусть тело брошено с начальной скоростью \vec{v}_0 под углом α к горизонту (рис. 9).

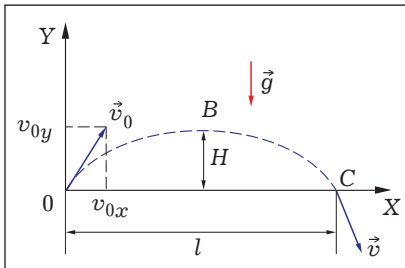


Рис. 9

По II закону Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (2)$$

Так как сила сопротивления воздуха не учитывается, то

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{тяж}},$$

и из выражений (1) и (2) имеем:

$$\vec{a} = \vec{g}. \quad (3)$$

Из соотношения (3) следует, что под действием силы тяжести тело движется равноускоренно с ускорением свободного падения \vec{g} .



4.1. Как определяют ускорение равноускоренного движения?

Так как

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}, \quad (4)$$

где \vec{v}_0 – начальная скорость тела,

\vec{v} – скорость тела в момент времени t , то из соотношений (3) и (4) получим:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t.$$

Запишем последнее выражение в проекции на ось OX и на ось OY :

$$v_x = v_{0x} + g_x t, \quad (5)$$

$$v_y = v_{0y} + g_y t. \quad (6)$$

Обратимся к рисунку 9 и вычислим проекции векторов \vec{g} и \vec{v}_0 на координатные оси:

$$g_x = 0,$$

$$g_y = -g,$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad (7)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha. \quad (8)$$

Таким образом, соотношения (5) и (6) примут вид:

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad (9)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt. \quad (10)$$

Какие выводы следуют из соотношений (9) и (10)?

– В горизонтальном направлении скорость тела не изменяется, в направлении оси OX на тело сила не действует, и тело движется равномерно.

– В вертикальном направлении скорость тела изменяется, в направлении оси OY на тело действует сила тяжести, и тело движется равноускоренно.

Проведём расчёт времени подъёма движущегося тела до верхней точки его траектории $t_{\text{под}}$, времени полёта тела $t_{\text{пол}}$, максимальную высоту подъёма тела H , дальность полёта l .

1. Расчёт времени подъёма тела $t_{\text{под}}$

В верхней точке траектории (точка B на рисунке 9) подъём тела завершён, проекция скорости тела на ось OY равна нулю:

$$v_y = 0.$$

Тогда из соотношения (10) имеем:

$$0 = v_0 \sin \alpha - gt_{\text{под}}.$$

Отсюда время подъёма тела равно:

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (11)$$

2. Расчёт времени полёта тела $t_{\text{пол}}$

Для расчёта времени полёта тела проанализируем, какие превращения механической энергии происходят при движении тела, и учтём закон сохранения механической энергии. Это позволит прийти к следующему выводу: если тело движется над равнинной поверхностью и высота точки падения тела (точка C на рисунке 9) не отличается от высоты начальной точки местонахождения тела, то в момент призем-

ления кинетическая энергия тела равна его начальной кинетической энергии. Это означает, что модуль скорости тела \vec{v} в момент его падения на землю равен модулю начальной скорости \vec{v}_0 тела. Так как проекция скорости тела на ось OX неизменна, то, следовательно, модуль проекции на ось OY скорости тела в момент падения равен модулю проекции на ось OY начальной скорости тела.

$$v_y = -v_0 \sin \alpha.$$

Тогда из соотношения (10) имеем:

$$-v_0 \sin \alpha = v_0 \sin \alpha - gt_{\text{нод}}.$$

Отсюда время полёта тела равно:

$$t_{\text{нол}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (12)$$



4.2. Сколько времени падает тело из верхней точки траектории до поверхности земли?



4.3. Как зависит время полёта тела от его начальной скорости?

3. Расчёт максимальной высоты подъёма тела H

Так как движение тела вдоль оси OY является равноускоренным, то максимальную высоту подъёма тела H можно рассчитать по формуле

$$H = v_{0y} t_{\text{нод}} - \frac{gt_{\text{нод}}^2}{2}$$

или с учётом соотношений (10) и (12) получим:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (13)$$



4.4. Как зависит максимальная высота подъёма тела от его начальной скорости?



4.5. Как зависит максимальная высота подъёма тела от значения угла между начальной скоростью тела и горизонтом?

4. Расчёт дальности полёта l

Так как движение тела вдоль оси OX является равномерным, то дальность полёта l можно рассчитать по формуле

$$l = v_{0x} t_{\text{нол}}$$

или с учётом соотношений (9) и (12) получим:

$$l = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}. \quad (14)$$



4.6. Как зависит дальность полёта тела от его начальной скорости?

Выясним также, при каком значении угла между начальной скоростью тела и горизонтом дальность полёта тела будет максимальна.

При определённой начальной скорости тела v_0 дальность полёта, как следует из формулы (14), максимальна при максимальном значении произведения $\sin\alpha\cos\alpha$.

Рассмотрим треугольник ABC , вписанный в окружность и опирающийся на её диаметр (рис. 10).

Используя теорему о вписанном угле («Вписанный угол равен половине соответствующего ему центрального угла»), легко сообразить, что треугольник ABC является прямоугольным (угол C – прямой). Обозначим катеты и гипотенузу прямоугольного треугольника ABC соответственно a , b , c и угол A как α (рис. 10).

Так как

$$\sin\alpha = \frac{a}{c},$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c},$$

то

$$\sin\alpha\cos\alpha = \frac{ab}{c^2}.$$

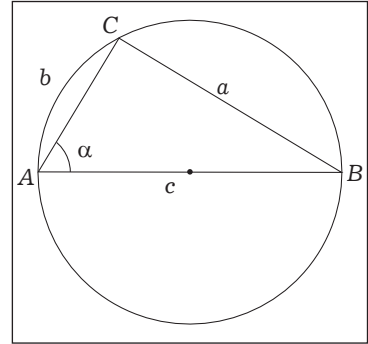


Рис. 10

Но произведение катетов a и b , очевидно, равно удвоенному значению площади s прямоугольного треугольника ABC . Тогда

$$\sin\alpha\cos\alpha = \frac{2s}{c^2}.$$

Следовательно, произведение $\sin\alpha\cos\alpha$ будет иметь максимальное значение при наибольшей площади рассматриваемого треугольника ABC .

Площадь s треугольника ABC равна половине произведения основания AB (диаметр окружности) на высоту треугольника h (рис. 11, а).

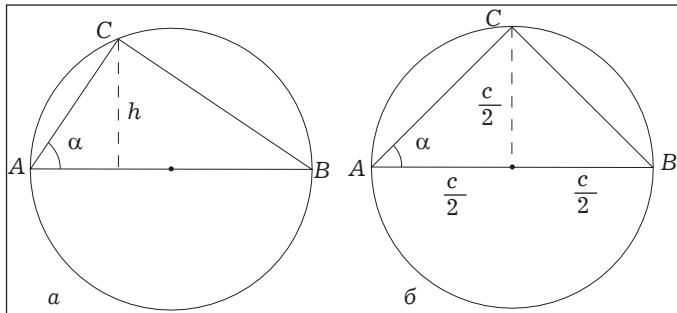


Рис. 11

При разных значениях угла α в треугольнике ABC высота h , а значит, и площадь треугольника s будут иметь различные значения. Но наибольшее возможное значение высоты h равно радиусу окружности (рис. 11, б). В этом случае и площадь треугольника ABC будет наибольшей возможной! При этом треугольник ABC является равнобедренным (докажите это), и угол α равен 45° . Таким образом, максимальное значение произведения $\sin\alpha\cos\alpha$ равно $1/2$. Обозначим максимальную дальность полёта тела через L . Как следует из формулы (14), она равна

$$L = \frac{v_0^2}{2g} \quad (15)$$

и достигается при угле α равном 45° .

● **4.1.** Под каким углом к горизонту следует произвести выстрел из орудия, чтобы максимальная высота подъёма снаряда была равна дальности стрельбы?



4.2. В вашем распоряжении имеется баллистический пистолет (рис. 12), металлический шарик, измерительная лента, копировальная бумага, лист белой бумаги, лабораторный штатив с муфтой и кольцом. Вы имеете возможность выполнить несколько выстрелов из баллистического пистолета. После этого преподаватель устанавливает штатив на произвольном расстоянии от баллистического пистолета и закрепляет с помощью муфты кольцо на произвольной высоте в вертикальной плоскости. Вы должны настроить баллистический пистолет так, чтобы с первого выстрела шарик пролетел через кольцо (рис. 13).

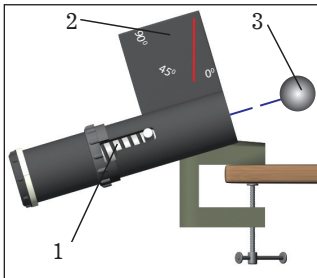


Рис. 12

1 – пружина пистолета;
2 – угломер для определения угла наклона баллистического пистолета к плоскости горизонта;
3 – металлический шарик

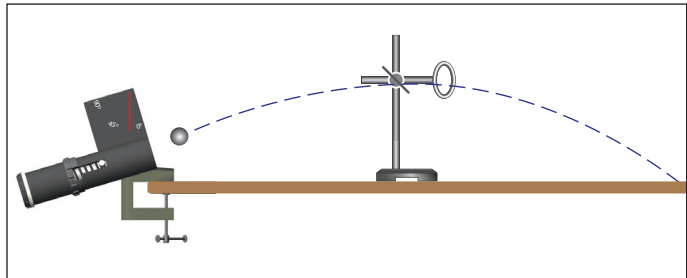


Рис. 13

● **4.3.** Из шланга, лежащего на земле, бьёт под углом 30° к горизонту вода с начальной скоростью 10 м/с. Площадь сечения отверстия шланга 5 см². Определите массу струи, находящейся в воздухе.

● **4.4.** Камень брошен с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Чему равен радиус кривизны траектории камня в верхней точке траектории?

§ 5. СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

Расчётные и экспериментальные задачи по динамике

● **5.1.** Гладкая пластмассовая линейка наклонена к поверхности стола под углом 30° . С каким ускорением будет соскальзывать вниз металлическая скрепка, если её положить на линейку?

● **5.2.** Автомобиль, трогаясь с места и далее двигаясь равноускоренно, за первые 6 с проезжает 100 м по горизонтальной дороге. Определите, какая сила со стороны кресла действует при этом на пассажира, находящегося на заднем сиденье автомобиля и не пристёгнутого ремнём безопасности. Масса пассажира 60 кг.



● **5.3.** В вашем распоряжении имеется неподвижный блок, два груза, весы с разновесами, секундомер, измерительная лента, нить, кусок пластилина. Определите ускорение свободного падения.

● **5.4.** Катер массой 1 т плывёт под действием трёх сил: силы тяги двигателя 1,5 кН, силы ветра 1 кН и силы сопротивления 0,5 кН, причём сила тяги и сила ветра перпендикулярны друг другу. Каково ускорение катера?

● **5.5.** Кубик из пенопласта массой $M = 50$ г лежит на горизонтальной подставке (рис. 14). Снизу кубик пробивает вертикально летящая пуля массой $m = 10$ г. Скорость пули при входе в кубик $v_0 = 100$ м/с, при вылете $v = 98$ м/с. Подпрыгнет ли кубик? Плотность пенопласта $\rho = 0,05$ г/см³.

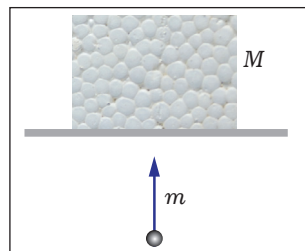


Рис. 14

● **5.6.** Шофёр, едущий на автомобиле по горизонтальной площади в тумане, внезапно заметил недалеко впереди себя стену, перпендикулярную направлению движения. Что выгоднее: затормозить или повернуть в сторону, чтобы предотвратить аварию?



● **5.7.** В вашем распоряжении имеется деревянная линейка, монета и транспортёр. Определите коэффициент трения скольжения монеты по линейке.

● **5.8.** На ленту горизонтального транспортёра, которая движется равномерно со скоростью V , по касательной к ленте влетает шайба (рис. 15). Начальная скорость шайбы \vec{v}_0 перпендикулярна краю ленты. При какой максимальной ширине ленты L шайба ещё сможет достигнуть другого её края? Коэффициент трения скольжения между шайбой и лентой равен μ .

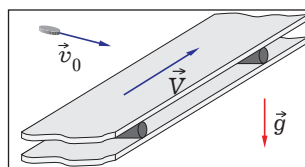


Рис. 15



● **5.9.** Располагая длиной (500–600 мм) узкой полоской резины, линейкой, лабораторным динамометром, выясните, как удлинение полоски резины Δl зависит от величины силы F , растягивающей полоску, при различных значениях первоначальной длины полоски l_0 .

Лабораторная работа «Изучение процесса прогиба линейки»

Оборудование: линейка деревянная (две), динамометр лабораторный, полоска миллиметровой бумаги, струбцина, капроновый шнур.

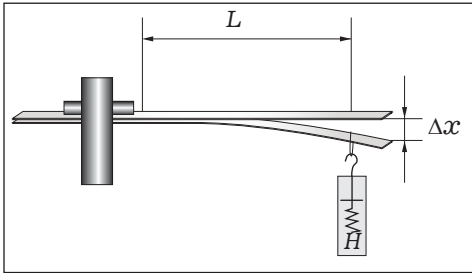


Рис. 16

Сложите линейки (плоскость к плоскости) и прижмите струбиной один конец к столу, так, чтобы линейки располагались в горизонтальной плоскости перпендикулярно краю стола (рис. 16). На свободный конец нижней линейки накиньте петлёй капроновый шнур, с помощью которого можно будет изгибать линейку, прикладывая к концу линейки вертикально вниз

силу F . Эту силу следует измерить динамометром. Величину прогиба линейки Δx можно измерить с помощью полоски миллиметровой бумаги.



Задание 1. Выясните, как зависит величина прогиба линейки Δx от силы F , приложенной к концу линейки вертикально вниз. Расстояние L от петли (точки приложения силы F) до закреплённого края линейки при этом не должно меняться.



Задание 2. Меняя расстояние L от петли до закреплённого края линейки, выясните, как зависит величина прогиба линейки Δx от расстояния L . Приложенная сила F при этом должна быть одной и той же.

§ 6. ОСНОВЫ СТАТИКИ

Одним из разделов механики является статика. *Статика* изучает условия равновесия¹ материальных тел под действием сил. В случае сравнительно простых систем, в которых все действующие силы лежат в одной плоскости (плоская система сил), формулируются два условия равновесия твёрдого тела. При выполнении этих условий скорость поступательного движения тела равна нулю (или неизменна) и тело не вращается.

Первое условие. Расположим оси X и Y в плоскости действия сил. Если алгебраические суммы проекций сил, действующих на тело, на оси X и Y равны нулю, то равно нулю ускорение тела и скорость поступательного движения тела постоянна.

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots = 0,$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots = 0.$$

¹ Равновесие – это состояние тела, находящегося в покое, или движущегося равномерно.

Второе условие. В формулировке второго условия равновесия используют одно из основных понятий статики – понятие момента силы относительно точки вращения. **Момент силы относительно некоторой точки O равен произведению модуля силы на плечо силы относительно этой точки.** Для расчёта *момента силы M* относительно некоторой точки O необходимо знать модуль силы \vec{F} и плечо силы d – расстояние от точки O до линии действия силы (рис. 17).

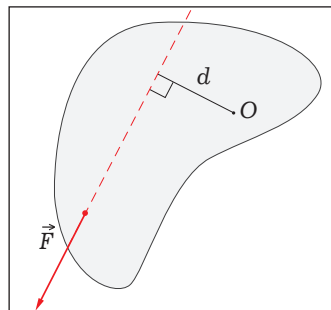


Рис. 17

$$M = Fd.$$

Единица измерения момента силы – Н·м.

Относительно разных точек момент силы, очевидно, будет иметь различное значение, так как плечи сил будут различны.



6.1. Сила F , приложенная к телу в точке D , равна 2,0 Н (рис. 18). Вычислите момент силы относительно точек A, B, C, D .

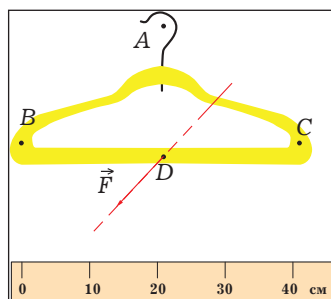


Рис. 18

Моментам сил, стремящимся повернуть тело по часовой стрелке, приписывают знак плюс, а моментам сил, стремящимся повернуть тело против часовой стрелки, – знак минус. Это позволяет сформулировать второе условие равновесия следующим образом: тело находится в равновесии и не вращается относительно некоторой точки, если алгебраическая сумма моментов всех действующих на тело сил относительно этой точки равна нулю.

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots = 0.$$

● **6.1.** Однородная трубка AC массой 100 г покоится, упираясь нижним концом C в стык дна и стенки коробки и опираясь на край коробки в точке B (рис. 19). Модуль силы, с которой трубка давит на стенку коробки в точке B , равен 0,5 Н. Вертикальная составляющая силы в точке C равна 0,6 Н. Чему равна горизонтальная составляющая этой силы? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 .

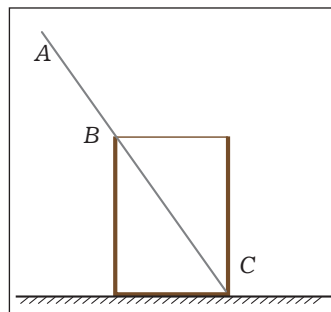


Рис. 19

● **6.2.** Груз массой $M = 120 \text{ кг}$ удерживают с помощью рычага, приложив к его концу вертикально направленную силу $F = 300 \text{ Н}$ (рис. 20). Рычаг состоит из шарнира без трения и длинного однородного стержня мас-

сой $m = 30$ кг. Расстояние от оси шарнира до груза $b = 1$ м. Чему равна длина стержня L ? Ускорение свободного падения g принять равным 10 м/с².

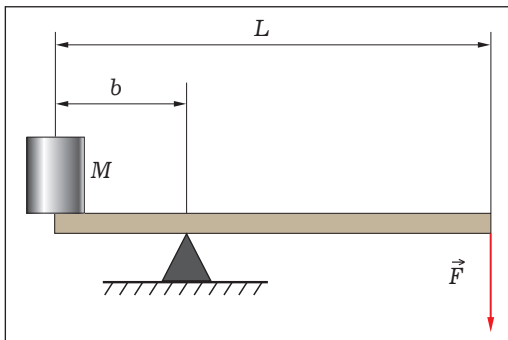


Рис. 20

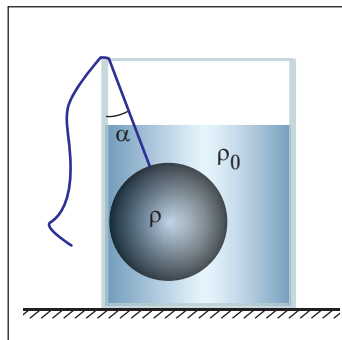


Рис. 21

● **6.3.** Свинцовый шар массой $m = 5,0$ кг подвешен на нити и полностью погружён в жидкость плотностью $\rho_0 = 800$ кг/м³ (рис. 21). Нить образует с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$. Определите силу F , с которой нить действует на шар. Считать, что стенка гладкая и силой трения между шаром и стенкой можно пренебречь. Плотность свинца $\rho = 11\,300$ кг/м³.



6.4. В вашем распоряжении имеется небольшой металлический предмет (болт, гайка), линейка, круглый карандаш, сосуд с водой, нить. Определите плотность металла.



6.5. В вашем распоряжении имеется нить, груз (вес груза меньше силы, при которой происходит разрыв нити), линейка, планка длиной 50–60 см, лабораторный штатив с муфтой и лапкой. Масса груза известна. Определите силу разрыва нити.



6.6. «Определение коэффициента трения широкой грани деревянного бруска по бумаге». В вашем распоряжении имеется деревянный брусок прямоугольной формы известной массы, лист бумаги, транспортир, штатив, нитки, гиря известной массы. Ножки стола, за которым вы будете проводить измерения, закреплены, и наклонить крышку стола нельзя. Определите коэффициент трения широкой грани деревянного бруска по бумаге.



6.7. В вашем распоряжении имеется деревянный брусок прямоугольной формы, лист бумаги, полоска миллиметровой бумаги, карандаш. Ножки стола, за которым вы будете проводить измерения, закреплены, и наклонить крышку стола нельзя. Определите коэффициент трения узкой грани деревянного бруска по бумаге.



6.8. В вашем распоряжении имеется карандаш, лист бумаги, транспортир. Определите коэффициент трения грифеля карандаша по бумаге.

§ 7. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА В МЕХАНИКЕ

Закон сохранения механической энергии в задачах динамики

● **7.1.** Тележка с маленькими колёсами скатывается по гладким рельсам, образующим вертикальную петлю радиуса R (рис. 22). С какой минимальной высоты от нижней точки петли должна скатиться тележка, для того чтобы не покинуть рельсы по всей их длине?

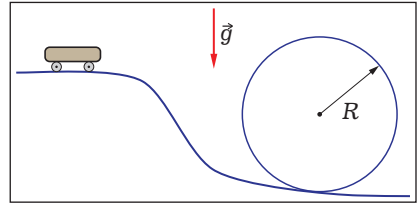


Рис. 22

● **7.2.** На горизонтальной поверхности находится возвышение, представляющее собой полушарие радиуса R , жёстко прикрепленное к поверхности. С верхней точки полушария из состояния покоя начинает скользить без трения тело, размеры которого во много раз меньше размеров возвышения. На какой высоте h тело оторвётся от возвышения?



7.3. В вашем распоряжении имеется нить, выдерживающая силу натяжения, большую, чем 1 Н , набор стограммовых грузов, транспортер, штатив лабораторный с кольцом и муфтой, струбцина. Определите силу натяжения, которую выдерживает нить.

Применение закона сохранения импульса и механической энергии при решении задач

● **7.4.** На поверхности пруда плавает доска массой M и длиной L , на конце доски сидит лягушка массой m . В некоторый момент времени лягушка прыгает и «приземляется» точно на противоположном конце доски. Определите начальную скорость v_0 лягушки относительно Земли. Известно, что лягушка имеет привычку прыгать под углом α к горизонту.

● **7.5.** На гладкой горизонтальной поверхности стола покоится незакрепленная горка с двумя вершинами, высоты которых H и $3H$ (рис. 23). На правой вершине находится шайба, масса которой в 5 раз меньше массы горки. От незначительного толчка шайба и горка приходят в движение; шайба движется влево, не отрываясь от гладкой поверхности горки, а горка движется поступательно вправо, не отрываясь от стола. Определите скорость шайбы в тот момент, когда она находится на левой вершине горки.

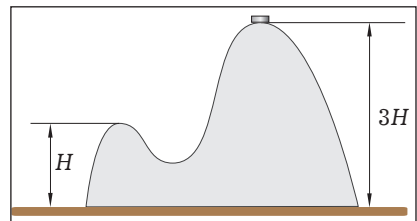


Рис. 23



7.6. В вашем распоряжении имеется стальной шарик известной массы, пластилиновый шарик, две нити, штатив с муфтой и кольцом, транспортер, измерительная линейка. Определите массу пластилинового шарика. Определите, какова потеря механической энергии при столкновении шариков.

● **7.7.** Положите две одинаковые монеты на гладкую горизонтальную поверхность стола. Щелчком сообщите одной из монет скорость, направив её так, чтобы при дальнейшем

движении монета столкнулась бы с неподвижной монетой. Если удар нецентральный¹, то после такого удара монеты разлетаются под некоторым углом друг к другу. Считая удар абсолютно упругим², определите, чему равен угол разлёта монет. На опыте проверьте, подтверждается ли полученный вами результат.

Лабораторная работа «Определение скорости “пули” методом баллистического маятника»

Оборудование: баллистический пистолет, металлический шарик, мишень на нитях, штатив лабораторный с двумя муфтами и лапкой, струбцина, весы с разновесами, измерительная линейка, измерительная лента.

Ход работы:

Одним из методов определения скорости быстро движущегося тела (пули) является метод баллистического маятника: пуля попадает в мишень, подвешенную на нитях, и застревает в ней; по величине отклонения мишени определяют скорость пули.

В работе используется баллистический пистолет, из которого металлическим шариком производят выстрел в горизонтальном направлении. Шарик застревает в пластилиновой мишени, которая в итоге отклоняется на некоторый угол (рис. 24).

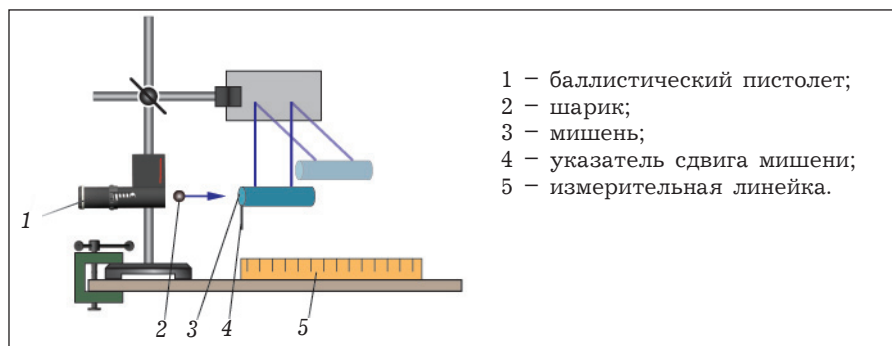


Рис. 24

Рассмотрим, какие физические процессы происходят при этом:

– горизонтально летящий шарик движется, обладая некоторой кинетической энергией и импульсом;

– после удара шарик застревает в мишени, и мишень приходит в движение, приобретая определённую кинетическую энергию и импульс. При этом кинетическая энергия мишени вместе с застряв-

¹ Удар является нецентральный, когда направление вектора скорости не совпадает с направлением линии, проходящей через центры шаров.

² При абсолютно упругом ударе не происходит превращение механической энергии во внутреннюю энергию столкнувшихся тел.

шим в неё шариком меньше первоначальной энергии шарика, так как удар является неупругим – часть кинетической энергии шарика переходит во внутреннюю энергию мишени и шарика;

– мишень поднимается на некоторую высоту, кинетическая энергия мишени переходит в её потенциальную энергию.



Задание 1. Измерьте массу шарика и мишени. Соберите лабораторную установку, руководствуясь рисунком 24. Измерьте длину нитей подвеса мишени. Произведите выстрел из баллистического пистолета и измерьте величину сдвига мишени (данный опыт проведите несколько раз).

Используя имеющиеся данные (масса шарика, масса мишени, длина нити подвеса, величина сдвига мишени), проведите расчёт скорости шарика.



Задание 2. Определите, какая доля кинетической энергии пули «теряется» при неупругом взаимодействии шарика и мишени.

§ 8. Q – ПРОЦЕССЫ

В параграфе представлены физические ситуации, связанные с процессами перехода механической энергии во внутреннюю, либо с совершением механической работы за счёт внутренней энергии топлива. В таких случаях необходимо корректно применять закон сохранения энергии, учитывая не только механическую, но и внутреннюю энергию тел, составляющих рассматриваемую систему.

Задачи, связанные с превращением механической энергии во внутреннюю энергию

● **8.1.** Шайба массой 160 г, без начального толчка соскользнув с гладкой ледяной горки высотой 3 м, далее скользит по горизонтальной шероховатой поверхности, постепенно уменьшая свою скорость. Какое количество теплоты выделится к тому моменту, когда шайба уменьшит свою скорость наполовину от той скорости, с которой она начала скользить по шероховатой поверхности?

● **8.2.** Тонкий алюминиевый обруч радиуса R раскрутили вокруг его оси до вращения с периодом T и положили плашмя на горизонтальный стол. Сколько оборотов N сделает обруч до полной остановки, если коэффициент трения скольжения между столом и обручем равен μ ? На сколько градусов при этом повысится температура обруча? Считать, что на нагрев обруча пошло 50 % тела, выделившегося при торможении обруча.

● **8.3.** Легковой автомобиль массой 1400 кг равномерно движется по наклонному участку шоссе, поднимаясь на высоту 10 м на каждый километр пути. Насколько в этом случае расход топлива автомобилем больше, чем при движении с той же скоростью по горизонтальному участку шоссе? Двигатель автомобиля работает на бензине (плотность бензина 710 кг/м^3 , удельная теплота сгорания бензина 46 МДж/кг), КПД двигателя 20 %. Примечание. Расход топлива принято вести в литрах на 100 км пути.

● **8.4.** Снаряд, движущийся со скоростью v_0 , разрывается на два равных по массе осколка. Один из осколков продолжает движение по направлению движения снаряда со скоростью v_1 , а другой осколок летит в противоположную сторону. Определите массу снаряда, если в момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличивается за счёт энергии взрыва на ΔE .

Лабораторная работа «Изучение зависимости КПД наклонной плоскости от угла наклона плоскости к горизонту»

Оборудование: динамометр лабораторный, штатив с принадлежностями, доска (наклонная плоскость), измерительная лента, транспортер, брусок деревянный, набор стограммовых грузов.

Ход работы:

В лабораторной работе используется один из простых механизмов – наклонная плоскость (рис. 25).

КПД наклонной плоскости, выраженный в процентах, равен

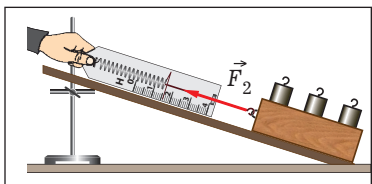


Рис. 25

$$\text{КПД} = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{пол}}} \cdot 100\%,$$

где $A_{\text{полезн}}$ – полезная работа по поднятию груза на некоторую высоту, $A_{\text{полн}}$ – полная работа, совершённая той силой, что перемещает груз по наклонной плоскости.

В качестве поднимаемого груза используйте деревянный брусок, «утяжелённый» стограммовыми грузами.



Задание 1. Определите КПД наклонной плоскости при различных значениях угла наклона α плоскости к горизонту. Постройте график соответствующей зависимости

$$\text{КПД} = f(\alpha).$$



Задание 2. Выведите формулу для расчёта зависимости КПД наклонной плоскости от угла наклона α плоскости к горизонту. Используя выведенную формулу, постройте график соответствующей теоретической зависимости и сравните с графиком, построенным при выполнении задания 1.

§ 9. ЭЛЕМЕНТЫ ГИДРОДИНАМИКИ

Рассмотрим основные соотношения, которые описывают движение жидкости. Будем считать, что жидкость является идеальной (отсутствует внутреннее трение между слоями жидкости) и несжимаемой, движение жидкости происходит без завихрений и является стационарным (не изменяется с течением времени).

1. Уравнение неразрывности

Пусть поток жидкости идёт по трубке переменного сечения с проницаемыми для жидкости стенками (рис 26).

Так как жидкость течёт без завихрений, только вдоль трубки, то через сечение s_1 и через сечение s_2 за одинаковое время проходит одна и та же масса жидкости без потерь через боковые стенки трубки. И так как жидкость несжимаема, то есть её плотность во всех сечениях потока одинакова, то объём жидкости ΔV_1 , протекающий за время Δt через сечение площадью s_1 , равен объёму жидкости ΔV_2 , протекающему за время Δt через сечение площадью s_2 :

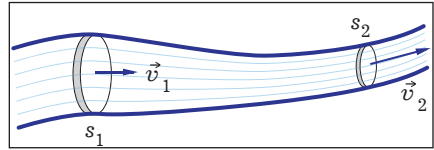


Рис. 26

$$\Delta V_1 = \Delta V_2$$

или

$$s_1 v_1 \Delta t = s_2 v_2 \Delta t,$$

$$s_1 v_1 = s_2 v_2.$$

(1)

Уравнение (1) получило название уравнения неразрывности.



9.1. В Словаре русского языка С.И. Ожегова сказано: быстрина – место быстрого течения реки. Почему у рек, протекающих по равнинной местности, быстрина совпадает с местом сужения русла реки?

2. Уравнение Бернулли.

Изучим движение идеальной несжимаемой жидкости, находящейся в поле тяготения Земли (рис. 27). Пусть в сечении s_1 на жидкость вдоль трубки действует внешняя сила F_1 , а в сечении s_2 – сила F_2 . Пусть за малый интервал времени Δt через сечение s_1 протекает со скоростью v_1 жидкость массой Δm . Какая масса жидкости вытечет через сечение s_2 за это же время Δt ? Так как жидкость несжимаема, то ясно, что масса вытекающей жидкости также равна Δm . Скорость же вытекающей жидкости, как следует из уравнения неразрывности, будет иной. Обозначим эту скорость через v_2 .

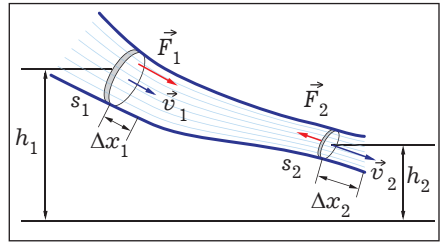


Рис. 27

Работа A внешних сил (сил давления F_1 и F_2 и силы тяжести $F_{тяж}$) изменяет кинетическую энергию жидкости¹, находящейся между сечениями s_1 и s_2 :

¹ Сила внутреннего трения не учитывается, так как рассматривается идеальная жидкость.

- жидкость массой Δm , имеющая скорость v_2 , «покидает» выделенную область (через сечение s_2);
- жидкость массой Δm , имеющая скорость v_1 , «поступает» в выделенную область (через сечение s_1). В результате

$$A = \frac{\Delta m v_2^2}{2} - \frac{\Delta m v_1^2}{2}. \quad (2)$$

Работа A внешних сил равна работе $A_{\text{давл}}$ сил давления и работе $A_{\text{тяж}}$ силы тяжести:

$$A = A_{\text{давл}} + A_{\text{тяж}} \quad (3)$$

Чему равна работе $A_{\text{давл}}$ сил давления?

$$A_{\text{давл}} = F_1 \Delta x_1 \cos 0^\circ + F_2 \Delta x_2 \cos 180^\circ,$$

где Δx_1 – смещение жидкости под действием силы F_1 ,
 Δx_2 – смещение жидкости под действием силы F_2 .

$$A_{\text{давл}} = F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2. \quad (4)$$



9.2. Как определяется физическая величина «давление»?

Если в сечении s_1 на жидкость действует внешняя сила F_1 , то создаваемое этой силой давление p_1 будет равно

$$p_1 = \frac{F_1}{s_1}. \quad (5)$$

Аналогично

$$p_2 = \frac{F_2}{s_2}. \quad (6)$$

Используя соотношения (5) и (6), запишем выражение (4) в виде

$$A_{\text{давл}} = p_1 s_1 \Delta x_1 - p_2 s_2 \Delta x_2.$$

Но

$$s_1 \Delta x_1 = \Delta V,$$

где ΔV – объём жидкости массой Δm

и

$$s_2 \Delta x_2 = \Delta V,$$

(не забывайте, что жидкость несжимаема).

Тогда

$$A_{\text{давл}} = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V. \quad (7)$$

Теперь рассчитаем работу $A_{\text{тяж}}$ силы тяжести: жидкость массой Δm опустилась с высоты h_1 на высоту h_2 .

$$A_{\text{тяж}} = \Delta m g (h_1 - h_2). \quad (8)$$

Объединяя соотношения (2), (7) и (8), получим:

$$p_1\Delta V - p_2\Delta V + \Delta mgh_1 - \Delta mgh_2 = \frac{\Delta mv_2^2}{2} - \frac{\Delta mv_1^2}{2}$$

или

$$p_1\Delta V + \Delta mgh_1 + \frac{\Delta mv_1^2}{2} = p_2\Delta V + \Delta mgh_2 + \frac{\Delta mv_2^2}{2}.$$

Осталось ещё использовать очевидное соотношение

$$\Delta m = \rho\Delta V$$

и получить итоговое выражение – уравнение Бернулли¹.

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho gh_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}. \quad (9)$$

Уравнение Бернулли в том виде, как оно записано выше, применимо для расчёта движения идеальной несжимаемой жидкости. В остальных случаях оно является основой приближённого описания движения реальной жидкости и по этой причине самым широким образом используется в технической гидродинамике. Рассмотрим несколько примеров применения уравнения Бернулли.

Пример 1. Пусть жидкость течёт по горизонтально расположенной трубе переменного сечения (рис. 28).

В этом случае уравнение Бернулли (9) примет вид

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}. \quad (10)$$

Из уравнения неразрывности (1) следует, что чем меньше сечение трубы, тем больше скорость жидкости:

$$s_2 < s_1,$$

$$v_2 > v_1.$$

Но если скорость движения велика, то уравнение (10) «говорит», что давление мало – в «узком» месте давление меньше!

$$p_2 < p_1.$$

Установленная зависимость «сужение русла – понижение давления» объясняет, например, действие пульверизатора – прибора для распыления жидкости. Модель пульверизатора можно изготовить, имея две трубки с зауженным концом и стакан

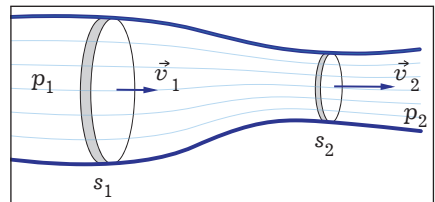


Рис. 28

¹ Даниил Бернулли (1700–1782) – швейцарский физик, математик. С 1725 по 1733 г. жил и работал в Санкт-Петербурге.

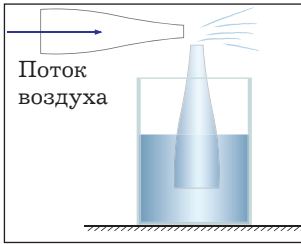


Рис. 29

воды (рис. 29). Если по горизонтально расположенной трубке продувать воздух, то из зауженного конца трубки воздух будет вылетать с большей скоростью, а значит, давление воздуха у конца трубки будет пониженным. Это позволит жидкости под действием атмосферного давления подниматься по вертикальной трубке вверх, разбрызгиваться и увлекаться струей воздуха.

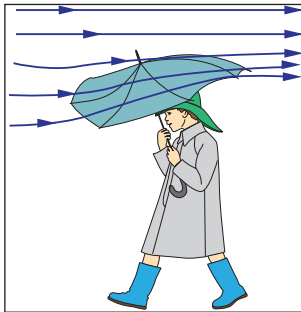


Рис. 30

Рассматриваемая зависимость объясняет, почему в дождливую погоду при сильном ветре зонтик порой выворачивает наружу (рис. 30). Действительно, воздушный поток, проходя над зонтиком, попадает в область «сужения русла» воздушного потока, а значит, над зонтиком возникает область пониженного давления. Дальнейшее объяснение возможной «зонтичной неприятности» очевидно.



9.3. Исходя из уравнения Бернулли, объясните, почему при прохождении скоростного поезда мимо железнодорожной платформы для людей, стоящих близко к краю платформы, возникает опасность затягивания под поезд; почему правилами дорожного движения на автомагистралях запрещается остановка транспортных средств вне специальных площадок для стоянки.

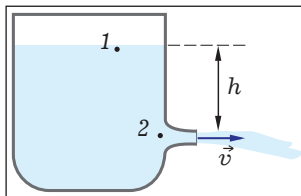


Рис. 31

Пример 2. Бак наполнен жидкостью. Определите, с какой скоростью v будет вытекать жидкость из отверстия с гладкими краями, проделанного в боковой стенке бака на высоте h от свободной поверхности жидкости?

Применим уравнение Бернулли к точкам 1 и 2 (рис. 31). В точке 1 скорость жидкости пренебрежимо мала, $v_1 = 0$. В точке 2 скорость жидкости v_2 равна искомой скорости v ,

$$v_2 = v.$$

Давление p_1 и p_2 на жидкость в точках 1 и 2 равно атмосферному давлению p_0 . Высота h_1 расположения точки 1 равна h :

$$h_1 = h,$$

высота h_2 расположения точки 2 равна 0.

Таким образом

$$p_0 + \rho gh + 0 = p_0 + 0 + \frac{\rho v_2^2}{2},$$

отсюда

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Из формулы следует, что при истечении жидкость приобретает такую скорость, какую «набрало» бы тело в результате свободного падения с высоты h .

Задачи на применение уравнения неразрывности и уравнения Бернулли

● **9.1.** Диаметр пластиковой трубы плавно уменьшается от $D = 90$ мм до $d = 50$ мм. Во сколько раз при этом меняется скорость воды, текущей по трубе?

● **9.2.** Пластиковая бутылка высотой H , полностью наполненная водой, стоит на столе (рис. 32). На какой высоте h от поверхности стола следует проделать небольшое отверстие с гладкими краями в боковой стенке бутылки, чтобы дальность полёта L вытекающей из бутылки струи воды была наибольшей?

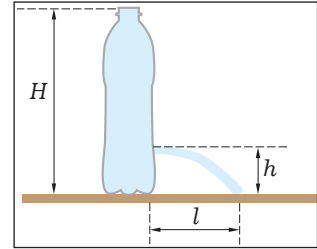


Рис. 32

● **9.3.** Насос представляет собой расположенный горизонтально цилиндр с поршнем диаметром $D = 9$ см и выходным отверстием диаметром $d = 3$ мм, расположенным на оси цилиндра (рис. 33). Насос наполнен керосином, плотность которого $\rho = 0,8$ г/см³. Под действием силы $F = 60$ Н, приложенной к поршню, он равномерно перемещается по цилиндру насоса с малым трением. Определите, какая масса керосина Δm вытекает при этом из насоса каждую секунду. При расчётах считать керосин идеальной несжимаемой жидкостью.

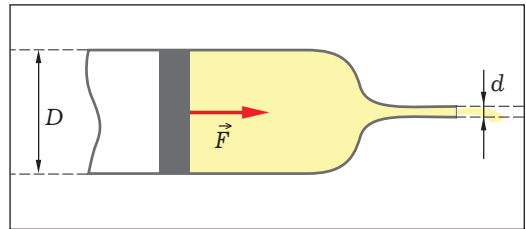


Рис. 33

● **9.4.** В книге Я.И. Перельмана «Занимательная физика»¹ описывается следующая история: «Осенью 1912 г. с океанским пароходом «Олимпик» – тогда одним из величайших в мире судов – произошёл следующий случай. «Олимпик» плыл в открытом море, а почти параллельно ему, на расстоянии сотни метров, проходил с большой скоростью другой корабль, гораздо меньший, броненосный крейсер «Гаук». Когда

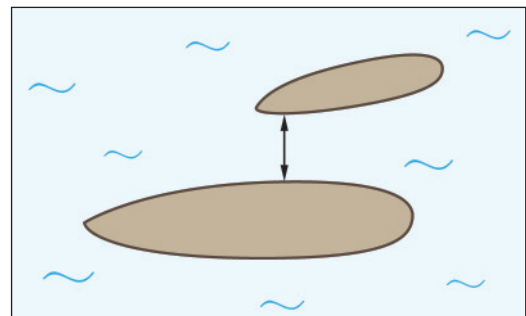


Рис. 34. Положение пароходов «Олимпик» и «Гаук» перед столкновением

¹ Перельман Я.И. Занимательная физика: Книга первая и вторая. – 23-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 496 с.

оба судна заняли положение, изображенное на рисунке 34, произошло нечто неожиданное: меньшее судно стремительно свернуло с пути, словно повинувшись какой-то невидимой силе, повернулось носом к большому пароходу и, не слушаясь руля, двинулось почти прямо на него. Произошло столкновение. “Гаук” врезался носом в бок “Олимпиака”; удар был так силен, что “Гаук” проделал в борту “Олимпиака” большую пробоину. Когда этот странный случай рассматривался в морском суде, виновной стороной был признан капитан гиганта “Олимпик”, так как, – гласило постановление суда, – он не отдал никаких распоряжений уступить дорогу идущему наперерез “Гауку”.

Описывая это морское происшествие, Я. И. Перельман приводит аргументы, которые снимают вину с капитана «Олимпиака». Что это за аргументы?

Домашняя лабораторная работа «Исследование зависимости скорости вытекания жидкости из сосуда от уровня жидкости в нём»

Оборудование: двухлитровая пластиковая бутылка, шило, пластмассовая трубочка (для коктейля), пластилин, линейка или измерительная лента, подставка для бутылки, кювета для сбора воды (опыт удобно проводить в ванной).

Уравнение Бернулли позволяет получить зависимость скорости v вытекания жидкости через отверстие в боковой стенке сосуда или дне сосуда от уровня жидкости в сосуде (высоты столба жидкости h):

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Экспериментальной проверке этой зависимости и посвящена данная лабораторная работа.



Задание 1. Прodelайте шилом в боковой стенке бутылки вблизи её дна отверстие и вставьте в отверстие трубочку (диаметр трубочки должен быть примерно 3–4 мм, длина трубочки 4–5 см). Вокруг трубочки обмажьте пластилином. Разработайте метод исследования зависимости скорости вытекания воды через боковое отверстие от уровня воды в бутылке и проведите необходимые измерения.

Примечание. Трубочку вставляют в боковую стенку бутылки для того, чтобы струя не «прилипала» к стенке и была горизонтальной после выхода из трубки.

РАЗДЕЛ 2. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§ 10. Механические колебания

§ 11. Экспериментальное изучение свободных механических колебаний

Лабораторная работа «Изучение колебаний груза на пружине»

Лабораторная работа «Изучение колебаний физического маятника»

Лабораторная работа «Изучение крутильных колебаний»

§ 12. Механические волны

§ 13. Переменный ток

Лабораторная работа «Измерение сопротивления ёмкостного и индуктивного участков цепи переменного тока»

Задачи по теме «Переменный ток»

Лабораторная работа «Определение амплитудного значения силы переменного тока»

§ 14. Экспериментальная задача «Измерение скорости электромагнитных волн»

§ 10. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Пусть груз массой m прикреплен к пружине жёсткостью k и находится на гладкой горизонтальной поверхности (рис. 35).

Сместим груз по горизонтали на некоторое небольшое расстояние x_{\max} от положения равновесия и отпустим его без толчка. Тогда, как известно, груз будет совершать свободные колебания.


Круговая частота ω свободных колебаний груза на пружине равна

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (1)$$

а координата x колеблющегося груза изменяется с течением времени t по закону:

$$x(t) = x_{\max} \sin \omega t,$$

где x_{\max} – амплитуда колебаний.

 **1.1.** Почему малые свободные колебания груза на пружине называют гармоническими колебаниями?

Рассмотрим силы, действующие на груз при его колебательном движении (рис. 36).

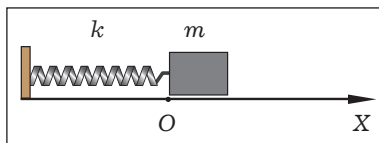


Рис. 35

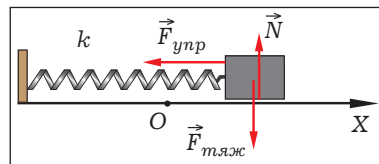


Рис. 36

В соответствии со II законом Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}_{упр} + \vec{N} + \vec{F}_{тяж}.$$

В проекции на ось X

$$ma_x = F_{упр\ x}.$$

По закону Гука

$$F_{упр\ x} = -kx,$$

тогда

$$ma_x = -kx$$

или

$$a_x = -\frac{k}{m}x.$$

С учётом соотношения (1) имеем:

$$a_x = -\omega^2 x. \quad (2)$$

Рассмотренный пример показывает, что если тело совершает свободные гармонические колебания, то проекция ускорения тела a_x прямо пропорциональна координате x колеблющегося тела с противоположным знаком. При этом коэффициент пропорциональности ω^2 между проекцией ускорения и координатой колеблющегося тела есть квадрат круговой частоты колебаний.

Таким образом, один из возможных алгоритмов решения задач, посвящённых рассмотрению свободных механических колебаний, может выглядеть следующим образом:

- указывают силы, действующие на тело;
- выясняют, действительно ли проекция ускорения тела a на некоторую координатную ось прямо пропорциональна координате тела с противоположным знаком, то есть, выполняется ли соотношение типа соотношения (2);
- делают вывод, совершает ли тело гармонические колебания;
- если тело совершает гармонические колебания, то из соотношения типа соотношения (2) определяют круговую частоту колебаний, а затем определяют частоту ν и период T колебаний:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi},$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

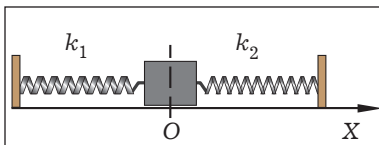


Рис. 37

10.1. Между двумя пружинами жёсткостью k_1 и k_2 соответственно, находящимися в недеформированном состоянии, закреплён груз массой m , который может скользить по гладкой горизонтальной поверхности (рис. 37). Определите период T малых колебаний, которые будет совершать груз, если его вывести из положения равновесия.

● **10.2.** Определите, каково было бы время полёта камня от одного полюса Земли до другого по прямому тоннелю, прорытому через её центр. Плотность Земли считать постоянной, её радиус – равным 6400 км.



10.3. Проведите изучение колебаний тела, плавающего в жидкости.

Оборудование: сосуд с водой, термометр лабораторный, кусок пластилина, спички, секундомер.

На тело, плавающее на поверхности воды (рис. 38), действует сила тяжести и выталкивающая (архимедова сила), которая зависит от плотности жидкости и объёма погружённой в жидкость части тела.

Если толкнуть тело вниз, увеличив глубину его погружения, то архимедова сила возрастёт (почему?). Под действием добавочной архимедовой силы тело будет всплывать, двигаясь к положению равновесия, приобретёт скорость и, «проскочив» положение равновесия, всплывёт так, что объём погружённой части тела уменьшится. В этой ситуации сила тяжести будет больше архимедовой силы, и равнодействующая сила вновь будет возвращать тело к положению равновесия. Так происходят колебания тела, плавающего в жидкости.

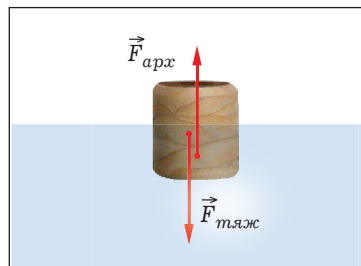





Рис. 38

 **Задание 1.** Укрепите в верхней части лабораторного термометра с помощью пластилина спичку и утяжелите термометр пластилином так, чтобы он плавал в воде вертикально, погрузившись в воду на большую часть своей длины (рис. 39).

Толкните термометр вниз и наблюдайте происходящие колебания. Оцените, чему равен период колебаний.

 **Задание 2.** Выведите формулу для расчёта периода колебаний тела, плавающего в жидкости.

 **Задание 3.** Дополнительно утяжелите термометр так, чтобы из воды «выглядывала» бы только часть спички (рис. 40). Вновь наблюдайте колебания. Сделайте вывод, находит ли опытное подтверждение выведенная вами формула для расчёта периода колебаний.

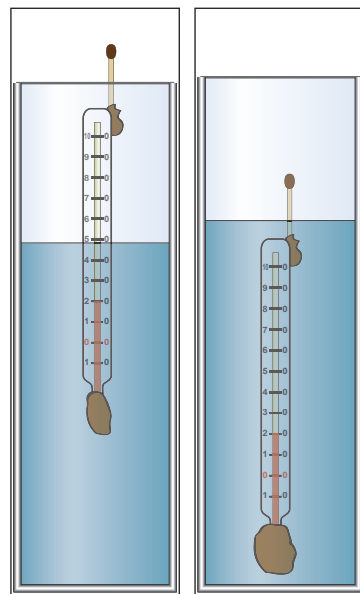


Рис. 39

Рис. 40

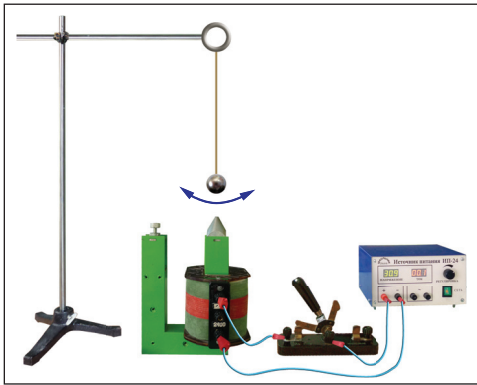


Рис. 41

● **10.4.** Стальной шарик массой 10 г, подвешенный на нити, совершает малые колебания в вертикальной плоскости вблизи положения его равновесия. Чуть ниже положения равновесия шарика установлен электромагнит (рис. 41).

После включения электромагнита период колебаний шарика уменьшается на 5 % ($k = 0,05$). Чему равна магнитная сила, действующая на шарик вблизи положения его равновесия?

● **10.5.** К потолку лифта прикреплен маятник (длина нити маятника 1,0 м). Чему будет равен период колебаний маятника в случае, если лифт движется с ускорением $3,5 \text{ м/с}^2$, направленным вверх?



10.6. Выясните, каковы должны быть параметры маятника, чтобы груз маятника мог двигаться прямолинейно в горизонтальном направлении при совершении маятником гармонических колебаний?¹

Оборудование: растяжимая нить, лабораторный динамометр, набор гирь различной массы, измерительная линейка, штатив с лапкой, гири разной массы.

Чтобы груз, прикрепленный к нити, двигался прямолинейно в горизонтальном направлении, необходимо, чтобы нить маятника была растяжима (рис. 42).

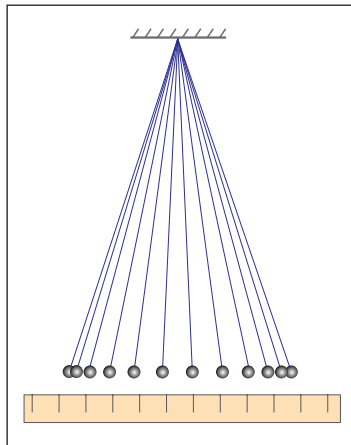


Рис. 42

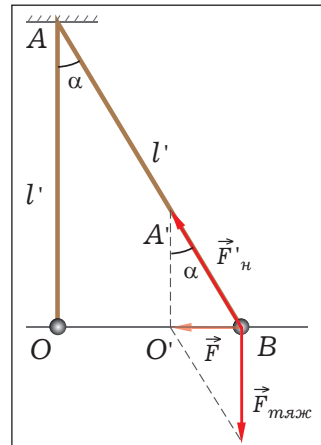


Рис. 43

¹ По материалу статьи: Майер В.В., Вараксина Е.И., Демьянова О.Н. Повышение интереса к физике при изучении математического маятника // Физика в школе. – 2009. – № 3. – С. 36–39.

Длина нити l' маятника, отклонённого на угол α , должна быть, естественно, больше длины нити маятника l , когда он проходит положение равновесия (рис. 43).

При этом равнодействующая сила \vec{F} в каждой точке траектории груза должна быть направлена горизонтально.

$$\vec{F} = \vec{F}'_н + \vec{F}'_{тяж},$$

где $\vec{F}'_н$ – сила натяжения нити, действующая на груз,
 $\vec{F}'_{тяж}$ – сила тяжести, действующая на груз.

Так как равнодействующая сила F горизонтальна, то треугольник $A'O'B'$, образованный векторами сил, является прямоугольным и стороны этого треугольника $A'B'$ и $A'O'$ равны соответственно $\vec{F}'_н$ и $\vec{F}'_{тяж}$. В прямоугольном треугольнике AOB стороны AB и AO равны соответственно l' и l . Из подобия треугольников AOB и $A'O'B'$ следует, что

$$\frac{l'}{l} = \frac{\vec{F}'_н}{\vec{F}'_{тяж}}.$$

Отсюда

$$l' = \frac{l\vec{F}'_н}{\vec{F}'_{тяж}}. \quad (1)$$

Таким образом, *прямолинейный характер движения груза маятника возможен в случае, если длина растяжимой нити маятника l' прямо пропорциональна силе натяжения нити $F'_н$.*

Чтобы маятник совершал свободные гармонические колебания, необходимо выполнение определённого соотношения между проекцией ускорения груза a_x и координатой x колеблющегося груза, а именно:

$$a_x = -\omega^2 x, \quad (2)$$

где ω – круговая частота колебаний.

Если условие (2) выполняется, то проекция равнодействующей силы F_x , очевидно, должна быть равна

$$F_x = -m^2 x, \quad (3)$$

где m – масса груза.

Рассмотрим рисунок 43. Из прямоугольного «треугольника сил» $A'O'B'$ видно, что

$$F_x = -F'_{тяж} \operatorname{tg} \alpha,$$

или

$$F_x = -mgt \operatorname{tg} \alpha,$$

где g – ускорение свободного падения.

Из прямоугольного треугольника AOB нетрудно определить тангенс угла α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{l}$$

и получить окончательное выражение для проекции равнодействующей силы F_x :

$$F_x = -mg \frac{x}{l}. \quad (4)$$

Таким образом, мы видим, что *условие гармоничности колебаний*, задаваемое соотношением (2) или вытекающим из него соотношением (3), выполняется.

Рассчитаем круговую частоту ω и период T колебаний. Из сравнения соотношений (3) и (4) получим:

$$\omega^2 = \frac{g}{l}.$$

Тогда

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

и

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (5)$$

где, напомним, l – длина растяжимой нити маятника в положение равновесия.



Задание 1. Исследуйте зависимость длины нити¹ маятника l от силы натяжения $F'_н$. Выясните, имеется ли на данной зависимости требуемый участок прямо пропорциональной зависимости длины нити маятника l от силы натяжения $F'_н$. Если такой участок есть, то рассчитайте, груз какой массы следует использовать для маятника и какова может быть максимальная амплитуда колебаний маятника, чтобы груз при колебаниях маятника двигался прямолинейно в горизонтальном направлении.



Задание 2. Изготовьте маятник и убедитесь, что груз маятника действительно движется прямолинейно в горизонтальном направлении.



Задание 3. Измерьте период колебаний и сравните его с теоретическим значением, рассчитанным по формуле (5). Сделайте вывод.

§ 11. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Лабораторная работа «Изучение колебаний груза на пружине»

Оборудование: набор пружин различной жёсткости, динамометр лабораторный, измерительная линейка или измерительная лента, набор грузов, секундомер, лабораторный штатив с муфтой и лапкой, струбцина.

¹ В качестве нити маятника можно использовать круглую нить авиамодельной резины диаметром около 1 мм или узкую полоску резины (шириной 2–3 мм), вырезанную из эластичного бинта.

Для расчёта периода T малых гармонических колебаний груза массой m , закреплённого на лёгкой пружине жёсткостью k , применяется формула

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (1)$$

Экспериментальной проверке зависимости периода колебаний от жёсткости пружины и посвящена данная лабораторная работа.



Задание 1. Выясните, как зависит сила упругости, возникающая при растяжении пружины, от величины растяжения и действительно ли при этом выполняется закон Гука.

Внимание. Не подвергайте пружины малой жёсткости избыточной нагрузке, чтобы не испортить пружины.



Задание 2. Для прямо пропорционального (гуковского) участка зависимости силы упругости от растяжения рассчитайте жёсткость пружины. Прodelайте такой расчёт для каждой пружины.



Задание 3. Прикрепляя к пружинам различной жёсткости груз одной и той же массы, измерьте периоды колебаний груза на пружине. Сделайте вывод о справедливости формулы (1).

Лабораторная работа «Изучение колебаний физического маятника»

Оборудование: деревянная рейка длиной 1,0–1,2 м с просверленными в ней отверстиями на расстоянии 4–5 см друг от друга, измерительная лента, секундомер, лабораторный штатив с муфтой и металлической осью для крепления рейки в вертикальной плоскости, струбина.

Шарик небольших размеров, закреплённый на лёгкой нерастяжимой нити и совершающий колебания под действием силы тяжести в вертикальной плоскости, является моделью математического маятника. Период малых гармонических колебаний математического маятника T , как известно, определяется длиной нити l и ускорением свободного падения g :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Тело произвольной формы, закреплённое на оси и совершающее колебания под действием силы тяжести в вертикальной плоскости, называют *физическим маятником* (рис. 44). Если ось вращения маятника – точка O – находится выше центра тяжести тела, то при малом отклонении физического маятника от положения равновесия он будет совершать гармонические колебания. Период колебаний физического маятника зависит от массы тела и распределения массы тела относительно

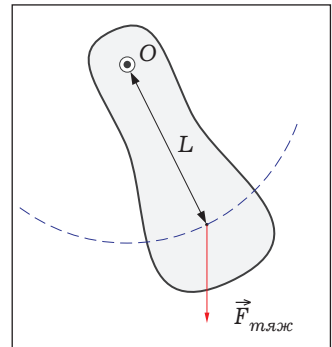


Рис. 44

оси вращения, ускорения свободного падения и расстояния L от оси вращения до центра тяжести тела.



Задание 1. Установите лабораторный штатив на краю стола и зафиксируйте его струбциной. Закрепите в муфте штатива металлическую ось и подвесьте на оси рейку, которая будет служить физическим маятником.

Проведя необходимые измерения, выясните, как зависит период колебаний физического маятника T от расстояния L (расстояние от оси вращения до центра тяжести тела).



Задание 2. Постройте график зависимости $T = f(L)$. Проведите анализ полученной зависимости.

Лабораторная работа «Изучение крутильных колебаний»

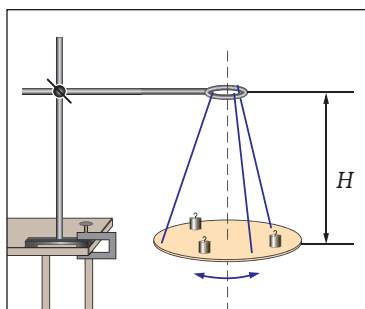


Рис. 45

Оборудование: картонный диск диаметром 25–26 см, набор стограммовых грузов, пластилин, прочная нить, лабораторный штатив с муфтой и кольцом, струбцина, линейка измерительная, секундомер.

Картонный диск с помощью трёх длинных нитей подвесим к кольцу штатива так, чтобы плоскость диска была горизонтальной. Если диск повернуть на некоторый угол относительно вертикальной оси, проходящей через центр диска, и отпустить, то диск будет совершать крутильные колебания (рис. 45).



Задание 1. На диске на расстоянии $R = 12$ см от его центра закрепите (можно использовать пластилин) несколько стограммовых грузов, расположив их симметрично по диску. Выясните, как период колебаний диска T зависит от массы грузов m .



Задание 2. Выясните, как период колебаний диска T зависит от положения грузов относительно центра диска. При выполнении этого задания удобно взять 6 стограммовых грузов. Грузы следует расположить на диске симметрично, на одинаковых расстояниях от центра диска.



Задание 3. Выясните, как период колебаний диска T зависит от высоты подвеса диска на нитях H (рис. 45). При выполнении этого задания удобно взять 6 стограммовых грузов, расположив их симметрично на расстоянии $R = 12$ см от центра диска.

§ 12. МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

● **12.1.** Мембрана громкоговорителя совершает вынужденные колебания, и благодаря этому изменение избыточного давления воздуха Δp с течением времени вблизи мембраны громкоговорителя происходит так, как это изображено на рисунке 46.

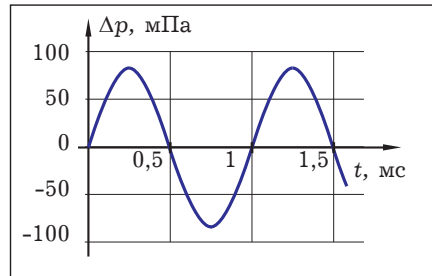


Рис. 46

Запишите зависимость изменения избыточного давления воздуха с течением времени $\Delta p(t)$ в точке, находящейся напротив мембраны громкоговорителя на расстоянии 51 см от неё. Считать, что амплитуда колебаний избыточного давления воздуха в данной точке не отличается от амплитуды колебаний избыточного давления воздуха вблизи мембраны громкоговорителя. Скорость звука в воздухе 340 м/с.

● **12.2.** К источнику переменного электрического тока (звуковому генератору) с помощью длинных и тонких проводов подсоединён наушник – головной телефон. При включении генератора наушник будет являться источником звука (при проведении опыта удобно установить частоту колебаний 1 кГц).

Приведём наушник во вращение в вертикальной плоскости так, чтобы плоскость вращения была перпендикулярна слушателям. В этом случае наушник – источник звука будет периодически то приближаться к слушателям, то удаляться от них. При этом слушатели отмечают периодическое изменение высоты звука: при движении источника звука в сторону слушателей высота звука повышается, а при удалении от слушателей – понижается. Объясните наблюдаемое явление.

Оцените максимальное относительное изменение частоты звука при вращении наушника. Считать, что частота вращения наушника достигает 2 об/с, радиус его вращения 50 см. Скорость звука в воздухе 340 м/с.

● **12.3.** Самолёт летит горизонтально. Когда наблюдатель воспринимает по звуку, что самолёт находится в зените, он видит его под углом $\alpha = 70^\circ$ к горизонту. Какова скорость самолёта? Скорость звука в воздухе 340 м/с.

● **12.4.** Громкоговоритель имеет мембрану диаметром 8 см. Интенсивность звука, создаваемого громкоговорителем, составляет $0,1 \text{ Вт/м}^2$. (Интенсивность звука численно равна энергии, переносимой звуковой волной за единицу времени через единицу поверхности; единица интенсивности звука – Вт/м^2 .) Оцените дальность звучания громкоговорителя, если порог слышимости (минимальная интенсивность звука, воспринимаемая органом слуха человека) составляет 10^{-12} Вт/м^2 . Считать, что звук распространяется одинаково по всем направлениям, поглощение звука воздухом не учитывать.

● **12.5.** В акустической лаборатории, стены которой покрыты звукопоглощающим материалом, расположили два наушника – головных телефона, подключённых к источнику переменного тока (звуковому генератору). При включении генератора наушники являются источниками звука. Технические характеристики наушников таковы, что они воспроизводят звуковые колебания частотой от 300 до 3000 Гц. Наушники поставили на

расстоянии 1,0 м друг от друга, экспериментатор расположился напротив одного из наушников на расстоянии 5,0 м от него (рис. 47). Какова должна быть частота переменного тока, вырабатываемого звуковым генератором, чтобы громкость звука в точке наблюдения была минимальной? Скорость звука 340 м/с.

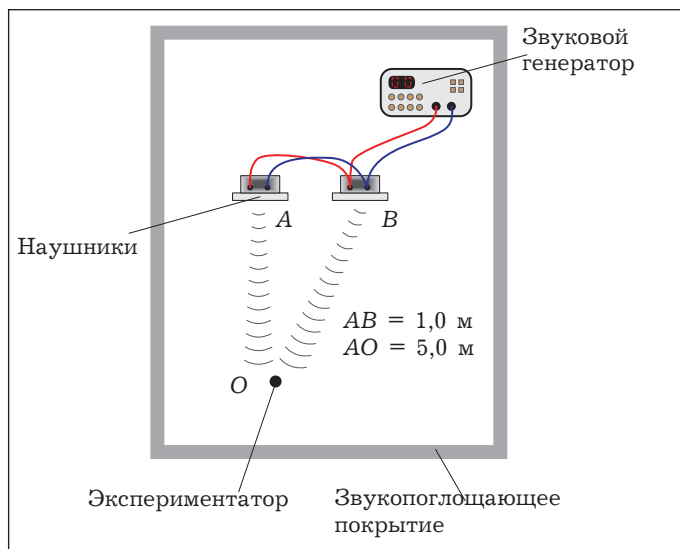


Рис. 47

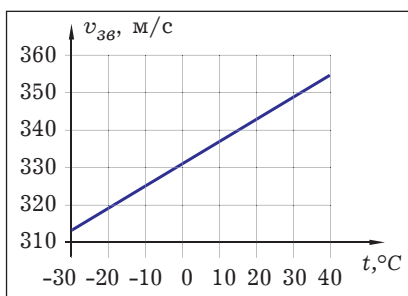


Рис. 48

● **12.6.** Охотник в утреннее время производит выстрел по дичи из ружья и слышит эхо через $\Delta t = 1 \text{ с}$ после выстрела. Был ли охотник браконьером, если звуковая волна отражалась от опушки леса, находящейся от охотника на расстоянии 175 м? Охотник находится в одном из сибирских регионов России, где летне-осенний сезон охоты открывается со второй субботы августа. График зависимости скорости звука в воздухе от температуры приведён на рисунке 48.

§ 13. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

Лабораторная работа «Измерение сопротивления ёмкостного и индуктивного участков цепи переменного тока»

Оборудование: лабораторный источник переменного тока, лабораторный источник постоянного тока, лабораторный вольтметр для измерения переменного напряжения, лабораторный вольтметр для измерения постоянного напряжения, низковольтная лампа на подставке, резистор

известного сопротивления (4–6 Ом), конденсатор, катушка, железный сердечник, соединительные провода, ключ.



Задание 1. Подключите электрическую цепь, содержащую низковольтную лампу на подставке, резистор, конденсатор попеременно к источнику постоянного тока, а затем к источнику переменного тока. Убедитесь, что ток протекает в цепи только в случае использования источника переменного тока.



Задание 2. Определите, чему равно сопротивление ёмкостного участка в цепи переменного тока.



Задание 3. Подключите электрическую цепь, содержащую низковольтную лампу на подставке, резистор, катушку попеременно к источнику постоянного тока, а затем к источнику переменного тока. Убедитесь, что ток протекает в цепи в обоих случаях.



Задание 4. Определите, чему равно сопротивление катушки в цепи постоянного тока и в цепи переменного тока. Выясните, меняется ли в цепи переменного тока сопротивление катушки (индуктивного участка) при введении в катушку железного сердечника.

Задачи по теме «Переменный ток»

● **13.1.** К источнику переменного электрического тока (звуковому генератору) подключают поочерёдно электрическую цепь, содержащую конденсатор, а затем электрическую цепь, содержащую катушку (рис. 49, а, б).

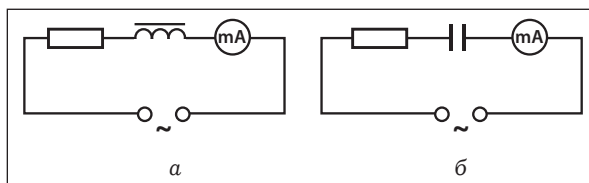


Рис. 49

Экспериментатор, изменяя частоту переменного тока, вырабатываемого звуковым генератором, исследовал, зависит ли сила тока в цепи от частоты тока. Результаты проведённых экспериментатором измерений приведены ниже в двух таблицах:

– таблица 1:

Частота переменного тока ν , Гц	100	200	400	600	800	1000
Сила тока в цепи I , мА	12,5	24,4	45,0	60,2	70,9	78,2

– таблица 2:

Частота переменного тока ν , Гц	100	200	400	600	800	1000
Сила тока в цепи I , мА	7,33	3,90	1,98	1,33	0,99	0,80

Знакомый экспериментатора – знаток физики, мельком взглянув на таблицы с результатами измерений, тут же определил, какой электрической схеме соответствует каждая таблица.

Какие же выводы, касающиеся таблиц, были сделаны знатоком физики?

● **13.2.** Под каким напряжением должна работать линия электропередачи (ЛЭП) длиной 80 км, если при её строительстве планируется использовать алюминиевый провод диаметром поперечного сечения 9,4 мм? Мощность, поставяемая потребителю, составит 4,5 МВт, потери электроэнергии не должны превышать 4 % ($k = 0,04$).

Лабораторная работа «Определение амплитудного значения силы переменного тока»

Оборудование: источник переменного тока низкого напряжения, соединительные провода, ключ, константановый проводник, линейка, микрометр, калориметр, весы с разновесами, термометр.

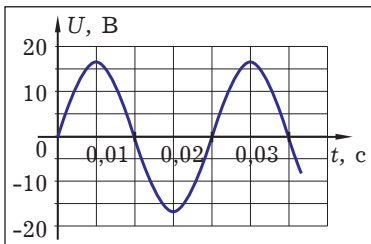


Рис. 50

Переменным током, как известно, называют вынужденные электромагнитные колебания. Частота промышленного переменного тока в нашей стране составляет 50 Гц (рис. 50).

Значения напряжения и силы тока в цепи переменного тока в различные моменты времени различны. По этой причине электроизмерительные приборы, предназначенные для использования в цепях переменного тока, измеряют не мгновенные (в некоторый момент времени) значения напряжения и силы тока, а *действующие значения* этих величин. Если измерено действующее значение напряжения U на резисторе, включённом в цепь переменного тока, и действующее значение силы тока I , протекающего через резистор, то это позволяет рассчитать тепловую мощность P , выделяющуюся на резисторе:

$$P = UI.$$

В случае, если переменный ток представляет собой гармонические колебания, действующие значения напряжения U и силы тока I связаны с амплитудными значениями напряжения $U_{\text{макс}}$ и силы тока $I_{\text{макс}}$ известными соотношениями:

$$U = \frac{U_{\text{макс}}}{\sqrt{2}},$$

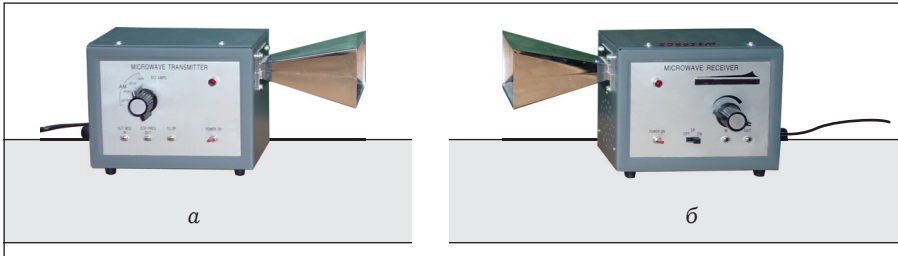
$$I = \frac{I_{\text{макс}}}{\sqrt{2}}.$$



Задание 1. Используя имеющуюся в вашем распоряжении константановую проволоку, изготовьте из неё электронагреватель. Измерьте, за какое время некоторая масса воды в калориметре нагревается до определённой температуры. Пренебрегая тепловыми потерями и считая, что вся тепловая мощность, выделяющаяся на электронагревателе, идёт только на нагрев воды и внутреннего металлического стаканчика калориметра, проведите расчёт амплитудного значения силы переменного тока.

§ 14. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЗАДАЧА «ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН»

Для измерения скорости электромагнитных волн (скорости света) нам в первую очередь понадобится *излучатель* и *приёмник* электромагнитных волн (рис. 51, а, б).



а – Излучатель электромагнитных волн. Излучатель имеет рупорную антенну, электромагнитные волны излучаются вдоль оси рупора;
б – Приёмник электромагнитных волн. Приёмник электромагнитных волн улавливает электромагнитные волны, которые приводят к появлению в приёмнике переменного тока. Переменный ток проходит по катушке громкоговорителя, и в результате возникает звук, сигнализирующий о приёме электромагнитных волн

Рис. 51

Расположим излучатель и приёмник на некотором расстоянии друг от друга и поместим между ними металлическую пластину MN (рис. 52).

В этом случае в приёмник поступают две электромагнитные волны. Первая из них идёт непосредственно из излучателя в приёмник и проходит расстояние d_1 , равное AB :

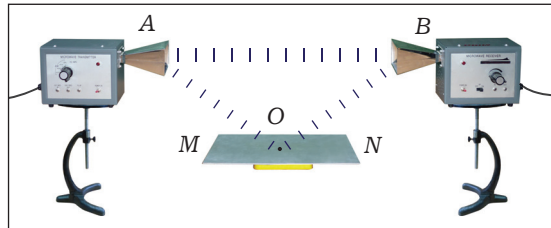


Рис. 52

$$d_1 = AB.$$

Вторая волна попадает в приёмник благодаря отражению от металлической пластины и проходит расстояние d_2 , равное $AO + OB$:

$$d_2 = AO + OB.$$



14.1. Какие волны называют когерентными? Какое физическое явление наблюдается при наложении когерентных волн?

Будем постепенно перемещать металлическую пластину MN вверх или вниз. При этом интенсивность сигнала, регистрируемая приёмником, будет периодически изменяться, то увеличиваясь, то уменьшаясь. Это обусловлено *интерференцией электромагнитных волн*.

Интерференция, как известно, – это сложение в пространстве двух (или нескольких) волн, при котором в различных точках пространства наблюдается усиление или ослабление результирующих колебаний. Амплитуда результирующего колебания в некоторой точке пространства определяется соотношением между расстояниями d_1 и d_2 , проходящими волнами до точки «встречи».

Если расстояния d_1 и d_2 одинаковы, то в точку «встречи» одновременно приходит «гребень» одной волны и «гребень» другой волны, «впадина» одной волны и «впадина» другой волны (рис. 53).

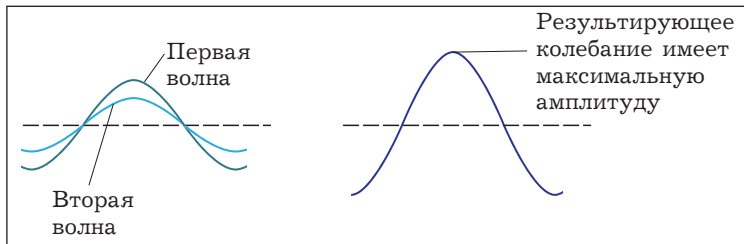


Рис. 53

В таком случае амплитуда результирующих колебаний максимальна. Аналогичный результат сложения волн будет наблюдаться, если ход волны – расстояние d_2 больше расстояния d_1 на одну длину волны, на две длины волны, на три длины волны и так далее. Таким образом, можно сформулировать *условие интерференционного максимума*: амплитуда результирующих колебаний при интерференции максимальна, если разность хода волн Δd равна целому числу длин волн λ .

$$\Delta d = d_2 - d_1,$$

$$\Delta d = m\lambda,$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ – целое число, номер интерференционного максимума.

Что будет наблюдаться, если в некоторую точку одновременно приходит «гребень» одной волны и «впадина» другой волны (рис. 54)?

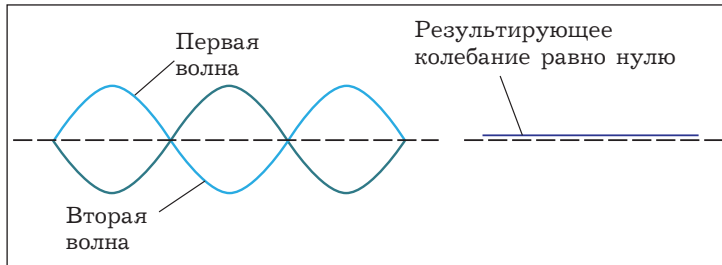


Рис. 54

В таком случае, когда одна волна «отстаёт» от другой волны на половину длины волны, амплитуда результирующего колебания минимальна. Аналогичный результат сложения волн будет наблюдаться, если ход волны – расстояние d_2 будет больше расстояния d_1 на одну длину волны плюс половина длины волны, на две длины волны плюс половина длины волны и так далее. Таким образом, можно сформулировать *условие интерференционного минимума*: амплитуда результирующего колебания при интерференции минимальна, если разность хода волн равна целому числу длин волн плюс половина длины волны.

$$\Delta d = d_2 - d_1,$$

$$\Delta d = m\lambda + \frac{\lambda}{2},$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ – целое число, номер интерференционного минимума.



Задание 1. Определите длину электромагнитной волны, испускаемой излучателем электромагнитных волн.

С целью определения длины волны зафиксируем два соседних – следующих один за другим – интерференционных минимума (рис. 55).

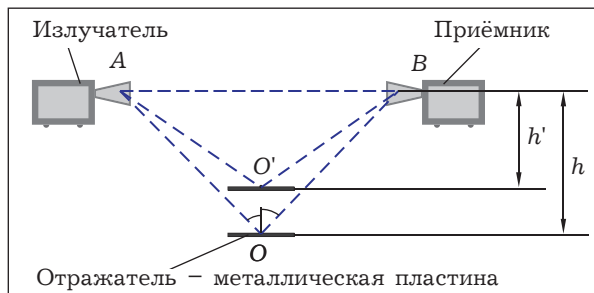


Рис. 55

Номера соседних интерференционных минимумов отличаются на единицу, и разность хода волн Δd и $\Delta d'$, соответствующая этим минимумам, равна

$$\begin{aligned}\Delta d &= (m+1)\lambda + \frac{\lambda}{2}, \\ \Delta d' &= m\lambda + \frac{\lambda}{2}.\end{aligned}$$

Отсюда

$$\Delta d - \Delta d' = \lambda. \quad (1)$$

Осталось выразить разность хода Δd и $\Delta d'$ через расстояние AB , h , которые можно измерить непосредственно при проведении опыта (смотрите рисунок 55).

$$\Delta d = AO + OB - AB,$$

$$\Delta d' = 2AO - AB,$$

$$\Delta d = 2\sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + h^2} - AB. \quad (2)$$

Аналогично

$$\Delta d' = 2\sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + h'^2} - AB. \quad (2)$$

Подставив соотношения (2) и (3) в выражение (1), имеем:

$$\lambda = 2\left(\sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + h'^2} - \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + h^2}\right).$$



Задание 2. По техническому паспорту излучателя электромагнитных волн выясните, какова частота электромагнитных колебаний ν прибора.

Вычислите скорость электромагнитных волн c :

$$c = \lambda\nu.$$

Оцените относительную погрешность полученного результата.



Задание 3. Попробуйте определить длину электромагнитной волны, испускаемой излучателем электромагнитных волн, используя условие интерференционного максимума.

РАЗДЕЛ 3. СВЕТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

§ 15. Отражение и преломление света

Задачи на построение изображения в плоском зеркале

Лабораторная работа «Изучение явления преломления света»

Экспериментальная задача по изучению физического содержания пословицы «Не зная броду, не суйся в воду»

§ 16. Линзы

§ 17. Лабораторная работа «Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы»

§ 18. Глаз. Очки

Практическая работа «Измерение поля зрения»

Практическая работа «Определение разрешающей способности глаза»

Задача на расчёт оптической силы очков

§19. Лабораторная работа «Изучение модели телескопа»

§ 20. Лабораторная работа «Изучение модели микроскопа»

§ 15. ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА

Задачи на построение изображения в плоском зеркале

● **15.1.** Оцените, какова должна быть минимальная площадь поверхности плоского зеркала прямоугольной формы, установленного вертикально, став перед которым и зажав один глаз, можно было бы полностью видеть своё изображение, не меняя положения головы.



15.2. На рисунке 56 показано положение плоского зеркала Z и предмета. Постройте изображение предмета в зеркале и определите область пространства, из которого видно полное изображение предмета. Проверьте, согласуется ли ваше решение задачи с опытом.

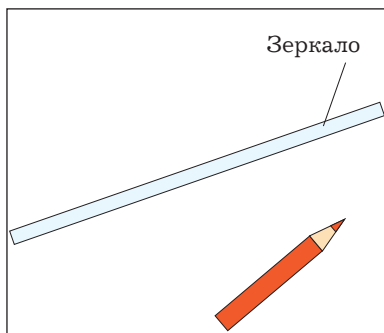


Рис. 56

Лабораторная работа «Изучение явления преломления света»

Оборудование: источник тока, низковольтная лампа на подставке, экран со щелью, стеклянная плоскопараллельная пластинка, транспортир.



Задание 1. На листе тетради начертите две взаимно перпендикулярные прямые и с помощью транспортира постройте луч, который составляет угол $\alpha = 20^\circ$ с одной из прямых (57, а).

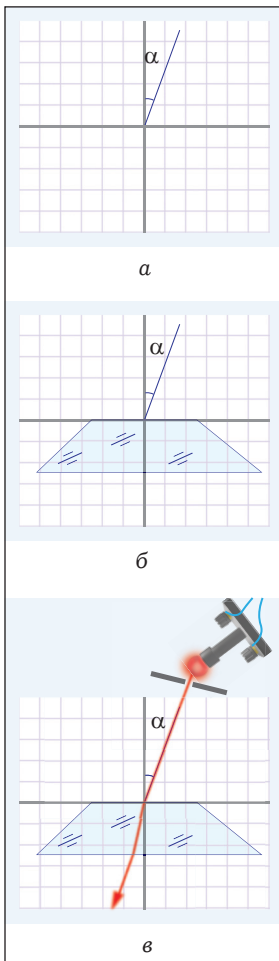


Рис. 57

Совместите плоскопараллельную грань стеклянной пластины с другой прямой (рис. 57, б).

Подключите лампу к источнику тока и расположите лампу и экран со щелью так, чтобы узкий пучок света шёл вдоль проведённого вами луча. Тогда угол падения светового луча на стеклянную пластинку составит 20° (рис. 57, в).

Отметьте карандашом точку выхода светового луча из стекла. Уберите стеклянную пластинку и, соединив точку падения светового луча на стекло с точкой выхода светового луча из стекла, постройте ход светового луча в стекле.

Измерьте угол преломления β .

Аналогичные измерения проведите для случаев, когда угол падения составляет $30, 40, 50, 60, 70^\circ$.

Данные занесите в таблицу:

$\alpha,^\circ$	20	30	40	50	60	70
$\beta,^\circ$						
$\sin\alpha$						
$\sin\beta$						

Постройте график зависимости угла преломления от угла падения. Сделайте вывод, как зависит угол преломления от угла падения.

Постройте график зависимости синуса угла преломления от синуса угла падения. Сделайте вывод, какова зависимость синуса угла преломления от синуса угла падения.



Задание 2. Проведите наблюдение явления полного отражения.

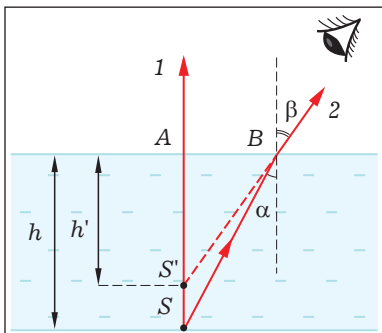


Рис. 58

Экспериментальная задача по изучению физического содержания поговорки «Не зная броду, не суйся в воду»

Оборудование: мензурка, сосуд с водой, 4–5 стеклянных плоскопараллельных пластинок, линейка с миллиметровыми делениями.

Пусть наблюдатель рассматривает предмет S , находящийся на дне водоёма, глядя на поверхность воды вертикально вниз (рис. 58).

Построим ход лучей, отражаемых предметом. Луч 1 направлен вертикально вверх, перпендикулярно поверхности воды. Этот луч не испытывает преломления на границе «вода – воздух». Луч 2 направлен под малым углом падения α . Этот луч преломляется, причём, при переходе света из оптически более плотной среды (воды) в оптически менее плотную (воздух) угол преломления β будет больше угла падения α .

$$\beta > \alpha.$$

Лучи 1 и 2 являются расходящимися. Как и в случае зеркала, мозг человека мысленно продолжает лучи 1 и 2, и наблюдателю кажется, что световые лучи исходят из точки S' – мнимого изображения предмета S .

Рассматривая мнимое изображение предмета S' , необходимо будет считать, что кажущаяся ему глубина водоёма h' меньше, чем глубина h .

$$h' < h.$$

Об этом и предупреждает пословица – не следует доверять зрительным ощущениям, не зная истинной глубины водоёма.



Задание 1. Положите на дно мензурки какой-нибудь предмет – небольшую монетку или металлическую шайбу. Наполните мензурку водой до некоторого уровня h . Глядя на предмет через слой воды, определите кажущийся уровень воды (кажущуюся глубину «водоёма») h' . Для этого нанесите на боковую стенку мензурки соответствующую метку. Определите, во сколько раз кажущийся уровень воды h' меньше реального уровня воды h . Результаты занесите в таблицу:

Реальный уровень воды h , см						
Кажущийся уровень воды h' , см						
Отношение уровней воды h/h'						

Повторите измерения при другом уровне воды в мензурке h . Сделайте вывод, зависит ли отношение уровней воды h/h' от величины реального уровня воды h .



Задание 2. Выясните, зависит ли степень уменьшения толщины слоя прозрачного вещества от рода вещества. В качестве другого «водоёма» используйте стеклянные пластинки.

§ 16. ЛИНЗЫ



16.1. В вашем распоряжении имеется источник тока, низковольтная лампа на подставке, ключ, экран, собирающая линза, измерительная лента. Первоначально, используя удалённый источник света, оцените фокусное расстояние собирающей

линзы. Затем установите лампу и экран на расстоянии L друг от друга, большем четырёх фокусных расстояний. Измерьте расстояние L . Включите лампу, поставьте между лампой и экраном собирающую линзу и, перемещая линзу между лампой и экраном, добейтесь получения на экране уменьшенного изображения лампы. Отметьте положение линзы. Не меняя расстояние L между лампой и экраном, передвиньте линзу, так чтобы получить на экране увеличенное изображение лампы. Отметьте новое положение линзы и измерьте расстояние l , на которое необходимо было переместить линзу, чтобы взамен уменьшенного изображения получить на экране увеличенное изображение лампы. Зная расстояния L и l , вычислите фокусное расстояние и оптическую силу собирающей линзы.

● **16.2.** С помощью собирающей линзы на экране получено уменьшенное в 2 раза изображение светящегося шара. Во сколько раз необходимо увеличить расстояние между шаром и линзой, чтобы можно было получить на экране изображение шара, уменьшенное в 4 раза?

● **16.3.** При выполнении лабораторной работы по определению фокусного расстояния собирающей линзы на экране было получено перевёрнутое изображение горящей свечи высотой 20 мм в том случае, когда свеча находилась от линзы на расстоянии 30 см. Когда же свечу отодвинули от линзы на расстояние 50 см, то высота изображения свечи на экране составила 10 мм. Чему равно фокусное расстояние линзы?

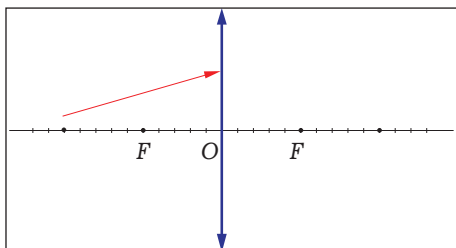


Рис. 59

● **16.4.** На рисунке 59 показан произвольный световой луч, падающий на собирающую линзу. Постройте дальнейший ход светового луча.

● **16.5.** Докажите, что оптическая сила системы двух тонких, расположенных вплотную друг к другу линз равна сумме оптических сил линз, составляющих систему. Считать, что главные оптические оси линз совпадают.

● **16.6.** На столе недалеко друг от друга лежат две одинаковые монеты. Одна из монет рассматривается через рассеивающую линзу. Линза находится над монетой на расстоянии 8 см и параллельна поверхности стола. При таком положении линзы изображение монеты в 2 раза меньше самой монеты. Чему равна оптическая сила линзы?

§ 17. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

«ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОКУСНОГО РАССТОЯНИЯ РАССЕИВАЮЩЕЙ ЛИНЗЫ»

Метод теневых зон

Оборудование: рассеивающая линза, источник света, дающий параллельный пучок световых лучей (осветитель, прямые солнечные лучи в безоблачный день), экран, линейка с миллиметровыми делениями.

Если на пути параллельного пучка световых лучей перпендикулярно этому пучку света поставить рассеивающую линзу (диаметр пучка

световых лучей должен быть больше диаметра линзы), то на экране, расположенном за линзой (плоскость экрана параллельна плоскости линзы), можно будет наблюдать три области различной освещённости (рис. 60).

Разберёмся, каково «происхождение» этих областей.

Параллельный пучок лучей, падающих непосредственно на линзу, «растягивается» рассеивающей линзой в пятно, диаметр которого на экране больше диаметра самой линзы (рис. 61). Диаметр $A'B'$ этого пятна определяется лучами SAA' и PBB' , проходящими через край линзы и преломляющимися линзой так, что мысленные продолжения этих лучей «собираются» в точке F – мнимом фокусе рассеивающей линзы. При этом длина отрезка OF – фокусное расстояние F линзы.

Параллельный пучок лучей, идущих мимо линзы, образует на экране кольцевую область (рис. 62). Внешний диаметр $K'L'$ этой кольцевой области определяется диаметром KL непосредственно самого пучка световых лучей. Внутренний диаметр области $C'D'$ определяется ходом лучей CC' и DD' , проходящих вплотную к линзе (но не через линзу, а потому эти лучи и не преломляются линзой).

Подведём итог, объединив рисунок 61 и 62 в один рисунок, на котором указаны все три области 1–3 различной освещённости (рис. 63). Центральная область 1 – это круговая область, диаметр которой равен диаметру линзы. Освещённость центральной области меньше освещённости, создаваемой параллельным пучком световых лучей (линза – рассеи-

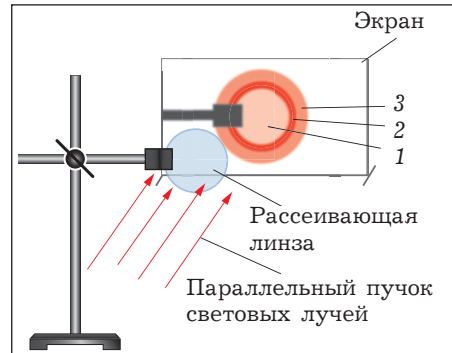


Рис. 60

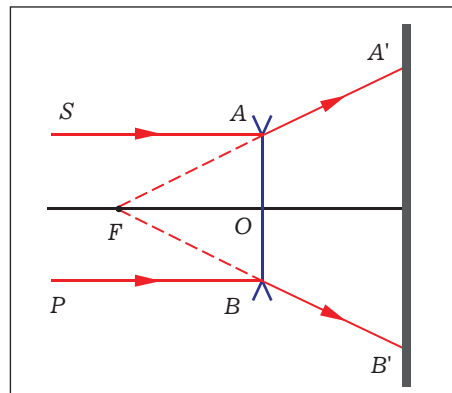


Рис. 61

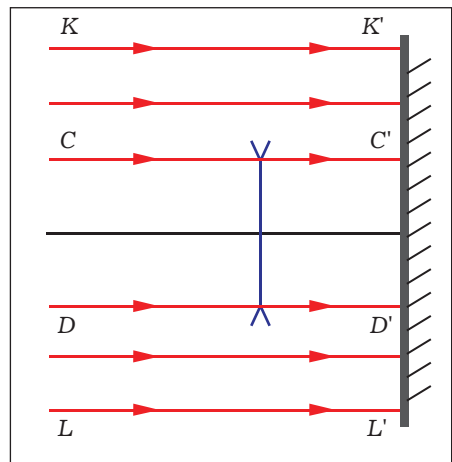


Рис. 62

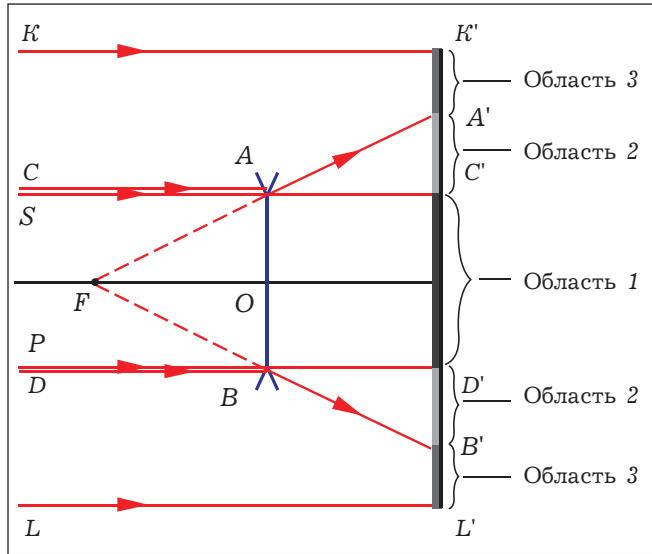


Рис. 63

вающая). Освещённость области 3 создаётся только лучами светового пучка. Кольцевая область 2 освещается не только световыми лучами параллельного пучка световых лучей, но и лучами, преломлёнными рассеивающей линзой. Следовательно, освещённость области 2 будет больше освещённости области 3 и уж тем более, больше освещённости области 1. По этой причине границы областей 1–3 отчётливо видны на экране.

Измерьте диаметр AB линзы, расстояние OO' от линзы до экрана, ширину $A'C'$ кольцевой зоны максимальной освещённости и вычислите, чему равно фокусное расстояние F рассеивающей линзы.

Метод формулы линзы

Оборудование: рассеивающая линза, источник света, близкий к точечному источнику (низковольтная лампа на подставке, источник тока, ключ, соединительные провода), экран, линейка с миллиметровыми делениями.

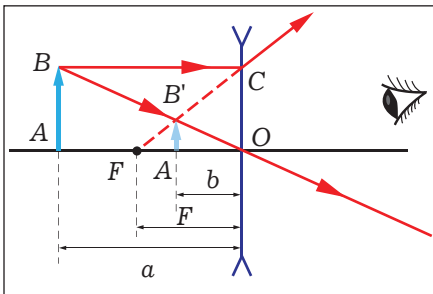


Рис. 64

Если предмет AB (рис. 64) рассматривать через рассеивающую линзу, то мы будем наблюдать мнимое уменьшенное прямое (неперевернутое) изображение $A'B'$ предмета.

Введём следующие обозначения:

F – фокусное расстояние линзы (длина отрезка OF);

a – расстояние OA от линзы до предмета;

b – расстояние OA' от линзы до мнимого изображения.

Рассмотрим треугольник OAB и треугольник $OA'B'$. Эти треугольники подобны (докажите это). Из подобия треугольников OAB и $OA'B'$ имеем:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a}. \quad (1)$$

Рассмотрим треугольник FOS и треугольник $FA'B'$. Эти треугольники подобны (докажите это). Из подобия треугольников FOS и $FA'B'$ имеем:

$$\frac{A'B'}{OS} = \frac{F-b}{F}. \quad (2)$$

Так как

$$OS = AB,$$

то из соотношений (1) и (2) имеем:

$$\frac{b}{a} = \frac{F-b}{F}$$

или

$$\frac{b}{a} = 1 - \frac{b}{F},$$

$$\frac{b}{a} - 1 = -\frac{b}{F},$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{F}. \quad (3)$$

Как видим, выведенная нами формула отличается от формулы собирающей линзы тем, что перед фокусным расстоянием F рассеивающей линзы и перед расстоянием b от линзы до мнимого изображения стоит знак минус.

Установим в произвольной точке A на оптической оси рассеивающей линзы точечный источник света на расстоянии a от линзы (рис. 65). Пусть при этом мнимое изображение источника получится в точке A' на расстоянии b от линзы.

Если бы мы смогли определить это расстояние b от линзы до мнимого изображения, то тогда, используя формулу (3), можно было бы рассчитать и фокусное расстояние рассеивающей линзы. Для решения этой проблемы обратим внимание, что, как и в случае падения на рассеивающую линзу параллельного пучка световых лучей, на экране вновь

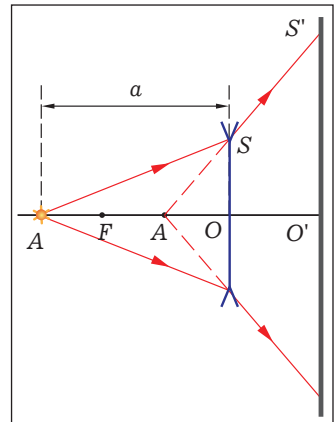


Рис. 65

наблюдаются три области, отличающиеся по освещённости. Внешняя граница кольцевой области с наибольшей освещённостью определяется ходом светового луча ASS' , падающего от точечного источника A на край рассеивающей линзы и преломляющегося так, что мысленное продолжение преломлённого луча SS' проходит через точку A' – мнимое изображение точечного источника света.

Измерьте диаметр линзы, расстояние OO' от линзы до экрана, внешний радиус $O'S'$ кольцевой зоны максимальной освещённости и определите расстояние в от линзы до мнимого изображения точечного источника света, а затем и фокусное расстояние F рассеивающей линзы.

§ 18. ГЛАЗ. ОЧКИ

Практическая работа «Измерение поля зрения»

Оборудование: рейка длиной 50 см, линейка с миллиметровыми делениями или измерительная лента.

Поле зрения человека – это угол максимального видения по вертикали и по горизонтали (рис. 66, а, б).

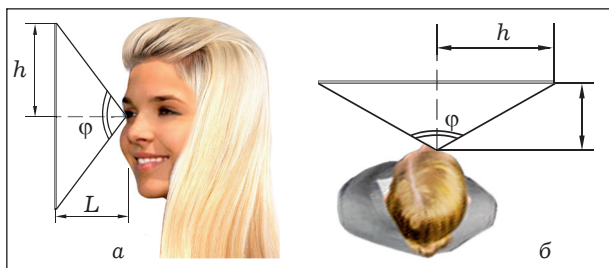


Рис. 66

Измерьте поле зрения по вертикали и по горизонтали для правого и левого глаза. Для этого возьмите рейку длиной 50 см и нанесите три метки – одну в центре рейки и две – в крайних точках. Расстояние между центральной и крайней метками будет равно

$$h = 25 \text{ см.}$$

Установите перед правым глазом рейку в вертикальном положении и, приближая её, определите то минимальное расстояние L , на котором ещё видны обе крайние метки. Повторите опыт 3–4 раза и определите среднее значение L .

Рассчитайте поле зрения по вертикали для правого глаза.

Проведите необходимые измерения и определите поле зрения по вертикали для левого глаза.

Аналогичным образом определите поле зрения по горизонтали для правого и левого глаза.

Практическая работа «Определение разрешающей способности глаза»

Оборудование: линейка с миллиметровыми делениями, измерительная лента.

В каком случае удаётся по отдельности различить две близко расположенные точки некоторого предмета? Для этого необходимо, чтобы световые лучи от этих точек попадали бы на различные светочувствительные клетки S_1 и S_2 сетчатки глаза (рис. 67). В противном случае, если световыми лучами возбуждается одна и та же светочувствительная клетка сетчатки, то различить точки предмета не удаётся.

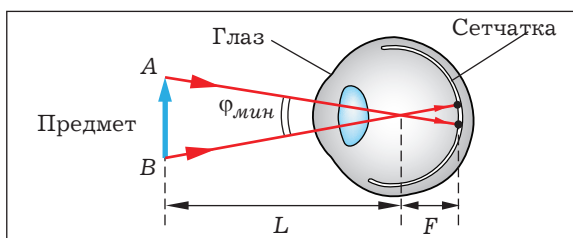


Рис. 67

Разрешающую способность глаза определим как минимальный угол зрения $\varphi_{\text{мин}}$, под которым две близко расположенные точки ещё видны раздельно.

В радианной мере угол $\varphi_{\text{мин}}$, как видно из рисунка 67, равен

$$\varphi_{\text{мин}} = \frac{A_1 A_2}{L}.$$

Вспомним, что

$$2\pi \text{ рад} = 360^\circ$$

Или

$$2\pi \text{ рад} = 360 \cdot 60'.$$

Тогда

$$\varphi_{\text{мин}} = \frac{A_1 A_2}{L} \cdot \frac{360 \cdot 60'}{2\pi}.$$



Задание 1. Закройте левый глаз, а правым глазом наблюдайте штрихи, ограничивающие миллиметровые деления на линейке.

Постепенно удаляясь от линейки, определите максимальное расстояние, на котором два соседних штриха, ограничивающих миллиметровое деление линейки, ещё не сливаются в один, а видны раздельно. Определите, какова разрешающая способность левого глаза, рассчитав минимальный угол зрения $\varphi_{\text{мин}}$.

Проделайте аналогичные измерения и определите разрешающую способность правого глаза.



Задание 2. Оцените расстояние между светочувствительными клетками в сетчатке глаза. Фокусное расстояние оптической системы глаза F (рис. 67) равно 17 мм.

Задача на расчёт оптической силы очков

● **18.1.** Какие очки следует прописать близорукому человеку, который может читать текст, расположенный от глаз не далее 20 см? Какие очки следует прописать дальнозоркому человеку, который может читать текст, расположенный от глаз не ближе 50 см? Расстояние наилучшего зрения 25 см.

§19. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «ИЗУЧЕНИЕ МОДЕЛИ ТЕЛЕСКОПА»

Оборудование: собирающие линзы (две), штативы лабораторные с лапкой (два), линейка с миллиметровыми делениями, проектор, проецирующий на экран слайд с изображением сетки с квадратными делениями и предметов в виде вертикальных или горизонтальных стрелок (один на кабинет)¹.

Допустим, наблюдатель рассматривает удалённый предмет (рис. 68).

Вы знаете, что если световые лучи от точек A и B предмета попадут на различные светочувствительные клетки S_1 и S_2 сетчатки глаза, то возникнет два разных электрических нервных импульса, благодаря которым в мозге наблюдателя сформируется изображение точек A и B как различных точек предмета. Значит, для того, чтобы наблюдатель смог различить точки удалённого предмета по отдельности, необходимо увеличить угол α , под которым видны эти точки. Это можно сделать с помощью *телескопа-рефрактора*. Простейший телескоп-рефрактор – это оптическая система, содержащая две собирающие линзы – *объектив* и *окуляр*. В качестве объектива используют длиннофокусную линзу большого диаметра, в качестве окуляра – короткофокусную линзу малого диаметра.

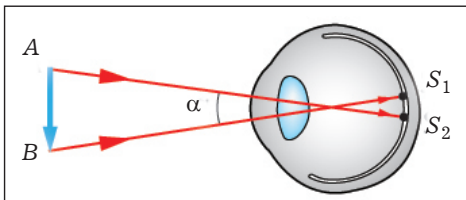


Рис. 68

На рисунке 69 показан ход лучей в телескопе-рефракторе. Так как линза-объектив наводится на удалённый предмет, то действительное изображение $A'B'$ предмета AB получается от объектива на расстоянии, которое практически равно фокусному расстоянию объектива $F_{об}$. (Докажите это, используя формулу линзы.) Окуляр телескопа располагают так, чтобы расстояние от «объективного изображения»

На рисунке 69 показан ход лучей в телескопе-рефракторе.

Так как линза-объектив наводится на удалённый предмет, то действительное изображение $A'B'$ предмета AB получается от объектива на расстоянии, которое практически равно фокусному расстоянию объектива $F_{об}$. (Докажите это, используя формулу линзы.) Окуляр телескопа располагают так, чтобы расстояние от «объективного изображения»

¹ При отсутствии проектора можно начертить стрелки на классной доске или использовать демонстрационный метр.

$A'B'$ до окуляра было чуть меньше фокусного расстояния окуляра $F_{\text{окул}}$. В этом случае в глаз наблюдателя попадает расходящийся пучок световых лучей, и «оптически-мозговая» система глаза формирует мнимое изображение $A''B''$ предмета.

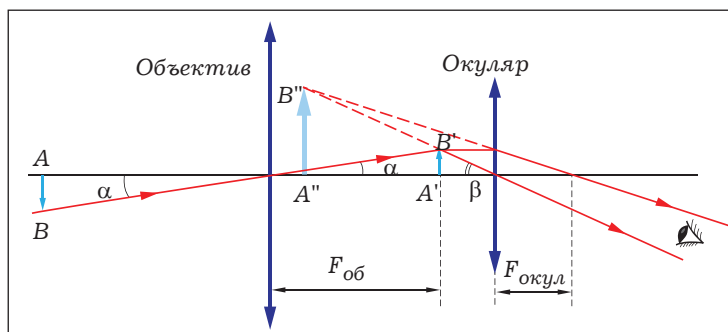


Рис. 69

Практически же задний фокус объектива стараются совместить с передним фокусом окуляра. В этом случае изображение, созданное объективом, находится от окуляра на расстоянии, равном фокусному расстоянию окуляра. Следовательно, после прохождения световых лучей через окуляр на хрусталик глаза падает параллельный пучок световых лучей. Такая же ситуация наблюдается и в случае рассматривания глазом удалённого предмета, а как известно, человек с нормальным зрением рассматривает удалённые предметы без напряжения зрительных мышц. При этом угол β , под которым в том случае будут видны крайние точки изображения $A''B''$ предмета, *значительно больше* угла α , под которым видны крайние точки предмета AB , если его рассматривать невооружённым глазом, без телескопа (рис. 69).

Определим угловое увеличение телескопа Γ как отношение угла β , под которым предмет виден с помощью телескопа, к углу α , под которым виден предмет невооружённым глазом:

$$\Gamma = \frac{\beta}{\alpha}. \quad (1)$$

С помощью калькулятора вычислим значения тангенсов углов от 1 до 10° и найдём отношение тангенсов углов.

Например:

$$\frac{\text{tg } 3^\circ}{\text{tg } 1^\circ} = 3,00,$$

$$\frac{\text{tg } 5^\circ}{\text{tg } 4^\circ} = 1,25,$$

$$\frac{\operatorname{tg} 10^\circ}{\operatorname{tg} 1^\circ} = 10,1.$$

Таким образом, мы видим, что для малых углов (с которыми мы имеем дело при вычислении углового увеличения телескопа Γ) мы вправе в формуле (1) заменить отношение углов отношением тангенсов этих углов:

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha}. \quad (2)$$

Значения тангенсов углов α и β легко определить (рис. 69):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{A'B'}{F_{\text{об}}},$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{A'B'}{F_{\text{окул}}}.$$

Тогда формула (2) примет вид

$$\Gamma = \frac{F_{\text{об}}}{F_{\text{окул}}}. \quad (3)$$



19.1. Почему простейший телескоп-рефрактор – это комбинация длиннофокусного объектива и короткофокусного окуляра?



19.2. Почему в качестве объектива телескоп-рефрактора используют длиннофокусную линзу большого диаметра?



Задание 1. Измерьте фокусное расстояние собирающих линз. Определитесь, какая из линз будет использована вами в качестве объектива, а какая из линз – в качестве окуляра при сборке модели телескопа.



Задание 2. Проведите расчёт углового увеличения Γ модели телескопа, используя формулу (3).



Задание 3. Закрепите линзы в штативах на одинаковой высоте, установите их на учебном столе на максимально возможном расстоянии от предметов, выбранных в качестве объектов наблюдения. Расположите штативы с линзами на расстоянии друг от друга, равном сумме фокусных расстояний объектива и окуляра. Пронаблюдайте чёткое изображение предметов (при необходимости переместите объектив и окуляр относительно друг друга).

Пусть наблюдаемый вами предмет реально имеет размер h . Одним глазом смотрите на предмет через телескоп, а другим глазом – непосредственно на предмет. Оцените кажущийся размер изображения предмета H . Рассчитайте экспериментальное значение увеличения модели телескопа $\Gamma_{\text{экс}}$ по формуле

$$\Gamma_{\text{экс}} = \frac{H}{h}.$$

Повторите измерения с другими предметами. Результаты занесите в таблицу:

Номер опыта	Кажущийся размер изображения предмета H , см	Реальный размер предмета h , см	Увеличение модели телескопа $\Gamma_{\text{экс}}$

Сравните теоретическое значение углового увеличения Γ модели телескопа, рассчитанное по формуле (3) со значением увеличения $\Gamma_{\text{экс}}$, определённым экспериментально.

§ 20. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «ИЗУЧЕНИЕ МОДЕЛИ МИКРОСКОПА»¹

Оборудование: короткофокусная собирающая линза (две), штатив лабораторный (два), низковольтная лампа на подставке, источник тока, ключ, соединительные провода, матовое стекло (два), сетка миллиметровая на стекле, линейка с миллиметровыми делениями.

Оптическая схема простейшего микроскопа состоит из двух короткофокусных собирающих линз – объектива и окуляра. Предмет AB располагают на расстоянии от объектива, немного большем фокусного расстояния объектива $F_{\text{об}}$ (рис. 70). В этом случае объектив даёт действительное перевёрнутое увеличенное изображение $A'B'$ предмета.

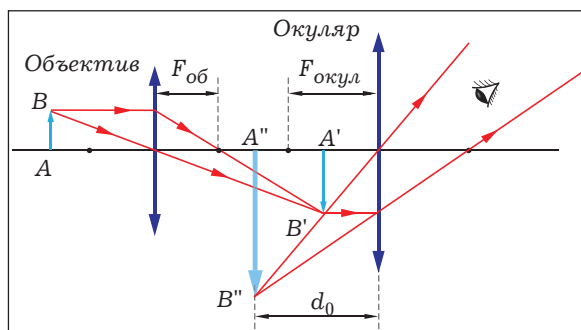


Рис. 70

¹ В основу параграфа положено инструкция к выполнению соответствующей лабораторной работы из пособия: Практикум по физике в средней школе: Дидакт. материал / В.А. Буров, Ю.И. Дик, Б.С. Зворыкин и др.; Под ред. А.А. Покровского. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1982. – 192 с.

Окуляр же микроскопа перемещают таким образом, чтобы расстояние от изображения $A'B'$ до окуляра было меньше фокусного расстояния окуляра $F_{\text{окул}}$. Тогда окуляр даёт мнимое прямое увеличенное изображение $A''B''$.

Задание 1. Измерьте фокусное расстояние собирающих линз. Решите, какая линза будет использована вами в качестве объектива, а какая – в качестве окуляра при сборке модели микроскопа.

Задание 2. Пусть в собираемой вами модели микроскопа объектив даёт увеличение в 2 раза, то есть

$$\frac{A'B'}{AB} = 2.$$

Зная фокусное расстояние объектива $F_{\text{об}}$, вычислите, на каком расстоянии a от предмета AB необходимо расположить объектив, чтобы получить увеличенное в 2 раза изображение предмета, а также вычислите, на каком расстоянии от объектива b будет находиться увеличенное в 2 раза изображение $A'B'$ предмета.

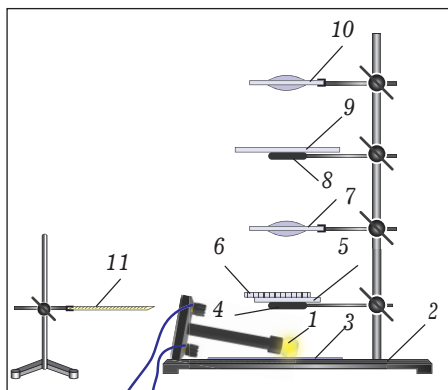


Рис. 71

Подключите к источнику тока лампу 1, положите её на основание штатива 2, подложив под лампу лист белой бумаги или металлической фольги 3, который будет выполнять роль отражателя света (рис. 71). Закрепите на штативе кольцо 4, расположив его над лампой на высоте 4–5 см. Положите на кольцо матовое стекло 5, а на него стекло 6 с миллиметровой сеткой. Деления миллиметровой сетки и будут выполнять роль предмета AB , рассматриваемого в микроскоп.

Объектив 7 микроскопа установите над миллиметровой сеткой на высоте, равной ранее вычисленному вами расстоянию a . Закрепите на штативе над объективом кольцо 8 на высоте, равной ранее вычисленному вами расстоянию b . Положите на кольцо матовое стекло 9, включите лампу 1 и наблюдайте на матовом стекле изображение сетки. Если изображение сетки нерезкое, то слегка передвиньте по высоте кольцо с матовым стеклом и добейтесь улучшения резкости изображения.

Положите на матовое стекло линейку и измерьте, сколько миллиметров составляет ширина одного деления на изображении. Сделайте вывод, правильно ли вами проведена установка объектива микроскопа на увеличение « $\times 2$ ».



Задание 3. Закрепите на штативе над матовым стеклом 9 окуляр микроскопа 10 на высоте, равной фокусному расстоянию окуляра. Уберите матовое стекло 9 и наблюдайте через окуляр микроскопа деления миллиметровой сетки 6 (глаз располагайте вплотную к окуляру). Убедитесь, что модель микроскопа «объектив – окуляр» даёт большее увеличение, чем один объектив.



Задание 4. Экспериментально определите увеличение модели микроскопа. Для этого рядом с моделью микроскопа необходимо в лапке штатива закрепить горизонтально линейку 11 с миллиметровыми делениями, так, чтобы вы имели возможность левым глазом рассматривать деления линейки, а правым глазом в окуляр микроскопа – деления сетки. Расположите линейку от левого глаза на расстоянии наилучшего зрения $d_0 = 25$ см. Глядя левым глазом на деления линейки, а правым глазом в окуляр микроскопа, добейтесь того, чтобы деления сетки наблюдались вами на фоне делений линейки. Определите, сколько миллиметров линейки приходится на одно деление сетки.

В собранной вами модели микроскопа, увеличение объектива выбрано равным двум (рис. 70):

$$\frac{A'B'}{AB} = 2;$$

увеличение окуляра (рис. 70) $A''B''/A'B'$ равно

$$\frac{A''B''}{A'B'} = \frac{d_0}{F_{\text{окул}}}.$$

Ясно, что теоретическое значение увеличения микроскопа $A''B''/AB$ равно произведению увеличения объектива на увеличение окуляра:

$$\frac{A''B''}{AB} = \frac{A'B'}{AB} \cdot \frac{A''B''}{A'B'}.$$

Проведите расчёт теоретического значения собранной вами модели микроскопа и сравните его со значением увеличения, определённым экспериментально. Сделайте вывод.



Задание 5. Соберите модель микроскопа, выбрав увеличение объектива равным 2,5.

РАЗДЕЛ 4. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

§ 21. Фотоэффект

§ 22. Закон радиоактивного распада. Энергетический выход ядерных реакций

§ 23. Регистрация частиц

§ 21. ФОТОЭФФЕКТ

Фотоэффект – физическое явление, обусловленное взаимодействием электромагнитного излучения (света) с веществом. Различают внутренний фотоэффект и внешний фотоэффект.

Внутренний фотоэффект – увеличение числа свободных носителей заряда в полупроводниках, происходящее при освещении его светом и поглощении световой энергии. Это приводит к изменению сопротивления полупроводниковых приборов – фоторезисторов (рис. 72).



Рис. 72. Фоторезистор ФРТ 765. Если направить на фоторезистор свет, то его сопротивление уменьшается более чем в 100 раз. Прибор работает в оптическом диапазоне



21.1. Где, по вашему мнению, можно использовать фоторезисторы?

Внешний фотоэффект – вырывание электронов из металла светом, падающим на металл. Одна из характерных особенностей внешнего фотоэффекта заключается в том, что вырывание электронов происходит не под действием какой угодно световой энергии. Закрепим цинковую пластинку на стержне электрометра и сообщим ей отрицательный заряд. Направим на пластинку поток видимого света от оптического осветителя (рис. 73, а). При освещении пластинки видимым светом заряд пластинки не изменяется, электроны не покидают металл, внешний фотоэффект не происходит.

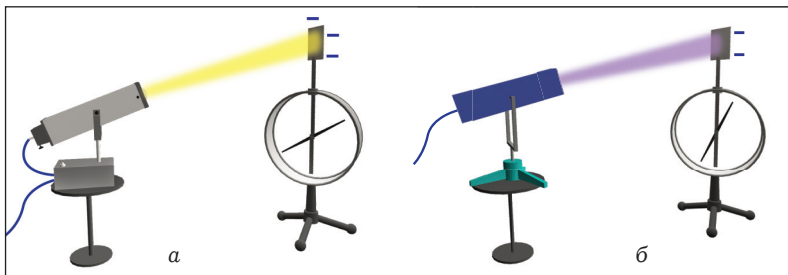
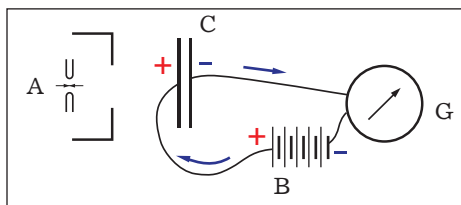


Рис. 73

Иная ситуация наблюдается, если использовать источник ультрафиолетового излучения (рис. 73, б). В этом случае пластинка и электрометр быстро теряют заряд, происходит фотоэффект – ультрафиолетовое излучение выбивает электроны из цинковой пластинки.

Доскональное исследование внешнего фотоэффекта было проведено в своё время русским физиком Александром Григорьевичем Столетовым. Его экспериментальная установка содержала два металлических диска, установленных вертикально и параллельно друг другу перед электрическим фонарём, из которого вынуты все стёкла (рис. 74). В фонаре имелась лампа с вольтовой дугой, питаемая динамо-машиной (обыкновенно около 70 В и 12 А). Один из дисков, ближайший к фонарю, был сделан из тонкой металлической сетки – латунной или железной, которая была натянута в тонком кольце; другой диск – сплошной (металлическая пластинка). Диски соединены между собой проволокой, в которую введены – гальваническая батарея и чувствительный гальванометр. Чувствительность гальванометра была такова, что одно деление соответствовало $6,7 \cdot 10^{-10}$ А. Два диска представляли воздушный конденсатор, заряжаемый сравнительно невысоким напряжением. Так как передний диск представлял собой тонкую металлическую сетку, то задний диск мог быть освещаемым лучами вольтовой дуги со внутренней стороны, то есть той, где преимущественно накапливается электрический заряд. Такая конструкция оказалась наиболее удобной, чтобы обнаружить разряжающее действие лучей¹.



А – вольтова дуга (мощный источник света, богатый ультрафиолетом),
 С – два диска,
 Б – гальваническая батарея,
 Г – гальванометр

Рис. 74

Основные результаты, полученные Столетовым при изучении внешнего фотоэффекта, были им сформулированы следующим образом:

«Деятельные лучи суть лучи ультрафиолетовые, и притом особенно малой длины волны ... – лучи, которых нет в солнечном спектре (благодаря, конечно атмосферному поглощению). ...

Разряжающим действием обладают – если не исключительно, то с громадным превосходством перед прочими – лучи самой высокой пре-

¹ По работе: Столетов, А.Г. Актино-электрические исследования. – СПб., 1889. – 48 с.

ломляемости, недостающие в солнечном спектре ($\lambda < 295 \cdot 10^{-6}$ мм). Чем спектр обильнее такими лучами, тем сильнее действие. ...

Для разряда лучами необходимо, чтобы лучи поглощались поверхностью тела. Чем больше поглощение активных лучей, тем поверхность чувствительнее к их разряжающему действию. ...

Разряжающее действие лучей обнаруживается даже при весьма кратковременном освещении, причём между моментом освещения и моментом соответствующего разряда не протекает заметного времени. ...

Разряжающее действие ... пропорционально энергии активных лучей, падающих на разряжаемую поверхность».



21.2. Какова связь между скоростью света, длиной волны и частотой электромагнитного излучения (света)?

Экспериментально установленные особенности явления внешнего фотоэффекта являлись настоящей загадкой для физиков-теоретиков. Почему, например, вырывание электронов из цинковой пластины происходит только под действием высокочастотного ультрафиолетового излучения? Ведь если свет – это электромагнитная волна, то электрическое поле падающей на металл световой волны окажет силовое воздействие на свободный электрон в металле, и электрон будет совершать вынужденные колебания при любой частоте волны. Если же амплитуда колебаний электрического поля велика (при большой интенсивности поглощаемого света), то на электрон будет действовать со стороны электрического поля такая значительная сила, что электрон должен вылететь из металла. Но это рассуждение опровергается экспериментальными фактами!

Оказалось, что явление внешнего фотоэффекта находит своё объяснение только в рамках квантовой теории света.



21.3. По теории теплового излучения немецкого физика-теоретика Макса Планка атомы вещества излучают свет отдельными порциями – квантами. Как энергия кванта E связана с частотой электромагнитного излучения (частотой света)?

Квантовая теория фотоэффекта была разработана Альбертом Эйнштейном в 1905 г. В соответствии с этой теорией кванты, излучённые источником света, «сохраняют свою индивидуальность» в световом потоке и, достигнув металла, отдельный квант света взаимодействует с отдельным электроном в металле, передавая ему целиком всю свою энергию E .

Что происходит далее с электроном, получившим порцию энергии – энергию кванта E ?

При малой частоте излучения полученная электроном избыточная энергия невелика. Этой энергии будет недостаточно для совершения электроном работы по преодолению сил притяжения со стороны кристаллической решётки металла. В итоге электрон останется в металле – фотоэффект не произойдёт.

При большой частоте излучения избыточная энергия электрона достаточно велика. Если этой энергии хватит для совершения электроном работы по «преодолению оков» кристаллической решётки металла, то электрон вылетит из металла – произойдёт фотоэффект. На что в этом случае будет израсходована энергия кванта E ? *Во-первых*, часть энергии тратится на совершение электроном работы по вылету из металла. Эту работу так и называют – работа выхода $A_{\text{вых}}$. Работа выхода для различных металлов имеет разное значение, и она измерена физиками-экспериментаторами. *Во-вторых*, оставшаяся после совершения работы выхода энергия – это кинетическая энергия электрона $E_{\text{к}}$.

В соответствии с законом сохранения энергии

$$E = A_{\text{вых}} + E_{\text{к}}$$

Теория фотоэффекта Эйнштейна позволила объяснить как результаты опытов Столетова, так и другие закономерности фотоэффекта.



21.4. Американский физик Роберт Эндрюс Милликен (1868–1953), лауреат Нобелевской премии по физике «за работы по определению элементарного электрического заряда и по фотоэлектрическому эффекту» (1923) в течение практически десяти лет изучал явление фотоэффекта и экспериментально установил, что кинетическая энергия электронов, вырванных светом из металла, линейно зависит от частоты света. Подтверждают ли результаты этих опытов Милликена квантовую теорию фотоэффекта Эйнштейна?

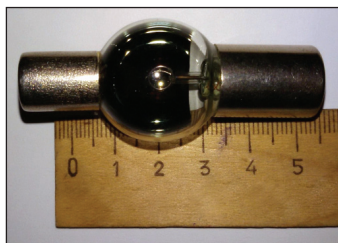
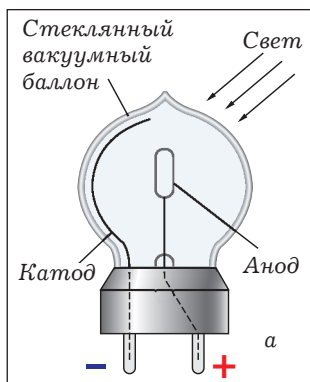
● **21.1.** А. Г. Столетов в работе «Актино-электрические исследования», посвященной изложению полученных им результатов экспериментального изучения явления фотоэффекта, в частности писал: «Актино-электрический ток¹ мгновенно (говоря практически) прекращается, как скоро лучи задержаны экраном. Таким экраном может служить не только непрозрачная пластинка из металла, дерева, картона, но и всякое стекло. Даже весьма тонкая тщательно оптически обработанная стеклянная пластинка вполне и мгновенно уничтожает действие лучей». Как объяснить наблюдавшееся Столетовым явление?

● **21.2.** При какой максимальной длине волны излучения прекратится фотоэффект с цинковой пластины? Работа выхода для цинка равна 4,2 эВ.

● **21.3.** Вакуумный фотоэлемент (рис. 75) представляет собой стеклянный вакуумный баллон, часть внутренней поверхности которого покрыта слоем металла (катод фотоэлемента). В центре прибора располагается металлическое кольцо (анод фотоэлемента). При включении фотоэлемента в электрическую цепь последовательно с микроамперметром и постоянным источником напряжения (анод фотоэлемента должен быть подключен к плюсу источника) в электрической цепи возникает ток, если направлять поток света на катод фотоэлемента. В случае применения в фотоэлементе сурьмяно-цезиевого катода ток прекращается при длине волны светового излучения 670 нм. Начертите график зависимости скорости электронов, вырванных светом из сурьмяно-

¹ В современной физической литературе этот термин не используется, в настоящее время пишут: «электрический ток при фотоэффекте» или «фототок».

цезиевого катода фотоэлемента, от длины волны света в оптическом диапазоне (380 нм – 780 нм). Чему равна максимально возможная кинетическая энергия электронов, «покидающих» сурьмяно-цезиевый катод при использовании светового излучения в указанном диапазоне длин волн?



б

Рис. 75

§ 22. ЗАКОН РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ВЫХОД ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Одно из широко известных физических явлений – явление радиоактивности, которое можно определить, как способность атомных ядер некоторых химических элементов самопроизвольно превращаться в ядра других химических элементов с испусканием частиц и квантов электромагнитного излучения. Как и при любом другом физическом явлении, в процессе радиоактивного превращения выполняются фундаментальные физические законы: закон сохранения энергии, закон сохранения импульса, закон сохранения электрического заряда.

Также одной из закономерностей явления является закон радиоактивного распада: для каждого радиоактивного элемента скорость его радиоактивного превращения есть величина постоянная и она не меняется с течением времени. Математически закон радиоактивного распада выражается следующей формулой

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T}},$$

где N_0 – число атомов радиоактивного вещества в первоначальный момент времени;

N – число оставшихся (избежавших распада) атомов радиоактивного вещества к моменту времени t ;

T – период полураспада (промежуток времени, в течение которого испытывает превращение половина ядер атомов радиоактивного вещества).

Закон радиоактивного распада важен не только для физиков – этот закон позволяет осуществлять датирование археологических и геологических объектов. Возраст событий «на глубину» до пятидесяти – шестидесяти тысяч лет определяют, как правило, по методу радиоуглеродной датировки с применением изотопа углерода $^{14}_6\text{C}$, имеющего период полураспада 5730 лет.



1.1. Почему предельный возраст образца, который может быть точно определён радиоуглеродным методом, составляет около 60 000 лет?

При датировании более древних событий опираются на радиоактивные изотопы, имеющие более продолжительный период полураспада. Как, например, поступают учёные, если им необходимо датировать остатки стоянки первобытных существ или части их скелета, возраст которой может составлять миллион и более лет? В этом случае они проводят датирование минералов и горных пород в том слое, где сделаны находки, используя изотопы – радиоактивные «долгожители», например, изотоп урана $^{238}_{92}\text{U}$ или изотоп калия $^{40}_{19}\text{K}$.

Датирование по трекам самопроизвольного деления урана. Широко известен факт деления изотопов урана под воздействием нейтронов. Но оказывается, в природе наблюдается и самопроизвольное деление ядра урана на два осколка с испусканием нескольких нейтронов. Ядра-осколки под действием сил электрического отталкивания разлетаются в противоположных направлениях с большой энергией и «выжигают» в теле минерала, внутри которого имеются атомы урана, микроскопические цилиндрические полости – треки – длиной в сотую долю миллиметра. После специальной химической обработки эти треки видны под микроскопом (рис. 76). Чем больше атомов урана в качестве примеси содержит кристалл и чем старше кристалл, тем больше треков обнаружит исследователь в кристалле. Зная содержание урана в исследуемом образце, и подсчитав плотность треков можно определить возраст минерала.

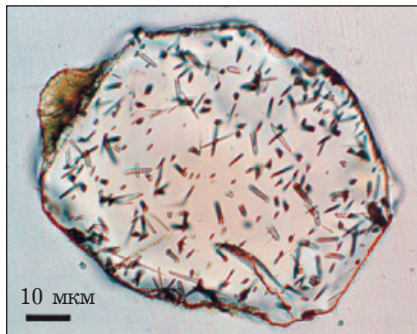


Рис. 76. Треки самопроизвольного деления урана-238 в природном кристалле апатита (треки «вскрыты» путём химического травления в азотной кислоте)

Калий-аргоновое датирование. Калий-аргоновое датирование основано на использовании радиоактивного изотопа калия $^{40}_{19}\text{K}$, среднее содержание которого составляет чуть более 0,01% от всего калия в природе (в основном в природе калий встречается в виде стабильных изотопов калий-39 и калий-41). Период полураспада изотопа $^{40}_{19}\text{K}$ огро-

мен – около 1,3 млрд лет (по этой причине изотоп $^{40}_{19}\text{K}$ и сохранился со времени образования нашей планеты до настоящего времени).

Радиоактивные превращения изотопа $^{40}_{19}\text{K}$ происходят по двум «каналам»:

- β -распад;
- захват ядром изотопа орбитального электрона.

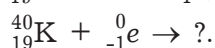
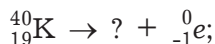
В результате образуется изотоп аргона и по его содержанию в исследуемом минерале определяют возраст образца.

● **22.1.** а) В верхних слоях атмосферы при столкновении нейтронов с ядрами атмосферного азота образуется изотоп углерода-14. Напишите происходящую при этом реакцию. Полученный изотоп углерода β -радиоактивен. Напишите реакцию β -распада.

б) Допишите реакцию самопроизвольного распада изотопа урана $^{238}_{92}\text{U}$:

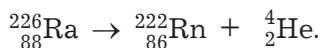


в) Допишите реакцию β -распада изотопа $^{40}_{19}\text{K}$ и реакцию захвата ядром изотопа орбитального электрона:

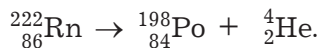


● **22.2.** Препараты, содержащие радиоактивное вещество принято характеризовать их активностью – числом радиоактивных распадов (превращений ядер радиоактивных изотопов) в единицу времени. Очевидно, чем больше первоначальное число атомов радиоактивного вещества в препарате, тем выше его активность. С течением времени за счёт происходящих распадов ядер число атомов радиоактивного вещества уменьшается, а значит, уменьшается и активность препарата.

В 1903 г. Эрнест Резерфорд и Фредерик Содди проводили изучение радиоактивности некоторых химических элементов и в частности радия. Изотоп $^{226}_{88}\text{Ra}$ α -активен:



Образующийся при этом изотоп $^{222}_{86}\text{Rn}$ (радон) представляет собой вещество в газообразном состоянии. Газ радон в свою очередь также радиоактивен:



В ходе проведения экспериментов Резерфорд и Содди вводили определённую порцию радона (образовавшегося при α -распаде радия) в измерительный сосуд, который был включен в электрическую цепь. При радиоактивном распаде радона возникающие α -частицы вызывали ионизацию воздуха в измерительном сосуде и регистрируемый в цепи электрический ток являлся мерой активности радона.

«Измерения повторялись через соответствующие интервалы времени на протяжении 33 дней, пока эффект не стал слишком малым для проведения точных измерений.

Ниже приведены результаты:

Время t , ч	0	20,8	187,6	354,9	521,9	786,9
Относительная активность A , %	100	85,7	24,0	6,9	1,5	0,19

Видно, что активность убывает со временем».

По результатам, полученным Резерфордом и Содди, постройте график зависимости относительной активности радона-222 от времени и определите его период полураспада. Сравните полученный результат с современным справочным значением периода полураспада радона-222.

● **22.3.** Радиоактивный изотоп фосфор-32 применяется в медицине для диагностических и лечебных целей, для изучения процесса обмена веществ. Изотоп является источником β -излучения с энергией 1,7 МэВ, период полураспада 14 дней. Вообразим, что вся энергия, выделившаяся за 28 дней при распаде ядер изотопа фосфора-32, содержащихся в 0,10 мг вещества, пошла на нагревание воды. Сколько литров воды можно было бы в этом случае нагреть от комнатной температуры до температуры кипения?

● **22.4.** Мощность излучения, приходящегося на единицу поверхности (которая расположена перпендикулярно падающим лучам) называют плотностью потока энергии. Плотность потока излучения Солнца, падающего на Землю (без учёта поглощения атмосферой) составляет 1,4 кВт/м². На сколько по причине излучения уменьшается за сутки масса Солнца?

● **22.5.** В 1932 г. американский физик-экспериментатор Карл Дейвид Андерсон (лауреат Нобелевской премии по физике 1936 г.) открыл новую частицу – позитрон. Позитрон – «двойник электрона, он имеет такую же массу, как и электрон, но обладает положительным электрическим зарядом, численно равным заряду электрона.

При «встрече» электрона (e^-) с его античастицей – позитроном (e^+) происходит их превращение в кванты электромагнитного излучения (γ -кванты):

$$e^- + e^+ = \gamma_1 + \gamma_2, \quad (1)$$

где γ_1 и γ_2 – возникшие кванты электромагнитного излучения.

Этот процесс принято называть *аннигиляцией* (от позднелатинского *annihilatio* – уничтожение, исчезновение), но такой термин нельзя считать удачным, так как в процессе аннигиляции материя не уничтожается, а происходит её превращение из одной формы в другую.

Если электрон и позитрон покоятся относительно друг друга, то первоначальный импульс системы «электрон – позитрон» равен нулю и из закона сохранения импульса следует, что

$$\vec{p}\gamma_1 + \vec{p}\gamma_2 = 0$$

или

$$\vec{p}\gamma_1 = -\vec{p}\gamma_2,$$

где $\vec{p}\gamma_1$ и $\vec{p}\gamma_2$ – импульсы γ -квантов.

Следовательно, в этом случае возникают *одинаковые γ -кванты*.
Уравнение (1) реакции аннигиляции будет тогда иметь вид:

$$e^- + e^+ = 2\gamma.$$

Вычислите длину волны излучения возникающих при этом γ -квантов.

§ 23. РЕГИСТРАЦИЯ ЧАСТИЦ

23.1. На рисунке 77 воспроизведена фотография треков α -частиц в камере Вильсона, полученная сотрудником Резерфорда Патриком Мейнардом Стюартом Блэкеттом (лауреат Нобелевской премии по физике 1948 г.). На фотографии зафиксировано столкновение одной из альфа-частиц с неподвижным ядром некоторого атома. Точка столкновения – это точка «раздвоения» трека. Вилка (раздвоение трека) имеет угол 90° , то есть альфа-частица и ядро атома разлетаются под прямым углом друг к другу. Какой вывод о массе ядра можно сделать из анализа треков?

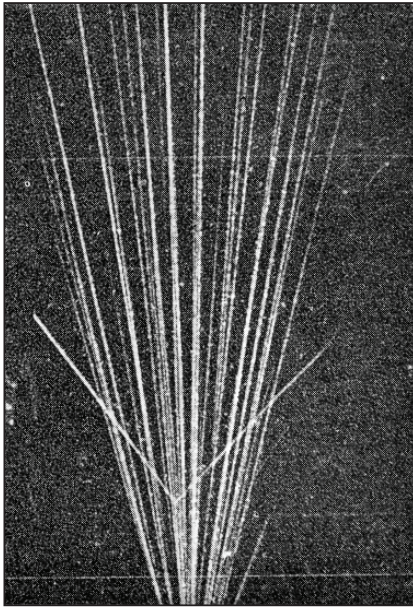


Рис. 77



Рис. 78

23.2. На рисунке 78 приведена фотография треков α -частиц в камере Вильсона. На фотографии зафиксирован случай столкновения одной из α -частиц с неподвижным ядром некоторого атома. Определите, во сколько раз масса ядра атома больше массы α -частицы. Считать, что скорости взаимодействующих частиц лежат в плоскости фотографии.

23.3. На рисунке 79 приведена фотография треков частиц в камере Вильсона, помещённой в магнитное поле. В центре фотографии (точка *A*) зафиксирован распад ядра атома под действием нейтрона на четыре α -частицы. Определите, распад ядра какого элемента произошёл в точке *A*.

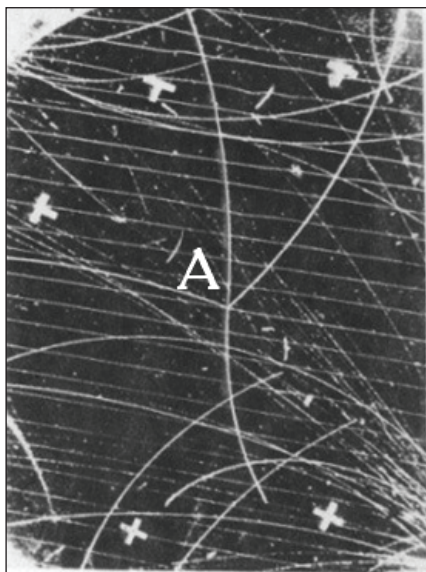


Рис. 79

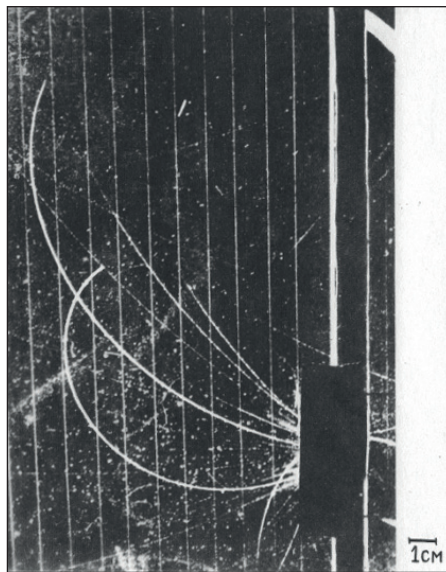


Рис. 80

24.4. На рисунке 80 приведена фотография треков частиц в камере Вильсона, помещённой в магнитное поле. Нижний трек принадлежит протону, имеющему начальную кинетическую энергию 1,6 МэВ. Определите силу, действующую на протон со стороны магнитного поля на начальном участке его траектории в камере Вильсона. Примечание. Учтите, что на фотографии указан её масштаб.



23.5. Используя дозиметр, измерьте мощность дозы излучения (в мкЗв/ч), обусловленного естественным радиационным фоном. Оцените, какую энергию будет поглощена телом человека за счёт естественного радиационного фона за год.

Часть 2. Указания

Расширять свои знания можно только тогда, когда смотришь прямо в глаза своему незнанию.

*Константин Дмитриевич Ушинский
(1823–1870/71), русский педагог, писатель,
основоположник научной педагогики в России.*

К 1.2. Подумайте, как должна быть направлена скорость катера, чтобы он максимально быстро приближался к противоположному берегу реки.

К 1.3. Катер будет двигаться по кратчайшей траектории, если вектор скорости катера относительно берега перпендикулярен берегу.

К 1.5. Охотник решил пройти по лугу больше 4,5 км, а по дороге – меньше 6 км.

К 1.6. Наиболее просто ответить на вопрос задачи, если угол α между верёвками равен нулю. Тогда скорость движения лодки $v_{\text{лодка}}$ очевидна будет равна скорости движения верёвки v :

$$v_{\text{лодка}} = v.$$

Обратите внимание, этот пример убедительно показывает, что предположение о том, что

$$\vec{v}_{\text{лодка}} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

не является верным.

К 2.2. Путь, пройденный телом, можно определить, используя график скорости.

К 2.3. Обратите внимание, мы не можем утверждать, что время разгона и время торможения равны. Вероятно, вам будет полезно ещё раз обратиться к решению предыдущей задачи.

К 2.4. Проводя расчёт пути, пройденного моделью гоночного автомобиля, учтите, что при одновременной работе двигателей модель будет двигаться с ускорением $a_1 + a_2$.

К 2.5. Учтите, что скорость, с которой с которой мимо вас начинает проезжать предпоследний вагон тем больше, чем больше время запаздывания часов.

К 3.1. Отсутствие проскальзывания ременной передачи является существенным условием, позволяющим определить период вращения фрезы.

К 3.2. Подумайте, на сколько переместится велосипед за время равное периоду вращения колеса (то есть за время, за которое колесо совершит один оборот).

К 3.3. Пусть в некоторый момент времени наблюдается противостояние Земли и Марса. После этого Земля «обгоняет» Марс, за 1 год совершает полный оборот вокруг Солнца относительно звёзд и необходимо ещё некоторое время, чтобы «догнать» Марс. Таким образом, ясно, что промежуток времени между двумя противостояниями не равен звёздному периоду Земли.

К 3.4. Для расчёта центростремительного ускорения автомобиля в конце криволинейного участка необходимо знать скорость автомобиля в этой точке траектории и радиус кривизны траектории.

К 4.2. Произведя несколько выстрелов, вы получите возможность определить начальную скорость вылета шарика из баллистического пистолета.

К 4.3. Пусть вода вытекает с определённой скоростью из отверстия известного размера. Чем большее время вытекает вода, тем больше будет масса вытекшей воды.

К 4.4. Известно, что если тело движется по дуге окружности с постоянной по модулю скоростью, то вектор ускорения тела перпендикулярен вектору скорости тела.

К 5.1. Ускорение, с которым движется тело, определяется силами, приложенными к телу, и массой тела. Проанализируйте, какие силы вызывают ускоренное движение скрепки по гладкой поверхности линейки.

К 5.2. Ускоренное движение пассажира автомобиля происходит под действием сил, приложенных к пассажиру – силы тяжести и силы реакции (силы упругости) со стороны кресла.

К 5.3. Если перекинуть через неподвижный блок нить, подвесить к её концам два груза равной массы, а затем положить на один из грузов гирьку-перегрузок, то система грузов придёт в движение. Анализ движения грузов позволит вам определить величину ускорения свободного падения.

К 5.4. Для верного решения задачи необходимо понять, как направлена сила сопротивления.

К 5.5. Очевидно, что кубик подпрыгнет, если модуль силы, действующей на него со стороны пули, окажется больше модуля силы тяжести, приложенной к кубику (0,5 Н). То есть для ответа на вопрос зада-

чи необходимо сообразить, как определить силу, действующую на кубик со стороны пули.

К 5.6. Тормозная система современных автомобилей сконструирована таким образом, что позволяет даже при небольшом воздействии на педаль газа передать большое усилие на тормозную колодку, что приводит к эффективному уменьшению вращения колеса. При этом специальная электронно-механическая система ABS (англ. *Anti-lock braking system*), которой оборудованы большинство автомобилей «следит» за тем, чтобы не происходила блокировка колёс.

(Почему необходимо избегать блокировки колёс при торможении автомобиля? Во-первых, при блокировке колёс торможение будет осуществляться не за счёт силы трения покоя, а за счёт силы трения скольжения, которая меньше максимальной силы трения покоя. Во-вторых, при блокировке колёс возникнет неуправляемое скольжение автомобиля – движение юзом, – когда водитель теряет возможность менять направление движения автомобиля, который скользит по инерции в последнем заданном направлении.) Таким образом, правильно осуществляемый процесс экстренного торможения происходит на грани перехода силы трения покоя в силу трения скольжения.

При решении задач, связанных с процессами торможения, как правило, принято считать силу трения, обеспечивающую изменение скорости движущегося тела, равной силе трения скольжения.

К 5.7. Используйте линейку как наклонную плоскость, по которой скользит монета. Проанализируйте, какие силы в таком случае действуют на монету.

К 5.8. Проанализируйте, как направлена сила трения скольжения, действующая на шайбу со стороны ленты транспортёра.

К 6.1. Примените первое условие равновесия.

К 6.3. Примените второе условие равновесия (правило моментов).

К 6.4. Примените второе условие равновесия (правило моментов), используя линейку в качестве рычага, к которому с помощью нити прикреплен предмет.

К 6.5. Проанализируйте, при каком условии произойдёт разрыв нити, если к середине нити, закреплённой горизонтально, подвесить груз.

К 6.6. Гиря, прикрепленная к нити, может стать тем «источником» силы, которая, действуя на брусок, позволит ему скользить по листу бумаги, лежащему на горизонтальной поверхности стола.

К 6.7. Обратите внимание, если поставить брусок узкой гранью на лист бумаги, лежащий на поверхности стола и воздействовать на вертикальную грань в различных точках остриём карандаша, то в некоторых случаях брусок приходит в поступательное движение, а в некоторых – опрокидывается (рис. 81).

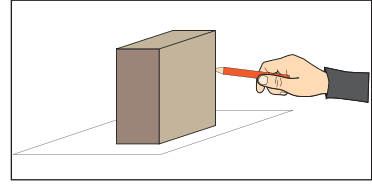


Рис. 81

К 6.8. Если давить на карандаш, прикладывая силу вдоль карандаша, постепенно отклоняя его от вертикали, то в некоторый момент грифель карандаша начинает скользить по листу бумаги.

К 7.1. При решении задачи учтите, что если скорость тележки в верхней точке петли будет равна нулю, то тележка не сможет благополучно завершить движение по петле.

К 7.2. При решении задачи учтите, до момента отрыва тело движется по траектории, представляющей собой дугу окружности радиуса R .

К 7.3. Учтите, что при движении тела с ускорением вес тела может превосходить силу тяжести, действующую на тело.

К 7.4. Если на тело массой m действует сила \vec{F} , то тело движется с ускорением \vec{a} . По II закону Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

При изменении скорости тела от \vec{v}_0 до \vec{v} за малый интервал времени Δt ускорение \vec{a} равно

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$$

и тогда

$$m \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \vec{F}$$

или

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}\Delta t.$$

Вспомним определение импульса и запишем последнее соотношение в виде

$$\vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}\Delta t. \quad (1)$$

где \vec{p}_0 – начальный импульс тела (группу взаимодействующих тел),

\vec{p} – импульс тела (группу взаимодействующих тел) через время Δt после действия силы \vec{F} .

Если на тело (группу взаимодействующих тел) не действует внешняя сила \vec{F} , то есть

$$\vec{F} = 0,$$

то

$$\vec{p} = \vec{p}_0. \quad (2)$$

Соотношение (2), как известно, является математическим выражением закона сохранения импульса.

Выберем систему отсчёта, укажем направления осей координат и запишем формулу (1) в проекции на каждую из осей координат:

$$p_x - p_{0x} = F_x \Delta t, \quad (3)$$

$$p_y - p_{0y} = F_y \Delta t. \quad (4)$$

Выражения (3) и (4) позволяют сформулировать «закон сохранения проекции импульса»: если проекция силы на некоторую ось равна, то вдоль этой оси изменения импульса не происходит.

К 7.5. Примените закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.

К 7.6. Пусть после столкновения пластилиновый и стальной шарики слипаются и далее движутся как единое целое. Примените закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии для анализа такой ситуации.

К 7.7. Применяя закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии при решении данной задачи удобно формулу для расчёта кинетической энергии E_k тела записать в виде

$$E_k = \frac{p^2}{2m},$$

где p – импульс тела,

m – масса тела.

(Получите эту формулу самостоятельно.)

К 8.2. Подумайте, как рассчитать кинетическую энергию обруча и работу, совершаемую силой трения в процессе торможения обруча.

К 8.3. Подумайте, почему повышается расход топлива, если автомобиль движется «в гору», хотя у него та же скорость, что и на горизонтальном участке пути.

К 8.4. При решении задачи следует воспользоваться законом сохранения импульса и законом сохранения энергии.

К 9.2. Скорость вылета струи из отверстия можно рассчитать, используя уравнение Бернулли.

К 9.3. Примените уравнение неразрывности и уравнение Бернулли.

К 10.1. Первоначально пружины не деформированы, груз находится в равновесии, его координата равна нулю. Если груз вывести из положения равновесия, то под действием сил упругости он будет совершать колебания, двигаясь ускоренно. Если нам удастся выяснить, как ускорение груза зависит от его координаты, то это позволит определить период колебаний.

К 10.2. Опустим камень в тоннель. Под действием силы тяжести он будет двигаться к центру Земли, увеличивая свою скорость. Камень «с разбега проскочит» положение равновесия – центр Земли и, удаляясь от центра, будет постепенно уменьшать свою скорость до тех пор, пока не достигнет противоположного полюса Земли. Далее его движение повторится, то есть камень будет совершать колебания. Если нам удастся выяснить, как ускорение камня зависит от его координаты, то это позволит определить период колебаний.

К 10.3. Для теоретического определения периода колебаний необходимо выяснить, какова зависимость проекции ускорения колеблющегося тела от его координаты.

К 10.4. Стальной шарик колеблется в усиленном «гравитационно-магнитном» поле. Попробуйте рассчитать «ускорение свободного падения» этого поля.

К 10.5. Подход к решению данной задачи аналогичен подходу к решению задачи 10.4.

К лабораторной работе «Изучение колебаний груза на пружине» (§ 11). При выполнении лабораторной работы необходимо проверить, что период колебаний T груза на пружине обратно пропорционален квадратному корню из жёсткости пружины. Подумайте, какой график следует построить, чтобы обосновать данную зависимость.

К лабораторной работе «Изучение крутильных колебаний» (§ 11). Для более точного определения периода колебаний диска T следует измерять общее время t некоторого числа колебаний N (20–30 колебаний). Данные следует занести в соответствующие таблицы:

Задание 1.

Высота подвеса $H = 100$ см. Расстояние грузов от центра диска $R = 12$ см.

Масса грузов m , г	300	600	900	1200
Общее время колебаний t , с				
Число колебаний N				
Период колебаний T , с				

Задание 2.

Высота подвеса $H = 100$ см. Масса грузов $m = 600$ г. Расстояние грузов от центра диска R , см

Расстояние грузов от центра диска R , см	12	9	6	3	1,5
Общее время колебаний t , с					
Число колебаний N					
Период колебаний T , с					

Задание 3.

Масса грузов $m = 600$ г. Расстояние грузов от центра диска $R = 12$ см.

Высота подвеса H , см	100	90	80	70	60	50
Общее время колебаний t , с						
Число колебаний N						
Период колебаний T , с						

К 12.1. Учтите, что колебания давления воздуха в рассматриваемой точке начнутся не одновременно с колебаниями давления воздуха вблизи мембраны громкоговорителя.

К 12.2. Подумайте, меняется ли временной интервал между фиксацией приёмником звука двух последовательных (ближайших друг к другу) максимумов избыточного давления воздуха (или минимумов давления воздуха), то есть частота звука, в случае движения источника звука относительно неподвижного приёмника звука.

К 12.4. Чем дальше мы находимся от громкоговорителя, тем больше площадь той поверхности, через которую происходит перенос энергии звуковой волной.

К 12.5. Вспомните, в чём заключается явление интерференции волн.

К 12.6. Попробуйте определить, какова температура воздуха в момент совершения выстрела.

К лабораторной работе «Измерение сопротивления емкостного и индуктивного участков цепи переменного тока» (§ 13). Имея вольтметр, вы можете измерить напряжение на участке цепи, содержащем резистор и напряжение на ёмкостном участке (или напряжение на катушке).

К 13.1. Обдумайте, какие физические процессы происходят в каждой из рассматриваемых электрических цепей.

К 13.2. При решении задачи считайте, что потери электроэнергии обусловлены только выделением тепла при прохождении тока по проводам.

К лабораторной работе «Определение амплитудного значения силы переменного тока» (§ 13). Вспомните, как формулируется закон Джоуля и Ленца и как рассчитывается количество теплоты, необходимое для нагревания вещества.

К 15.1. Учтите, что по условию задачи вам необходимо своё изображение полностью по ширине и во весь рост.

К 15.2. Зеркало даёт мнимое симметрично расположенное изображение, создаваемое световыми лучами, отражёнными от поверхности зеркала.

К 16.1. Постройте уменьшенное и увеличенное изображение лампы, даваемое собирающей линзой. Подумайте, каковы соотношения между расстояниями от линзы до предмета и от линзы до изображения в рассматриваемых случаях.

К 16.2. Выполните построение действительного уменьшенного изображения, даваемого собирающей линзой. Подумайте, каково должно быть соотношение между расстоянием от линзы до предмета и фокусным расстоянием линзы, чтобы линза давала на экране уменьшенное изображение.

К 16.3. Выполните построение действительного уменьшенного изображения, даваемого собирающей линзой. Воспользуйтесь формулой линзы.

К 16.4. Воспользуйтесь формулой линзы.

К 16.5. Допустим, система состоит из двух собирающих линз. Рассмотрите, каков будет ход лучей, идущих из источника света, находящегося на главной оптической оси системы в точке, являющейся фокусом одной из линз.

К 16.6. Вспомните, как определяется положение мнимого фокуса рассеивающей линзы.

К лабораторной работе «Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы» (§ 17)

Метод теневых зон

Учтите, что треугольник FOA и треугольник $AC'A'$ подобны (рис. 63).

Метод формулы линзы

Учтите, что треугольник $A'OS$ и треугольник $A'O'S'$ подобны (рис. 65).

К 18.1. Можно попробовать применить ранее обоснованное правило: оптическая сила системы двух тонких расположенных вплотную друг к другу линз равна сумме оптических сил линз, составляющих систему.

К 21.2. Энергия кванта зависит от частоты излучения.

К 21.3. Используйте уравнение фотоэффекта:

$$E = A_{\text{вых}} + E_{\text{к}},$$

где E – энергия кванта электромагнитного излучения,

$A_{\text{вых}}$ – работа выхода,

$E_{\text{к}}$ – кинетическая энергия электрона.

К 22.2. Вспомните, как формулируется закон радиоактивного распада.

К 22.3. Основным затруднением при решении этой задачи, как кажется, является определение числа ядер изотопа фосфора-32, испытавших радиоактивное превращение за 28 дней.

К 22.4. Площадь s поверхности шара радиуса r вычисляется по формуле

$$s = 4\pi r^2.$$

К 22.5. Помимо закона сохранения в реакции аннигиляции, безусловно, выполняется им другой фундаментальный закон природы – закон сохранения энергии.

К 23.1. При анализе треков частиц воспользуйтесь законом сохранения энергии и законом сохранения импульса.

К 23.2. При анализе треков частиц воспользуйтесь законом сохранения энергии и импульса. Учтите, что проекция импульса α -частицы после её столкновения с ядром атома на направление первоначального движения α -частицы и проекция импульса ядра атома на это же направление в сумме должны быть равны величине первоначального импульса α -частицы. Одновременно проекция импульса α -частицы после её столкновения с ядром атома на направление перпендикулярное направлению первоначального движения α -частицы и проекция импульса ядра атома на направление перпендикулярное направлению первоначального движения α -частицы в сумме должны быть равны нулю.

К 23.4. Начальный участок траектории протона в камере Вильсона представляет собой дугу окружности, по которой частица движется с некоторым центростремительным ускорением.

Часть 3. Решения и ответы

Всё это так не потому, что я такой умный. Это всё из-за того, что я долго не сдаюсь при решении задачи.

Альберт Эйнштейн (1879–1955).

1.1. Первый способ решения. Рассмотрим движение катера и шляпы в системе отсчёта, связанной с берегом. Пусть шляпа провела в воде время t . Тогда она удалилась от места падения на расстояние s , равное:

$$S = ut. \quad (1)$$

Против течения катер прошёл расстояние l , и на это потребовалось время t_1 , равное

$$t_1 = \frac{l}{v - u}. \quad (2)$$

По течению реки катеру необходимо пройти, чтобы догнать шляпу расстояние $l + S$, и на это потребуется время t_2 , равное:

$$t_2 = \frac{l + S}{v + u}. \quad (3)$$

Искомое время t равно:

$$t = t_1 + t_2$$

или с учётом соотношений (1) – (3):

$$t = \frac{l}{v - u} + \frac{l + ut}{v + u}.$$

Отсюда

$$t = \frac{2l}{v - u},$$

$$t = \frac{2 \cdot 1800}{10 - 4} = 600 \text{ (с)},$$

$$t = 10 \text{ мин.}$$

Ответ: 10 мин.

Второй способ решения. Рассмотрим движение катера и шляпы в системе отсчёта, связанной с водой. В этой системе отсчёта шляпа неподвижна и находится в воде время t . За первую половину этого промежутка времени катер удаляется от шляпы со скоростью v на некоторое расстояние L , а затем за вторую половину времени возвращается обратно с той же скоростью v .

$$L = \frac{vt}{2}. \quad (4)$$

В системе отсчёта «вода» берег движется к шляпе со скоростью u и проходит за время $t/2$ расстояние x , равное

$$x = \frac{ut}{2}. \quad (5)$$

По условию задачи

$$l = L - x$$

или с учетом соотношений (4) и (5)

$$l = \frac{vt}{2} - \frac{ut}{2}.$$

Отсюда

$$t = \frac{2l}{v - u}.$$

Ответ: 10 мин.

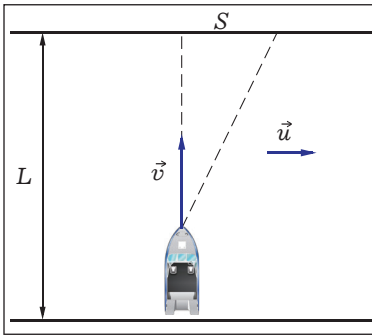


Рис. 82

1.2. Для того чтобы пассажир переправился на противоположный берег реки за минимальное время t_{min} необходимо, чтобы скорость катера \vec{v} была направлена перпендикулярна берегу реки (рис. 82).

Искомое время t_{min} будет равно

$$t_{min} = \frac{L}{v}. \quad (1)$$

При этом за время движения катер снесёт течением реки на расстояние S , равное

$$S = ut_{min}$$

или с учётом соотношения (1)

$$S = \frac{uL}{v}.$$

1.3. Катер будет двигаться по кратчайшей траектории, если не происходит «сноса» катера. Это возможно в том случае, если перемещение катера относительно воды \vec{S} происходит так, чтобы перемещение катера относительно берега $\vec{S}_{кат}$ было перпендикулярно берегу (рис. 83).

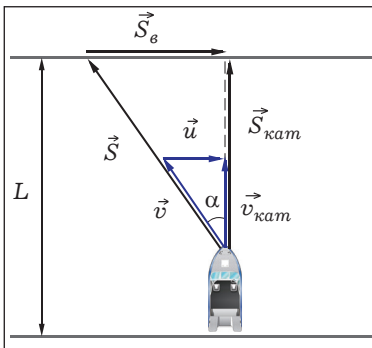


Рис. 83

Иными словами, на соотношение

$$\vec{S}_{кат} = \vec{S} + \vec{S}_{вод}, \quad (1)$$

где $\vec{S}_{вод}$ – перемещение воды, дополнительно «накладывается ограничение»: перемещения $\vec{S}_{кат}$, \vec{S} и $\vec{S}_{вод}$ должны образовывать «прямоугольный треугольник перемещений»!

Разделим левую и правую часть выражения (1) на время движения катера t :

$$\frac{\vec{S}_{\text{кат}}}{t} = \frac{\vec{S}}{t} + \frac{\vec{S}_{\text{вод}}}{t},$$

отсюда

$$\vec{v}_{\text{кат}} = \vec{v} + \vec{u}. \quad (2)$$

Выведенное нами соотношение (2) позволяет сделать два основных вывода:

1. Движение по кратчайшей траектории перпендикулярной берегу возможно только в том случае, если модуль скорости катера относительно воды больше модуля скорости течения реки:

$$v > u.$$

2. Если движение по кратчайшей траектории возможно, то вектор скорости катера относительно воды \vec{v} должен быть направлен под таким углом α (рис. 83), что

$$\sin \alpha = \frac{u}{v}.$$

Выясним также, за какое время t катер достигнет противоположного берега реки при движении по кратчайшей траектории. Вновь обратимся к рисунку 83:

$$v_{\text{кат}} = \sqrt{v^2 - u^2}. \quad (3)$$

Так как по условию задачи ширина реки составляет L , то

$$t = \frac{L}{v_{\text{кат}}}$$

или с учётом соотношения (3)

$$t = \frac{L}{\sqrt{v^2 - u^2}}.$$

Ответ: для движения по кратчайшей траектории скорость катера относительно воды должна быть направлена под таким углом α , чтобы $\sin \alpha = \frac{u}{v}$ (при условии $v > u$); время движения катера по кратчайшей траектории $t = \frac{L}{\sqrt{v^2 - u^2}}$.

1.4. Совместим прямоугольную систему координат OXY со сторонами перекрёстка (рис. 84) и запишем уравнения движения автомобилей с учётом данной системы координат:

$$x_1(t) = v_1 t, \quad (1)$$

$$y_2(t) = y_0 + v_2 t, \quad (2)$$

где $x_1(t)$, $y_2(t)$ – координаты первого и второго автомобилей в момент времени t ,

v_1 – скорость первого автомобиля,

v_2 – скорость второго автомобиля,
 y_0 – координата второго автомобиля в начальный момент времени,
 $y_0 = -200$ м.

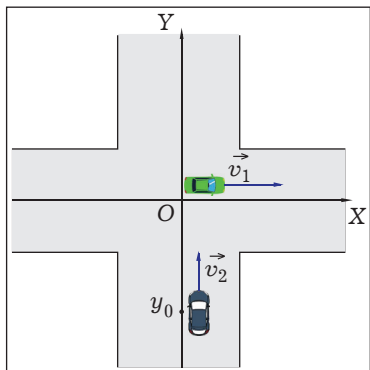


Рис. 84

Тогда

$$L^2(t) = 625t^2 - 6000t + 40\,000. \quad (4)$$

В выражении (4) правая часть представляет собой квадратичную функцию вида

$$f(t) = at^2 + bt + c,$$

где $a = 625$ (м²/с²),
 $b = -6000$ (м²/с),
 $c = 40\,000$ (м²).

Графиком квадратичной функции является парабола. Так как $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх и наименьшее значение данной квадратичной функции соответствует вершине параболы. Координата t_0 вершины параболы рассчитывается по формуле

$$t_0 = -\frac{b}{2a}.$$

$$t_0 = -\frac{-6000}{2 \cdot 625},$$

$$t_0 = 4,8 \text{ (с)}.$$

Подставим значение t_0 в выражение (4) и вычислим минимальное значение $L(t)$:

$$L_{min} = 160 \text{ (м)}.$$

Дополнительно предложим иной, более изящный, способ решения данной задачи, основанный на понятии *относительной скорости*.

Будем рассматривать первый автомобиль как систему отсчёта, движущуюся относительно земли со скоростью \vec{v}_1 . Второй автомобиль

Очевидно, что квадрат расстояния $L^2(t)$ между автомобиля будет равен

$$L^2(t) = x_1^2(t) + y_2^2(t)$$

или с учётом уравнений (1) и (2)

$$L^2(t) = v_1^2 t^2 + (y_0 + v_2 t)^2.$$

$$L^2(t) = (v_1^2 + v_2^2)t^2 + 2y_0 v_2 t + y_0^2. \quad (3)$$

Используем численные значения величин, указанные в условии задачи:

$$v_1 = 20 \text{ м/с},$$

$$v_2 = 15 \text{ м/с},$$

$$y_0 = -200 \text{ м}.$$

движется относительно этой системы отсчёта со скоростью $\vec{v}_{относит}$. Скорость второго автомобиля \vec{v}_2 относительно земли связана со скоростями \vec{v}_1 и $\vec{v}_{относит}$ следующим соотношением:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_{относит} \quad (4)$$

(Если это соотношение не кажется очевидным, то проведите, например, расчёт скорости пассажира электрички относительно земли, если вам известна скорость электрички относительно земли и скорость пассажира относительно электрички.)

Из соотношения (4) имеем:

$$\vec{v}_{относит} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \quad (5)$$

Направление вектора $\vec{v}_{относит}$ и траектория второго автомобиля относительно первого показана на рисунке 85.

Минимальное расстояние между автомобилями – это расстояние от точки O (точка нахождения первого автомобиля) до траектории второго автомобиля относительно первого, то есть длина перпендикуляра L_{min} . Так как расстояние между автомобилями в начальный момент времени известно (на рисунке 85 это отрезок $|OB|$), то минимальное расстояние L_{min} равно

$$L_{min} = |OB| \sin \alpha \quad (6)$$

Значение синуса угла α можно определить из «треугольника скоростей»:

$$\sin \alpha = \frac{v_1}{v_{относит}}$$

Так как

$$v_{относит} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2},$$

то соотношение (6) окончательно примет вид:

$$L_{min} = \frac{|OB|v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

$$L_{min} = \frac{200 \cdot 20}{\sqrt{20^2 + 15^2}}$$

$$L_{min} = 160 \text{ (м)}$$

Ответ: $L_{min} = 160$ м.

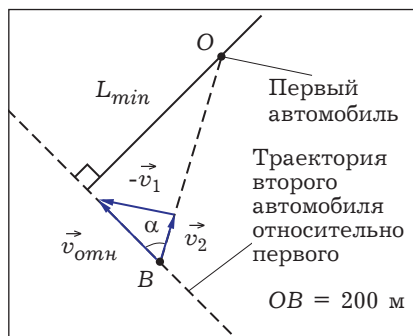


Рис. 85

1.5. Пусть охотник часть пути проходит по лугу, а часть пути – по дороге таким образом, что он выходит на дорогу в точке A на расстоянии x от посёлка (рис. 86).

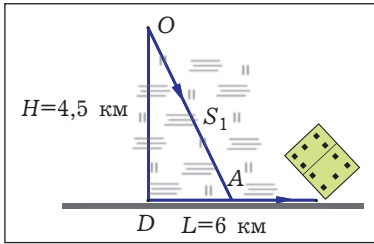


Рис. 86

В этом случае охотник проходит по лугу расстояние $S_1 = |OA|$. Из треугольника OAD определим S_1 :

$$S_1 = \sqrt{|OD|^2 + |DA|^2}$$

или с учётом того, что

$$|OD| = H,$$

$$|DA| = L - x,$$

$$S_1 = \sqrt{H^2 + (L-x)^2}. \quad (1)$$

Так как скорость охотника по лугу равна v_1 , то на движение по лугу он затратит время t_1 , равное

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1}$$

или с учётом соотношения (1)

$$t_1 = \frac{\sqrt{H^2 + (L-x)^2}}{v_1}. \quad (2)$$

Время движения охотника по дороге t_2 , за которое он пройдёт расстояние AP , равное x , составит

$$t_2 = \frac{x}{v_2}. \quad (3)$$

Всё время движения охотника t от опушки леса до посёлка равно

$$t = t_1 + t_2$$

или с учётом соотношений (2) и (3):

$$t = \frac{\sqrt{H^2 + (L-x)^2}}{v_1} + \frac{x}{v_2}. \quad (4)$$

Мы видим, что время движения охотника t зависит от расстояния x :

$$t = f(x)$$

и нам осталось выяснить, при каком значении x время движения t является минимальным. Отметим, что в математике разработан специальный метод, позволяющий определять максимумы и минимумы функций, если таковые есть. Мы же поступим следующим образом: построим график функции $t = f(x)$, что позволит нам получить ответ на поставленный вопрос.

Подставим численные значения H , L , v_1 , v_2 в уравнение (4):

$$t = \frac{\sqrt{4,5^2 + (6-x)^2}}{3} + \frac{x}{6}$$

и заполним таблицу значений функции:

x , км	0	1	2	3	4	5	5
t , ч	2,50	2,41	2,34	2,30	2,31	2,37	2,50

Видно, что максимум функции существует, и он находится в интервале

$$2 < x < 4.$$

Исследуем этот интервал подробнее:

x , км	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8
t , ч	2,3299	2,3209	2,3133	2,3073	2,3028	2,3000	2,2990	2,3000	2,3081

График функции $t = f(x)$ приведён на 87.

Итак, с достаточной точностью можно считать, что охотнику следует двигаться по луку в таком направлении, чтобы выйти на дорогу на расстоянии $(3,4 \pm 0,2)$ км от посёлка¹. В этом случае время движения охотника составит 2 ч 18 мин.

Ответ: минимальное время движения охотника 2 ч 18 мин.

1.6. Скорость движения $\vec{v}_{\text{лодки}}$ по величине и по направлению должна быть таковой, чтобы обеспечивалось движение первой верёвки со скоростью \vec{v}_1 и движение второй верёвки – со скоростью \vec{v}_2 . Иными словами, проекция вектора скорости лодки $\vec{v}_{\text{лодки}}$ на направление, совпадающее с направлением скорости движения первой верёвки \vec{v}_1 , должна быть равна модулю скорости v_1 , а проекция вектора скорости лодки $\vec{v}_{\text{лодки}}$ на направление, совпадающее с направлением скорости движения второй верёвки \vec{v}_2 , должна быть равна модулю скорости v_2 (рис. 88)

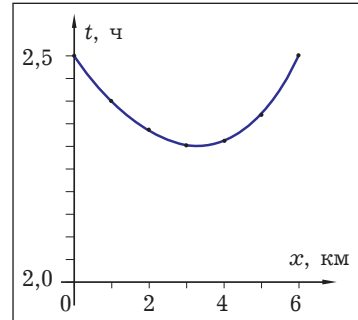


Рис. 87

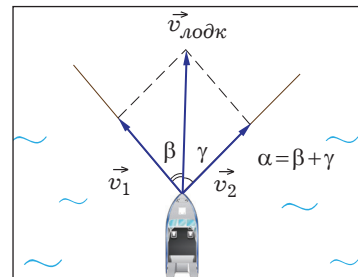


Рис. 88

¹ Относительная погрешность ε определения точки выхода:

$$\varepsilon = \frac{0,2}{3,4} \cdot 100\% = 6\%.$$

Так как по условию задачи $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$, то не составляет труда доказать, что углы β и γ (углы обозначены на рисунке 88) равны (докажите это самостоятельно).

Следовательно

$$\beta = \frac{\alpha}{2}.$$

и

$$v_{\text{лодки}} = \frac{v}{\cos \frac{\alpha}{2}}.$$

Ответ: $v_{\text{лодки}} = \frac{v}{\cos \frac{\alpha}{2}}.$

2.1. Запишем уравнение движения пассажирского поезда и грузового поезда относительно системы координат, в которой за начало координат взята точка начала торможения пассажирского поезда, а направление координатной оси совпадает с направлением скорости движения поездов.

В такой системе отсчёта зависимость координаты пассажирского поезда от времени $x_{\text{насс}}(t)$ имеет вид:

$$x_{\text{насс}}(t) = 30t - 0,5t^2, \quad (1)$$

где учтено, что пассажирский поезд движется равноускоренно, его начальная координата равна нулю, проекция начальная скорости на координатную ось составляет 30 м/с, а проекция ускорения равна $-1,0\text{м/с}^2$.

Зависимость координаты грузового поезда от времени $x_{\text{груз}}(t)$ имеет вид:

$$x_{\text{груз}}(t) = 200 + 10t, \quad (2)$$

где учтено, что грузовой поезд движется равномерно, его начальная координата равна 200 м, а проекция скорости на координатную ось составляет 10 м/с.

Столкновение поездов произойдёт, если в некоторый момент времени t их координаты будут равны

$$x_{\text{насс}}(t) = x_{\text{насс}}(t)$$

или с учётом соотношений (1) и (2)

$$30t - 0,5t^2 = 200 + 10t,$$

$$0,5t^2 - 20t + 200 = 0.$$

Решая квадратное уравнение, получим

$$t = 20 \text{ (с)}.$$

В процессе торможения проекция скорости пассажирского поезда $v_{\text{насс}}(t)$ изменяется с течением времени t по закону

$$v_{\text{насс}}(t) = 30 - t$$

и в момент времени $t = 20$ с составит 10 м/с, то есть будет равна проекции скорости грузового поезда.

Это позволяет нам сделать вывод о «мягком» сценарии столкновения поездов – их соприкосновении.

Задачу также можно было решить, выбрав в качестве системы отсчёта грузовой поезд. В этой системе отсчёта сам грузовой поезд очевидно неподвижен, расстояние между грузовым поездом и пассажирским поездом составляет 200 м и пассажирский поезд, имея начальную скорость 20 м/с, тормозит с ускорением $-1,0$ м/с² (обоснуйте это самостоятельно). Таким образом, необходимо рассчитать время торможения пассажирского поезда (оно равно 20 с), его тормозной путь в выбранной системе отсчёта (он будет равен 200 м) и сравнить тормозной путь с первоначальным расстоянием между поездами.

Ответ: через 20 с после начала торможения пассажирского поезда произойдёт его соприкосновение с грузовым поездом.

2.2. На рисунке 89 показан график зависимости скорости тела от времени.

Пройденный телом путь численно равен площади фигуры под графиком зависимости скорости от времени. Эту площадь можно определить, если мысленно разделить фигуру на прямоугольник и трапецию. Тогда

$$S = 500 \text{ м.}$$

Ответ: $S = 500$ м.

2.3. Изобразим график зависимости скорости электрички от времени её движения (рис. 90)

Поясним обозначения, указанные на графике:

$v_{\text{равн}}$ – скорость равномерного движения,

$t_{\text{разг}}$ – время разгона,

$t_{\text{равн}}$ – время равномерного движения,

$t_{\text{торм}}$ – время торможения.

По условию задачи

$$t_{\text{разг}} + t_{\text{торм}} = \Delta t,$$

$$t_{\text{разг}} + t_{\text{равн}} + t_{\text{торм}} = t,$$

отсюда

$$t_{\text{равн}} = t - (t_{\text{разг}} + t_{\text{торм}}),$$

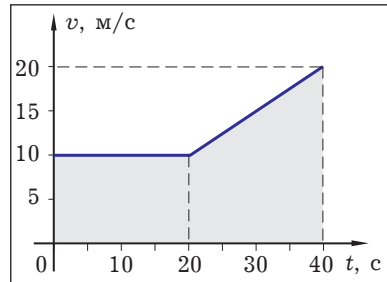


Рис. 89

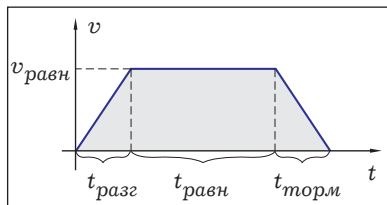


Рис. 90

$$t_{\text{равн}} = t - \Delta t. \quad (1)$$

Так как путь S , пройденный электричкой, численно равен площади фигуры под графиком зависимости скорости её движения от времени (площади трапеции), то

$$S = \frac{(t + t_{\text{равн}})v_{\text{равн}}}{2}$$

или с учётом соотношения (1)

$$S = \frac{(2t - \Delta t)v_{\text{равн}}}{2}. \quad (2)$$

С другой стороны нам известна средняя скорость движения электрички $v_{\text{ср}}$.

Так как

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t},$$

то

$$S = v_{\text{ср}}t. \quad (3)$$

Сравнивая выражения (2) и (3) получим

$$\begin{aligned} v_{\text{равн}} &= \frac{2v_{\text{ср}}t}{2t - \Delta t} \\ v_{\text{равн}} &= \frac{2 \cdot 66 \text{ км/ч} \cdot 25 \text{ мин}}{2 \cdot 25 \text{ мин} - 6 \text{ мин}}, \\ v_{\text{равн}} &= 75 \text{ км/ч}. \end{aligned}$$

Ответ: $v_{\text{равн}} = 75 \text{ км/ч}$.

2.4. Первый вариант включения двигателей

Путь S_1 , который пройдёт модель автомобиля при работе первого двигателя, составит

$$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} \quad (1)$$

и ракета к моменту окончания работы первого двигателя наберёт скорость

$$v_1 = a_1 t_1. \quad (2)$$

За счёт работы второго двигателя модель пройдёт путь S_2 , равный

$$S_2 = v_1 t_2 + \frac{a_2 t_2^2}{2}$$

или с учётом соотношения (2)

$$S_2 = a_1 t_1 t_2 + \frac{a_2 t_2^2}{2}. \quad (3)$$

Расстояние L_{12} , пройденное моделью автомобиля при схеме работы двигателей «первый – второй» составит

$$L_{12} = S_1 + S_2$$

или с учётом выражений (1) и (3)

$$L_{12} = \frac{a_1 t_1^2}{2} + a_1 t_1 t_2 + \frac{a_2 t_2^2}{2}. \quad (4)$$

Второй вариант включения двигателей

Расчёт расстояния L_{21} , пройденного моделью автомобиля при схеме работы двигателей «второй – первый», проведём аналогичным образом:

$$L_{21} = \frac{a_2 t_2^2}{2} + a_2 t_2 t_1 + \frac{a_1 t_1^2}{2},$$

$$L_{21} = \frac{a_1 t_1^2}{2} + a_2 t_1 t_2 + \frac{a_2 t_2^2}{2}. \quad (5)$$

Третий вариант включения двигателей

При одновременном включении двух двигателей модель в течение времени t_1 будет двигаться с ускорением $a_1 + a_2$ и наберёт скорость $(a_1 + a_2)t_1$, а затем в течение времени $t_2 - t_1$ продолжит движение с ускорением a_2 . В итоге расстояние L_0 , пройденное моделью автомобиля за время работы двигателей, составит

$$L_0 = \frac{(a_1 + a_2)t_1^2}{2} + (a_1 + a_2)t_1(t_2 - t_1) + \frac{a_2(t_2 - t_1)^2}{2},$$

$$L_0 = \frac{a_1 t_1^2}{2} + a_1 t_1(t_2 - t_1) + \frac{a_2 t_2^2}{2}. \quad (6)$$

Сравнивая выражения (4), (5), (6) легко видеть, что

$$L_{12} > L_{21},$$

$$L_{12} > L_0.$$

Ответ: двигатели следует включать поочерёдно, первым включается двигатель, который сообщает модели автомобиля большее ускорение.

2.5. Пусть часы отстают на t секунд. Тогда предпоследний вагон к началу его прохождения мимо вас будет иметь скорость v_1 , равную:

$$v_1 = at, \quad (1)$$

где a – ускорение, с которым движется электричка.

Последний вагон электрички к началу его прохождения мимо вас будет иметь скорость v_2 , равную

$$v_2 = a(t + \tau_1), \quad (2)$$

где $\tau_1 = 10$ с – время движения предпоследнего вагона электрички мимо вас.

Если S – длина вагона, то для случая предпоследнего вагона выражение для расчёта перемещения S при равноускоренном движении будет иметь вид

$$S = v_1 \tau_1 + \frac{a \tau_1^2}{2} \quad (3)$$

или с учётом соотношения (1):

$$S = a t \tau_1 + \frac{a \tau_1^2}{2}. \quad (4)$$

Аналогичное выражение для последнего вагона будет иметь вид:

$$S = a(t + \tau_1) \tau_2 + \frac{a \tau_2^2}{2}. \quad (4)$$

Сравнивая выражения (4) и (5) получим:

$$a t \tau_1 + \frac{a \tau_1^2}{2} = a(t + \tau_1) \tau_2 + \frac{a \tau_2^2}{2}.$$

Отсюда

$$t = \frac{\tau_2^2 + 2\tau_1 \tau_2 - \tau_1^2}{2(\tau_1 - \tau_2)}.$$

$$t = 31 \text{ с.}$$

Ответ: $t = 31$ с.

3.1. По условию задачи проскальзывание ременной передачи отсутствует. Это означает, что точка шкива, насаженного на ось электродвигателя и контактирующая с ремнем, движется с той же скоростью v_1 , что и ременная передача (рис. 91). Точно также и точка шкива, к которому прикреплена фреза, движется с той же скоростью v_2 , что и ременная передача. Но все точки ремня, очевидно, движутся с одинаковыми скоростями:

$$v_1 = v_2. \quad (1)$$

Скорости v_1 и v_2 можно определить, зная диаметры шкивов d_1 и d_2 , а также периоды T_1 и T_2 их вращения:

$$v_1 = \frac{\pi d_1}{T_1},$$

$$v_2 = \frac{\pi d_2}{T_2}.$$

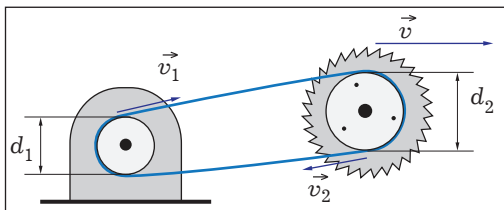


Рис. 91

С учетом соотношения (1) получим:

$$T_2 = \frac{d_2 T_1}{d_1}.$$

Так как

$$T_1 = \frac{1}{v_1},$$

где v_1 – частота вращения электродвигателя,
то

$$T_2 = \frac{d_2}{d_1 v_1}. \quad (2)$$

С таким же периодом T_2 будет вращаться и фреза. Скорость v зубцов фрезы будет равна

$$v = \frac{\pi D}{T_2},$$

где D – диаметр фрезы,
или с учётом соотношения (2):

$$v = \frac{\pi D d_1 v_1}{d_2}. \quad (3)$$

Не составляет труда определить и центростремительное ускорение a_y зубцов фрезы:

$$a_y = \frac{v^2}{R},$$

где R – радиус фрезы,
или с учётом соотношения (3)

$$a_y = \frac{2\pi^2 D d_1^2 v_1^2}{d_2^2}.$$

$$v = 14 \text{ м/с},$$

$$a_y = 1300 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $v = 14 \text{ м/с}$, $a_y = 1300 \text{ м/с}^2$.

3.2. В точке контакта велосипедная цепь и зуб звёздочки движутся с одинаковой скоростью v , которую можно рассчитать следующим образом:

$$v = \frac{l}{T}, \quad (1)$$

где l – длина окружности, по которой происходит зацепление цепи и зуба звёздочки (длина окружности, описываемая зубом звёздочки),

T – период вращения звёздочки.

Очевидно, что

$$l = Zb, \quad (2)$$

где Z – число зубьев звёздочки,

b – ширина зуба звёздочки.

Из соотношений (1) и (2) получим:

$$v = \frac{Zb}{T}.$$

Подобное соотношение можно записать для ведущей звёздочки с числом зубьев Z_1 и периодом вращения T_1 , а также для ведомой звёздочки с числом зубьев Z_2 и периодом вращения T_2 :

$$v = \frac{Z_1 b}{T_1}, \quad (3)$$

$$v = \frac{Z_2 b}{T_2}. \quad (4)$$

Из соотношений (3) и (4) получим:

$$\frac{Z_1}{T_1} = \frac{Z_2}{T_2}.$$

Из последнего выражения определим период вращения ведомой звёздочки:

$$T_2 = \frac{T_1 Z_2}{Z_1}. \quad (5)$$

Так как

$$T_1 = \frac{1}{\nu_1},$$

где ν_1 – частота вращения педалей, то выражение (5) примет вид

$$T_2 = \frac{Z_2}{Z_1 \nu_1}. \quad (6)$$

Ведомая звёздочка закреплена на заднем колесе велосипеда и поэтому период вращения колеса равен периоду вращения T_2 ведомой звёздочки.

Если считать, что проскальзывания колеса велосипеда по поверхности дороги не происходит, то за время, равное периоду вращения колеса, велосипед сместится на расстояние S , равное длине окружности колеса:

$$S = \pi D, \quad (7)$$

где D – диаметр колеса велосипеда.

Скорость велосипеда v при этом будет равна:

$$v = \frac{S}{T_2}.$$

или с учётом соотношений (6) и (7):

$$v = \frac{\pi D Z_1 \nu_1}{Z_2}.$$

$$v = 6,3 \text{ м/с},$$

$$v = 23 \text{ км/ч}.$$

Ответ: $v = 23 \text{ км/ч}$.

3.3. Пусть в некоторый момент времени наблюдается противостояние Земли и Марса. Далее за сутки Земля сместится по орбите на угол, равный $\frac{360^\circ}{T_З}$, Марс сместится на меньший угол, равный $\frac{360^\circ}{T_М}$. Таким образом, Земля «обгонит» Марс на угол $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \frac{360^\circ}{T_З} - \frac{360^\circ}{T_М}. \quad (1)$$

Обозначим промежуток времени между двумя противостояниями через T . За время T Земля должна опередить Марс на целый оборот — на 360° , то есть

$$\Delta\varphi T = 360^\circ. \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) получим

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_З} - \frac{1}{T_М},$$

$$T = \frac{T_М T_З}{T_М - T_З}.$$

$$T = 2,1 \text{ г.}$$

Ответ: $T = 2,1 \text{ г.}$

3.4. По условию задачи зависимость скорости автомобиля v от времени движения t на криволинейном участке по условию задачи задаётся уравнением

$$v = at, \quad (1)$$

где коэффициент $a = 0,50 \text{ м/с}^2$ характеризует быстроту изменения модуля скорости автомобиля.

(Обратите внимание, ускорение \vec{a} равноускоренного движения характеризует быстроту изменения *вектора* скорости равноускоренного движения, а коэффициент a характеризует быстроту изменения только модуля скорости автомобиля и по этой причине не может являться ускорением равноускоренного движения.) График зависимости $v = f(t)$ приведён на рисунке 92.

Путь S , пройденный автомобилем на криволинейном участке за время t , численно равен площади под графиком зависимости скорости от времени:

$$S = \frac{vt}{2},$$

где v — скорость автомобиля в конце криволинейного участка (в точке B).

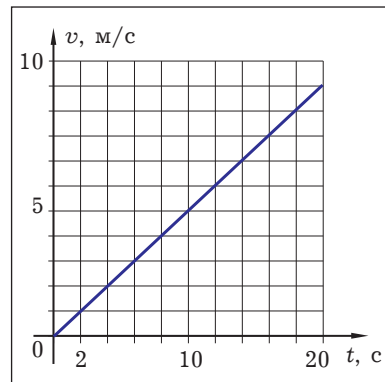


Рис. 92

С учётом соотношения (1):

$$S = \frac{v^2}{2a}. \quad (2)$$

Длина криволинейного участка траектории (от точки A до точки B) равна четверти длины окружности:

$$S = \frac{\pi R}{2}, \quad (3)$$

где R – радиус окружности, по которой автомобиль движется из точки A в точку B .

Из соотношений (2) и (3) имеем:

$$\frac{v^2}{2a} = \frac{\pi R}{2},$$
$$\frac{v^2}{R} = \pi a.$$

Центростремительное ускорение a_y рассчитывается по формуле

$$a_y = \frac{v^2}{R}.$$

Таким образом, центростремительное ускорение автомобиля в конце криволинейного участка (в точке B) равно

$$a_y = \pi a.$$
$$a_y = 1,6 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_y = 1,6 \text{ м/с}^2$.

4.1. Используем формулу для расчёта максимальной высоты подъёма тела H , брошенного под углом к горизонту, и формулу для расчёта дальности полёта тела l , выведенные в § 4:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g},$$
$$l = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}.$$

По условию задачи

$$H = l,$$
$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g},$$
$$\operatorname{tg} \alpha = 4.$$

$$\alpha = 76^\circ.$$

Ответ: $\alpha = 76^\circ$.

4.2. Если выстрел производят под углом α к горизонту (рис. 93), то проекции начальной скорости шарика v_0 на ось OX и на ось OY соответственно равны:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad (1)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha. \quad (2)$$

При равномерном движении шарика вдоль оси OX его координата x меняется по закону

$$x = v_{0x} t. \quad (3)$$

При равноускоренном движении шарика вдоль оси OY его координата y меняется по закону

$$y = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2}, \quad (4)$$

где g – ускорение свободного падения, $g = 9,81$ м/с².

С учётом соотношений (1) и (2) выражения (3) и (4) примут вид:

$$x = v_0 \cos \alpha t. \quad (5)$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}, \quad (6)$$

Определим дальность полёта шарика l . В момент «приземления» шарика его координата y равна нулю. Из уравнения (6) имеем:

$$v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 0,$$

$$t(v_0 \sin \alpha - \frac{gt}{2}) = 0,$$

$$t = 0,$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Очевидно, что момент времени

$$t = 0$$

соответствует моменту выстрела, а момент времени

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (7)$$

соответствует моменту «приземления» шарика и определяет продолжительность полёта.

Подставив полученный результат (7) в уравнение (5), рассчитаем координату x шарика в момент его приземления, то есть дальность полёта шарика l :

$$l = \frac{2v_0 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \quad (8)$$

Если выстрел производится под углом 45° , то, как известно, дальность полёта будет наибольшей. Обозначим максимальную дальность полёта через L .

$$L = \frac{v_0^2}{g}.$$

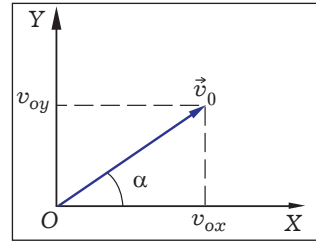


Рис. 93

Измерьте дальность полета L при выстреле под углом 45° . (Не забудьте использовать копировальную бумагу и лист белой бумаги, чтобы фиксировать точку падения шарика.) Это позволит определить начальную скорость шарика v_0 :

$$v_0 = \sqrt{Lg}.$$

Пусть координаты центра кольца x и y заданы. Зная эти координаты, начальную скорость шарика и используя уравнения (5) и (6) можно рассчитать, под каким углом следует произвести выстрел, чтобы шарик пролетел через кольцо.

Покажем, как произвести этот расчёт. Из уравнения (5) выразим время t :

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

и подставим полученный результат в уравнение (6):

$$y = x \operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}, \quad (9)$$

Для дальнейшего преобразования уравнения (9) воспользуемся следующим соотношением:

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha},$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2\alpha.$$

Подставив полученное выражение в уравнение (9), получим следующее квадратное уравнение относительно $\operatorname{tg}\alpha$:

$$\frac{gx^2}{2v_0^2} \cdot \operatorname{tg}^2\alpha - x \operatorname{tg}\alpha + \left(\frac{gx^2}{2v_0^2} + y \right) = 0.$$

Отсюда

$$(\operatorname{tg}\alpha)_{1,2} = \frac{x \pm \sqrt{\left(x^2 - \frac{2gx^2}{v_0^2} \left(\frac{gx^2}{2v_0^2} + y\right)\right)}}{\frac{gx^2}{v_0^2}}.$$

Проведите по данной формуле расчёт тангенса угла α , определите значение угла α . Установите баллистический пистолет под данным углом к горизонту. Произведите выстрел из баллистического пистолета. Если выстрел будет удачным и шарик пролетит через кольцо, это подтвердит правильность определения вами начальной скорости шарика и правильность дальнейших расчётов угла наклона баллистического пистолета.

В заключение вновь вернитесь к уравнению (9) – зависимости координаты y от координаты x . Проанализируйте уравнение и выясните, по какой траектории движется тело, брошенное под углом к горизонту.

4.3. Если вода вытекает из шланга с начальной скоростью v_0 , то за время t объём вытекшей воды V составит:

$$V = sv_0t, \quad (1)$$

где s – площадь сечения отверстия шланга.

Тогда масса вытекшей воды m будет равна:

$$m = \rho V,$$

где ρ – плотность воды,

или с учётом соотношения (1):

$$m = \rho sv_0t, \quad (2)$$

По условию задачи нам необходимо определить массу струи, находящейся в воздухе. Если в некоторый момент времени порция воды вылетела из отверстия шланга, то эта порция воды будет находиться в воздухе, пока не достигнет земли через время, равное времени полёта $t_{пол}$:

$$t_{пол} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}. \quad (3)$$

[Формулу (3) выведите самостоятельно.]

Вся вода, вытекающая из шланга за это время $t_{пол}$, будет ещё находиться в воздухе и тогда, используя соотношения (2) и (3), можно определить массу M струи, находящейся в воздухе:

$$M = \frac{2\rho sv_0^2 \sin\alpha}{g}.$$

$$M = 5 \text{ кг.}$$

Ответ: $M = 5$ кг.

4.4. Если камень брошен под углом к горизонту (рис. 94), то в горизонтальном направлении (вдоль оси OX) камень движется равномерно, а в вертикальном направлении (вдоль оси OY) камень движется равноускоренно с ускорением свободного падения g (сила сопротивления воздуха не учитывается).

В верхней точке траектории проекция скорости камня v_y на ось OY , очевидно, равна нулю, а проекция скорости камня v_x на ось OX равна

$$v_x = v_0 \cos\alpha.$$

Следовательно, скорость камня v в верхней точке траектории равна

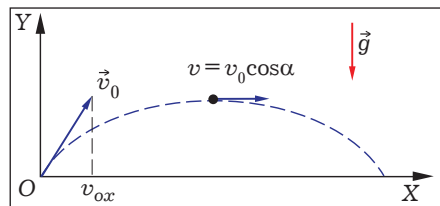


Рис. 94

$$v = v_0 \cos \alpha. \quad (1)$$

Камень движется с ускорением a , равным ускорению свободного падения g :

$$a = g. \quad (2)$$

В верхней точке траектории вектор скорости камня и вектор ускорения камня взаимно перпендикулярны. Как известно, центростремительное ускорение a тела, движущегося со скоростью v по дуге окружности радиусом R , равно

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Отсюда

$$R = \frac{v^2}{a}$$

или с учётом соотношений (1) и (2) окончательно имеем

$$R = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}.$$

Ответ: $R = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$.

5.1. На скрепку действуют сила тяжести $\vec{F}_{тяж}$ и сила реакции опоры \vec{N} (рис. 95).

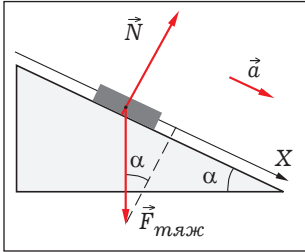


Рис. 95

Запишем II закон Ньютона в векторной форме

$$m\vec{a} = \vec{F}_{тяж} + \vec{N},$$

где m – масса скрепки,

\vec{a} – ускорение скрепки.

Выберем направление оси координат X вдоль наклонной плоскости по направлению движения скрепки и запишем формулу II закона Ньютона в проекции на данную ось:

$$ma_x = F_{тяжx}. \quad (1)$$

Проекция силы тяжести на ось X равна (см. рис. 95):

$$F_{тяжx} = F_{тяж} \sin \alpha \quad (2)$$

$$F_{тяж} = mg, \quad (3)$$

где g – ускорение свободного падения.

Из соотношений (1) – (3) имеем:

$$a_x = g \sin \alpha.$$

$$a_x = 4,9 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_x = 4,9 \text{ м/с}^2$.

5.2. На рисунке 96 показаны силы, действующие на пассажира, – сила тяжести $\vec{F}_{тяж}$ и силы реакции \vec{N} со стороны кресла.

В соответствии со II законом Ньютона

$$\vec{F}_{тяж} + \vec{N} = m\vec{a},$$

где m – масса тела,

\vec{a} – ускорение тела.

Отсюда

$$\vec{N} = m\vec{a} - \vec{F}_{тяж},$$

Так как вектор \vec{a} перпендикулярен вектору $\vec{F}_{тяж}$, то

$$N = \sqrt{F_{тяж}^2 + (ma)^2}$$

или

$$N = m\sqrt{g^2 + a^2}. \quad (1)$$

Осталось определить ускорение, с которым движется автомобиль.

$$S = \frac{at^2}{2},$$

где S – путь, который прошёл автомобиль,

t – время движения автомобиля.

Отсюда

$$a = \frac{2S}{t^2}.$$

С учётом соотношения (1) окончательно имеем:

$$N = m\sqrt{g^2 + \frac{4S^2}{t^4}},$$

$$N = 680 \text{ Н.}$$

Ответ: $N = 680 \text{ Н.}$

5.3. Рассмотрим движение грузов M_1 и M_2 , связанных нитью, переброшенной через неподвижный блок (рис. 97).

Пусть $M_1 > M_2$. Тогда груз массой M_2 под действием силы тяжести $F_{тяж2}$ и силы натяжения нити $F_{н2}$ будет двигаться с ускорением a_2 вниз, а груз M_1 под действием силы натяжения нити $F_{н1}$ и силы тяжести $F_{тяж1}$ будет двигаться с ускорением a_1 вверх.

За время t груз массой M_2 опустится вниз и величина его перемещения S_2 составит

$$S_2 = \frac{a_2 t^2}{2}.$$

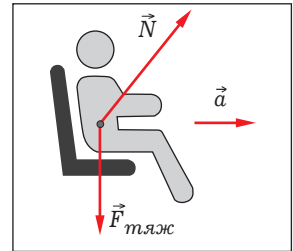


Рис. 96

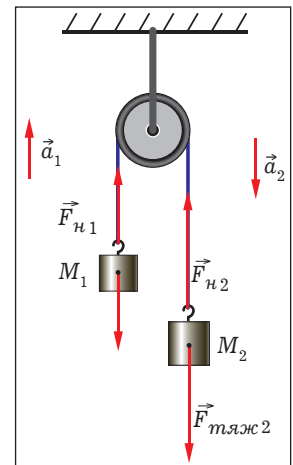


Рис. 97

За это же время груз массой M_1 поднимется вверх и величина его перемещения S_1 будет равна

$$S_1 = \frac{a_1 t^2}{2}.$$

Каково соотношение между S_2 и S_1 , если нить *нерастяжима*? Очевидно, что в этом случае

$$S_2 = S_1,$$

а значит

$$a_2 = a_1.$$

Итак, мы выяснили, что *если грузы соединены нерастяжимой нитью, то они движутся с одинаковыми ускорениями:*

$$a_2 = a_1 = a.$$

В соответствии с III законом Ньютона, если нить действует на груз M_1 с силой $F_{н1}$, то и груз действует на нить с такой же по величине силой. Аналогично, со стороны груза M_2 на нить будет действовать сила, численно равная $F_{н2}$. Под действием этих сил нить движется с ускорением a . Мысленно выделим кусочек (элемент) нити массой Δm и применим II закон Ньютона:

$$F_{н2} - F_{н1} = \Delta m a.$$

Каково соотношение между F_2 и $F_{н1}$, если нить *невесома*¹?

Если

$$\Delta m = 0,$$

то

$$F_{н2} = F_{н1}.$$

Итак, мы выяснили, что *если грузы соединены невесомой нитью, то на грузы действуют равные силы натяжения:*

$$F_{н2} = F_{н1} = F_n.$$

Применим II закон Ньютона для каждого из грузов:

$$M_2 g - F_n = M_2 a, \quad (1)$$

$$F_n - M_1 g = M_1 a. \quad (2)$$

Сложим уравнения (1) и (2) и выразим ускорение свободного падения g :

$$g = \frac{(M_2 + M_1)a}{(M_2 - M_1)}.$$

Ускорение a можно определить следующим образом:

¹ Т. е. масса нити во много раз меньше массы M_2 и M_1 прикреплённых к ней грузов.

отсюда

$$S = \frac{at^2}{2},$$

$$a = \frac{2S}{t^2}$$

и

$$g = \frac{2(M_2 + M_1)S}{(M_2 - M_1)t^2}. \quad (3)$$

Пусть при проведении эксперимента в качестве груза M_1 использовали гирию массой M , а в качестве груза M_2 – гирию массой M и гирию перегрузок массой m . Тогда формула (3) примет вид

$$g = \frac{2(2M + m)S}{mt^2}.$$

Таким образом, для определения ускорения свободного падения расположите лабораторный штатив близи края стола, закрепите на штативе блок и перекиньте через блок нить, к концам которой привязаны две одинаковых гири. Утяжелите одну из гирь гирикой-перегрузком, измерьте расстояние S от этой гири до пола, предоставьте возможность гирям двигаться и измерьте время t , через которое гиря с перегрузком достигнет пола.

Примечание. Для получения более точных результатов необходимо скомпенсировать силу трения; сообразите самостоятельно, как это можно сделать.

5.4. Предположим, что первоначально двигатель катера выключен и катер находится на якоре. Если одновременно поднять якорь и включить двигатель, то катер придёт в ускоренное движение под действием двух сил – силы тяги двигателя и силы ветра. Скорость движения катера относительно воды будет возрастать и возникнет сила сопротивления, которая, очевидно, тем больше, чем больше скорость катера относительно воды. Направление же силы сопротивления противоположно скорости катера, а значит, и ускорению, с которым движется катер. Так сила сопротивления с течением времени увеличивается, то равнодействующая сила уменьшается и уменьшается ускорение катера.

Применив II закон Ньютона, рассчитаем ускорение a катера массой m в тот момент, когда сила тяги двигателя $F_{\text{тяг}}$, сила ветра $F_{\text{в}}$ и сила сопротивления $F_{\text{с}}$ равны соответственно 1,5 кН, 1 кН и 0,5 кН:

$$a = \frac{\sqrt{F_{\text{тяг}}^2 + F_{\text{в}}^2 - F_{\text{с}}}}{m},$$

$$a = 1,3 \text{ м/с}^2.$$

5.5. Проведём анализ движения пули. Достаточно очевидно, сила F , с которой кубик действует на пулю, зависит от скорости пули. Однако

скорость пули при пролёте через кубик меняется незначительно: её изменение равно 2 м/с, что составляет всего 2% от скорости пули при входе в кубик. Поэтому примем, что сила, с которой кубик действует на пулю, постоянна. Помимо силы F на пулю также действует постоянная сила тяжести $F_{тяж}$. ($F_{тяж} = mg$.) Таким образом, можно считать, что пуля при пролёте через кубик движется равноускоренно.

Применим II закон Ньютона (формула закона записана в проекции на вертикальную ось):

$$ma = F + mg,$$

где a – ускорение пули.

$$F = ma - mg. \quad (1)$$

Ускорение пули рассчитаем следующим образом. Если S – ребро кубика, то

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

(Выведите эту формулу самостоятельно.)

Отсюда

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2S}. \quad (2)$$

Осталось определить ребро кубика S :

$$S = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho}}. \quad (3)$$

Воспользуемся формулами (1)–(3) и проведём соответствующие расчеты:

$$S = 10 \text{ см.}$$

$$a = -1980 \text{ м/с}^2.$$

$$F = -19,9 \text{ Н.}$$

В соответствии с III законом Ньютона, пуля действует на кубик с такой же по величине силой, с какой кубик действует на пулю. Следовательно, пуля действует на кубик с силой 19,9 Н, что существенно больше силы тяжести, действующей на кубик, а значит, кубик подпрыгнет.

Ответ: кубик подпрыгнет.

5.6. Пусть сила трения, действующая на колеса автомобиля и приводящая к его остановке в случае прямолинейного движения, либо к изменению направления вектора скорости в случае движения по дуге окружности, равна по величине силе трения скольжения.

Рассчитаем ускорение, вызываемое этой силой. Сила трения скольжения $F_{тр. \text{ скол}}$ равна

$$F_{тр. \text{ скол}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения шин автомобиля об полотно дороги,

N – сила реакции опоры.

Так как по условию задачи движение автомобиля происходит по горизонтальной площади, то

$$N = mg,$$

где m – масса автомобиля,

g – ускорение свободного падения.

Тогда

$$F_{\text{тр. сколь}} = \mu mg$$

и ускорение автомобиля a , вызываемое силой трения скольжения, равно:

$$a = \mu g.$$

Пусть начальная скорость автомобиля равна v_0 . Тогда в случае прямолинейного движения тормозной путь автомобиля S составит

$$S = \frac{v_0^2}{2a}$$

(выведите эту формулу самостоятельно).

При повороте автомобиля он движется по дуге окружности радиусом R с центростремительным ускорением a_y .

$$a_y = \frac{v_0^2}{R}.$$

Отсюда

$$R = \frac{v_0^2}{a_y}.$$

Таким образом, для прохождения поворота по минимальному радиусу необходимо, чтобы центростремительное ускорение было максимально возможным. Но в рассматриваемом случае центростремительное ускорение создаётся максимальной силой трения покоя, которую мы считаем равной силе трения скольжения, а значит,

$$a_y = a.$$

Следовательно

$$R = \frac{v_0^2}{a}.$$

Сравнив тормозной путь S и радиус поворота R , делаем вывод, что следует тормозить, так как

$$S < R.$$

Ответ: следует затормозить.

5.7. Укажем силы, которые действуют на монету, скользящую по линейке, наклонённой под некоторым углом α к горизонту (рис. 98). Это сила тяжести $\vec{F}_{тяж}$, сила реакции \vec{N} , сила трения скольжения $\vec{F}_{тр. скол}$.

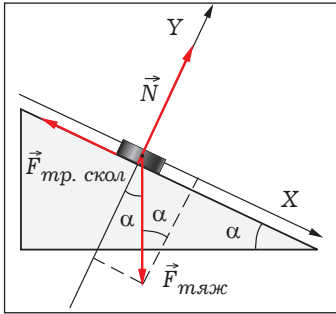


Рис. 98

По II закону Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}_{тяж} + \vec{N} + \vec{F}_{тр. скол},$$

где m – масса монеты,

\vec{a} – ускорение монеты.

Выберем направление оси координат X вдоль наклонной плоскости по направлению движения монеты, направление оси координат Y перпендикулярно наклонной плоскости (см. рис. 98) и запишем формулу II закона Ньютона в проекции на ось X и на ось Y :

$$ma_x = F_{тяж\ x} - F_{тр. скол} \quad (1)$$

$$ma_y = N - F_{тяж\ y} \quad (2)$$

Очевидно, что

$$a_y = 0.$$

Тогда из соотношения (2) получим:

$$N = F_{тяж\ y}$$

Проекция силы тяжести на ось Y равна (см. рис. 98):

$$F_{тяж\ y} = F_{тяж} \cos\alpha.$$

Так как

$$F_{тяж} = mg,$$

где g – ускорение свободного падения, то

$$F_{тяж\ y} = mg \cos\alpha$$

и

$$N = mg \cos\alpha. \quad (3)$$

Вспомним формулу для расчёта силы трения скольжения:

$$F_{тр. скол} = \mu N,$$

которая с учётом соотношения (3) примет вид:

$$F_{тр. скол} = \mu mg \cos\alpha \quad (4)$$

Проекция силы тяжести на ось X равна (см. рис. 98):

$$F_{тяж\ x} = F_{тяж} \sin\alpha$$

или

$$F_{тяж\ x} = mg \sin\alpha \quad (5)$$

Из соотношений (1), (4), (5) имеем

$$a_x = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha). \quad (6)$$

Полученное нами выражение (6) позволило бы определить коэффициент трения скольжения μ , если бы имелась возможность измерить ускорение a_x , с которым монета скользит по линейке, расположенной под углом α к горизонту. Понятно, что при том оборудовании, которым мы располагаем при решении данной задачи, это проблематично.

Воспользуемся иным вариантом решения: подберём такой угол наклона линейки α_0 , при котором монета скользит по линейке равномерно. В этом случае ускорение монеты равно нулю,

$$a_x = 0.$$

В этом случае из соотношения (6) имеем

$$\sin\alpha_0 - \mu\cos\alpha_0 = 0.$$

Отсюда

$$\mu = \frac{\sin\alpha_0}{\cos\alpha_0}$$

или

$$\mu = \operatorname{tg}\alpha_0.$$

Примечание. При подборе угла, при котором монета скользит равномерно, следует легонько постукивать карандашом по линейке. (Сообразите самостоятельно, с какой целью это необходимо делать.)

Ответ: необходимо измерить минимальный угол наклона линейки, при котором монета начинает скользить по линейке, двигаясь равномерно. Коэффициент трения скольжения монеты по линейке равен тангенсу этого угла наклона.

5.8. Рассмотрим движение шайбы относительно системы отсчёта «Лента транспортера» (рис. 99).

Начальная скорость шайбы \vec{v} относительно ленты транспортера:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + (-\vec{V}),$$

модуль этой скорости равен

$$v = \sqrt{v_0^2 + V^2}. \quad (1)$$

При скольжении шайбы по горизонтальной ленте транспортера на шайбу действует сила трения скольжения $\vec{F}_{тр. \text{скол}}$. Модуль этой силы:

$$F_{тр. \text{скол}} = \mu mg,$$

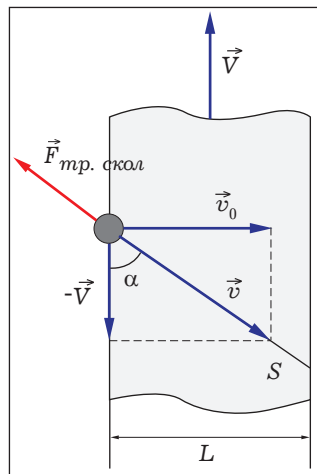


Рис. 99

направлена же сила трения скольжения против вектора \vec{v} скорости шайбы.

Под действием силы трения скольжения шайба движется равноускоренно (точнее, равнозамедленно) с ускорением a , равным

$$a = \mu g \quad (2)$$

и до полной остановки проходит тормозной путь S , равный

$$S = \frac{v^2}{2a}. \quad (3)$$

(Выведите последние две формулы самостоятельно.)

Из соотношений (1) – (3) получим:

$$S = \frac{v_0^2 + V^2}{2\mu g}. \quad (4)$$

Обратимся вновь к рисунку 99. Из рисунка видно, что шайба сможет достигнуть другого края ленты, если ширина ленты L не больше, чем

$$L = S \sin \alpha,$$

где

$$\sin \alpha = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + V^2}}.$$

Тогда с учётом соотношения (4) окончательно имеем

$$L = \frac{v_0 \sqrt{v_0^2 + V^2}}{2\mu g}.$$

Ответ: $L = \frac{v_0 \sqrt{v_0^2 + V^2}}{2\mu g}.$

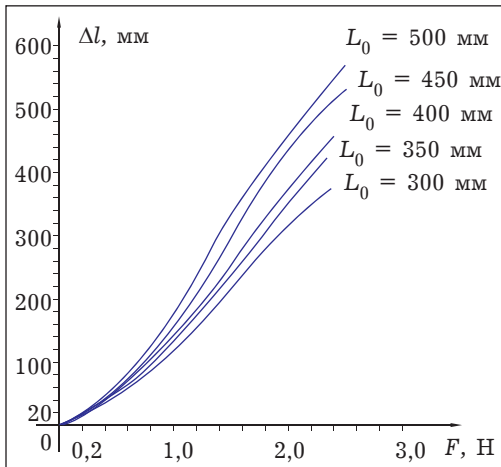


Рис. 100

5.9. На рисунке 100 приведены графики зависимости удлинения полоски резины Δl от величины силы F , растягивающей полоску, для различных значений первоначальной длины полоски l_0 . Анализ результатов измерений позволяет сделать вывод о том, что в рассматриваемом случае закон Гука выполняется только в области деформации, соответствующей относительному удлинению полоски резины $\Delta l/l_0$ не превосходящему 10 %. При этом в области выполнимости закона

Гука жёсткость полоски резины тем больше, чем меньше первоначальная длина полоски l_0 .

Лабораторная работа «Изучение процесса прогиба линейки» (§ 5)

Практическое выполнение заданий 1 и 2 не составляет труда.

На рисунке 101 приведён в качестве примера график зависимости величины прогиба линейки Δx от приложенной к концу линейки вертикально вниз силы F для определённого значения расстояния L (от точки приложения силы F до закреплённого края линейки). Вид графика позволяет сделать вывод, что если сила F невелика, то

$$\Delta x \sim F.$$

График зависимости величины прогиба линейки Δx от расстояния L для определённого значения приложенной к концу линейки силы F приведён на рисунке 102.

Видно, что величина прогиба линейки Δx тем больше, чем больше расстояние L , но зависимость не является прямо пропорциональной. Предположим, что искомая зависимость является некоторой степенной зависимостью, и построим графики зависимости Δx от L_2 , L_3 и так далее. На рисунке 103 приведён график зависимости Δx от L_3 , который позволяет сделать вывод, что

$$\Delta x \sim L_3.$$

Обобщая результаты выполнения задания 1 и 2, приходим к выводу, что

$$\Delta x \sim FL_3.$$

Примечание. Представляет интерес также выяснить, как величина прогиба линейки (рейки) зависит от её толщины и ширины.

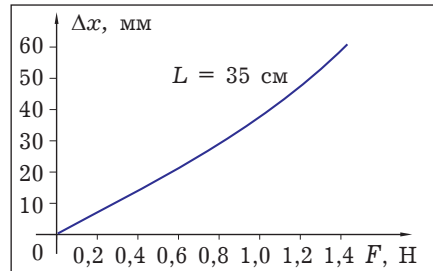


Рис. 101

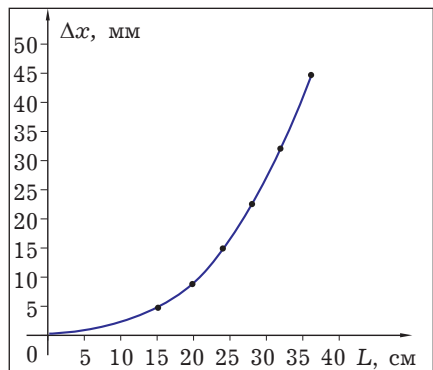


Рис. 102

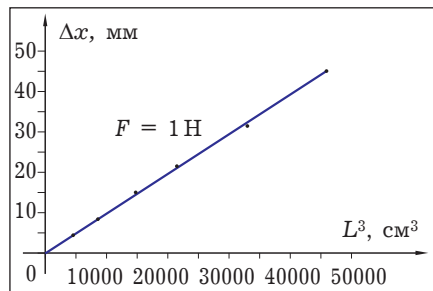


Рис. 103

6.1. Покажем силы, действующие на трубку, и используем первое условие равновесия (направление осей OX и OY указано на рисунке 104).

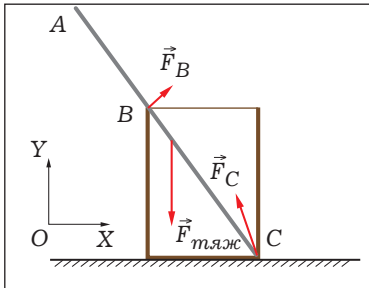


Рис. 104

$$F_{Bx} + F_{Cx} + F_{тяж\ x} + \dots = 0, \quad (1)$$

$$F_{By} + F_{Cy} + F_{тяж\ y} + \dots = 0. \quad (2)$$

По условию задачи

$$\sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = 0,5 \text{ Н},$$

$$F_{Cy} = 0,6 \text{ Н},$$

$$F_{тяж\ x} = 0 \text{ Н},$$

$$F_{тяж\ y} = -1 \text{ Н}.$$

Тогда из условия (2) получим, что

$$F_{By} = 0,4 \text{ Н}.$$

(Дальнейшие действия по решению задачи выполните самостоятельно.)

Ответ: $F_{Cx} = -0,3 \text{ Н}$.

6.2. Первоначально рассмотрим равновесие груза массой M . На груз действует сила тяжести и сила реакции со стороны опоры – рычага. Так как груз находится в равновесии, то эти силы равны. В соответствии с III законом Ньютона сила реакции, действующая на груз, равна весу груза P , то есть той силе, с которой груз действует на рычаг. Таким образом,

$$P = Mg.$$

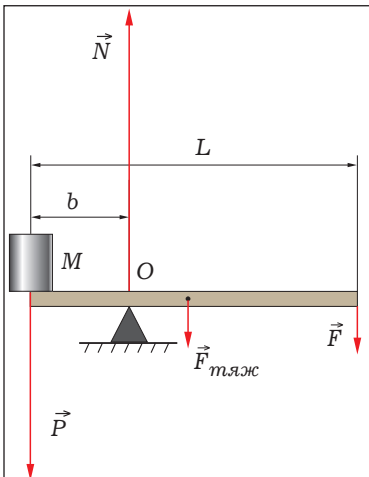


Рис. 105

Далее рассмотрим, какие силы действуют на рычаг (рис. 105). Это: вес груза P , сила реакции N , приложенная к рычагу со стороны шарнира, сила тяжести $F_{тяж}$, сила F . Относительно шарнира (точка O на рисунке 105) плечо каждой из этих сил равно b , 0 , $\frac{L}{2} - b$, $L - b$, соответственно (докажите это самостоятельно).

Применим к рычагу второе условие равновесия, вычисляя моменты сил относительно точки O ,

$$F_{тяж}(\frac{L}{2} - b) + F(L - b) - Pb = 0.$$

Отсюда

$$L = \frac{(F + P + F_{тяж})b}{(F + \frac{1}{2}F_{тяж})}.$$

Учтём, что

$$P = Mg,$$

$$F_{\text{тяж}} = mg$$

и окончательно получим:

$$L = \frac{(F + Mg + mg)b}{\left(F + \frac{mg}{2}\right)}.$$

$$L = 4 \text{ м.}$$

Ответ: $L = 4 \text{ м.}$

6.3. Рассмотрим силу, действующую на шар со стороны стенки. Традиционно силу, действующую на тело со стороны опоры, мы представляем как векторную сумму двух сил – силы трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленной вдоль поверхности опоры и силы реакции \vec{N} , перпендикулярной опоре. По условию задачи стенка гладкая и силой трения между шаром и стенкой можно пренебречь. Следовательно, со стороны стенки на шар действует только силы реакции \vec{N} , которая перпендикулярна стенке (рис. 106). Укажем также другие силы, действующие на шар – это сила тяжести $\vec{F}_{\text{тяж}}$, выталкивающая сила $\vec{F}_{\text{арх}}$ и сила натяжения нити \vec{F} .

Рассмотрим равновесие шара относительно точки C – центра шара. Очевидно, что моменты силы тяжести, выталкивающей силы и силы реакции относительно этой точки равны нулю. Значит, для выполнения второго условия равновесия (правила моментов) необходимо, чтобы и момент силы натяжения нити относительно точки C был равен нулю, а это возможно только тогда, когда плечо силы \vec{F} относительно точки C равно нулю. Таки образом мы выяснили, что линия действия силы натяжения нити \vec{F} проходит через центр шара.

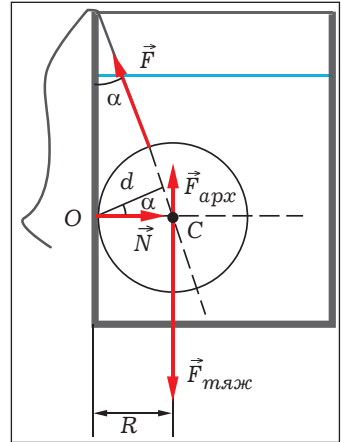


Рис. 106

Теперь рассмотрим равновесие шара относительно точки O – точки контакта шара со стенкой и вновь воспользуемся правилом моментов. Относительно точки O плечо силы реакции \vec{N} равно нулю, плечо силы тяжести $\vec{F}_{\text{тяж}}$ и плечо выталкивающей силы $\vec{F}_{\text{арх}}$ равны радиусу шара R , а плечо d силы натяжения нити \vec{F} несложно определить из рисунка 106

$$d = R \cos \alpha.$$

Правило моментов будет записано следующим образом:

$$F_{\text{тяж}}R - F_{\text{арх}}R - FR \cos \alpha = 0$$

или

$$F_{\text{тяж}} - F_{\text{арх}} - F \cos \alpha = 0.$$

Отсюда

$$F = \frac{F_{\text{тяж}} - F_{\text{арх}}}{\cos \alpha}. \quad (1)$$

(Обратите внимание, что подобное соотношение вы можете получить, применяя и первое условие равновесия.)

$$F_{\text{тяж}} = mg, \quad (2)$$

$$F_{\text{арх}} = \rho_0 g V, \quad (3)$$

где V – объём шара,

$$V = \frac{m}{\rho}. \quad (4)$$

Используя соотношения (2) – (4), запишем выражение (1) в окончательном виде:

$$F = \frac{mg(1 - \frac{\rho_0}{\rho})}{\cos \alpha}.$$

$$F = 53 \text{ Н.}$$

Ответ: $F = 53 \text{ Н.}$

6.4. Используя карандаш в качестве опоры, необходимо на краю стола уравновесить линейку-рычаг, к концу которой на нити прикреплен небольшой металлический предмет (рис. 107).

Запишем условие равновесия линейки:

$$Pd - F_{\text{тяж}}l = 0, \quad (1)$$

где P – вес предмета,

d – расстояние от точки опоры до линии действия веса,

$F_{\text{тяж}}$ – сила тяжести, действующая на линейку,

l – расстояние от точки опоры до линии действия силы тяжести.

Ясно, что

$$P = mg,$$

где m – масса предмета.

$$m = \rho V,$$

где ρ – плотность металла,

V – объём предмета.

Так как

$$P = \rho Vg, \quad (2)$$

то выражение (1) примет вид

$$\rho Vgd - F_{\text{тяж}}l = 0. \quad (3)$$

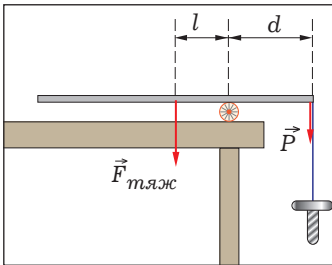


Рис. 107

Поднесём снизу к предмету сосуд с водой так, чтобы предмет был полностью погружён в воду, и, сдвинув линейку на опоре, вновь добьёмся её равновесия (рис. 108).

В этом случае условие равновесия линейки будет иметь вид

$$P'd' - F_{\text{тяж}}l' = 0, \quad (4)$$

где P' – вес предмета, полностью погружённого в воду,

d' – плечо силы P' ,

l' – плечо силы $F_{\text{тяж}}$.

Вес предмета P' , полностью погружённого в воду, равен

$$P' = P - F_{\text{арх}}, \quad (5)$$

где $F_{\text{арх}}$ – выталкивающая сила, действующая на тело, полностью погружённое в воду.

$$F_{\text{арх}} = \rho_0 g V, \quad (6)$$

где ρ_0 – плотность воды.

С учетом соотношений (2) и (6) выражение (5) примет вид

$$P' = (\rho - \rho_0)gV$$

и для условия равновесия (4) окончательно получим:

$$(\rho - \rho_0)gVd' - F_{\text{тяж}}l' = 0, \quad (7)$$

Совместное решение уравнений (3) и (7) позволяет получить выражение для определения плотности металла, из которого изготовлен предмет (болт или гайка):

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 - \frac{l'}{d'}}.$$

Таким образом, для определения плотности металла необходимо измерить плечи соответствующих сил при двух случаях равновесия линейки (когда предмет, прикрепленный к линейке, находится в воздухе и когда предмет полностью погружён в воду).

6.5. Одно из возможных решений поставленной задачи может быть следующим. Закрепим планку в лапке штатива горизонтально и привяжем нить на одном конце планки. Подвесим груз массой m на нить и совместим нить с другим концом планки так, чтобы натягивая нить, можно было бы уменьшать глубину h провисания нити, пока не произойдёт разрыв нити (рис. 109).

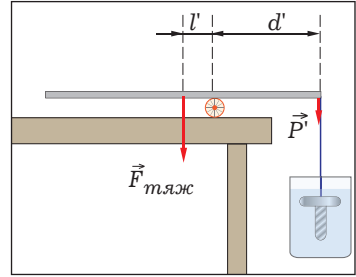


Рис. 108

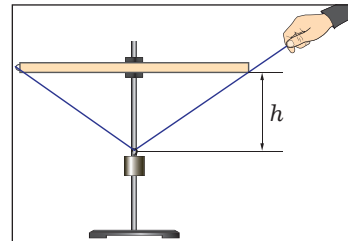


Рис. 109

Рассмотрим первое условие равновесия груза на нити (рис. 110).

$$F_{1x} + F_{2x} + P_x = 0, \quad (1)$$

$$F_{1y} + F_{2y} + P_y = 0, \quad (2)$$

где F_1 и F_2 – сила натяжения соответственно левой и правой части нити,

P – вес груза.

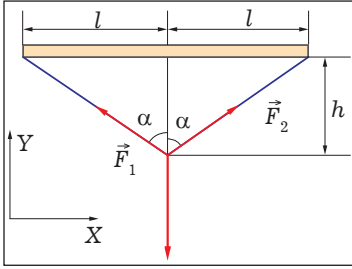


Рис. 110

Обратимся к рисунку 110:

$$F_{1x} = -F_1 \sin \alpha$$

$$F_{2x} = F_2 \sin \alpha$$

$$P_x = 0$$

$$F_{1y} = F_1 \cos \alpha$$

$$F_{2y} = F_2 \cos \alpha$$

$$P_y = -mg.$$

Подставив значения проекций сил в уравнения (1) и (2) из соотношения (1) получим, что

$$F_1 = F_2 = F,$$

где F – сила натяжения нити, при достижении которой происходит разрыв нити.

Из соотношения (2) получим

$$F = \frac{mg}{2 \cos \alpha}. \quad (3)$$

Вновь обратимся к рисунку 110:

$$\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2}},$$

где l – половина длины планки,

и соотношение (3) окончательно примет вид

$$F = \frac{mg \sqrt{h^2 + l^2}}{2h}.$$

Таким образом, для определения силы, при которой происходит разрыв нити, необходимо измерить длину планки, к которой крепится нить, и глубину провисания нити в момент её разрыва.

6.6. Подвесим гирю массой m на нити на штативе. Положим под брусок массой M , находящийся на поверхности стола, лист бумаги и расположим брусок так, чтобы гиря упиралась в боковую грань бруска (рис. 111). Двигая лист бумаги по поверхности стола, будем смещать брусок так, чтобы угол отклонения нити от вертикали увеличивался. Измерим транспортиром то предельное значение угла α откло-

нения нити, при достижении которого брусок начинает скользить по листу бумаги.

Рассмотрим силы, действующие на брусок и гирию (рис. 112).

На брусок действует сила тяжести $\vec{F}_{тяж}$, сила реакции опоры \vec{N} , сила трения $\vec{F}_{тр}$ (в момент начала скольжения бруска по листу бумаги происходит «переход» максимальной силы трения покоя в силу трения скольжения), сила давления со стороны гири \vec{F} . На гирию действует сила тяжести $\vec{F}'_{тяж}$, сила натяжения нити $\vec{F}_н$, сила давления со стороны бруска \vec{F}' .

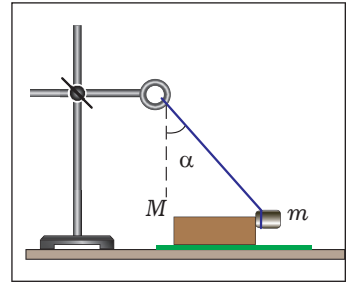


Рис. 111

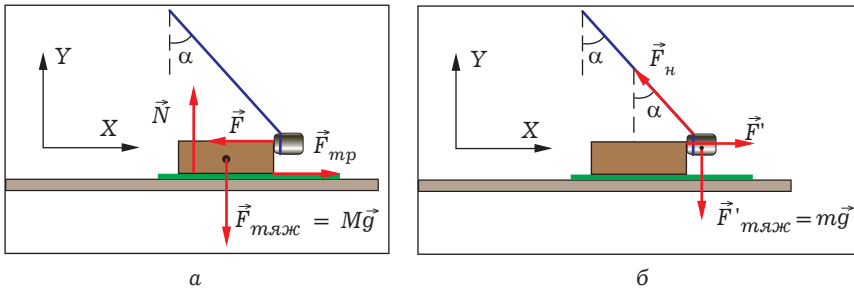


Рис. 112

Рассмотрим условия равновесия бруска и груза.

$$F_{тяж\ x} + N_x + F_{тр\ x} + F_x = 0, \quad (1)$$

$$F_{тяж\ y} + N_y + F_{тр\ y} + F_y = 0, \quad (2)$$

$$F'_{тяж\ x} + F_{н\ x} + F'_x = 0, \quad (3)$$

$$F'_{тяж\ y} + F_{н\ y} + F'_y = 0. \quad (4)$$

С учётом значения проекций каждой из сил уравнения (1)–(4) примут вид:

$$0 + 0 + \mu N - F = 0, \quad (5)$$

$$-Mg + N + 0 + 0 = 0, \quad (6)$$

$$0 - F_n \sin \alpha + F' = 0, \quad (7)$$

$$-mg + F_n \cos \alpha + 0 = 0. \quad (8)$$

Учтём также, что в соответствии с III законом Ньютона силы взаимодействия \vec{F} и \vec{F}' равны по величине и противоположны по направлению, а значит

$$F = F'. \quad (9)$$

Решая систему уравнений (5)–(9), получим:

$$\mu = \frac{mtg\alpha}{M}.$$

6.7. Поставим брусок вертикально на узкую грань на лист бумаги, лежащий на поверхности стола. Будем действовать на вертикальную грань бруска силой (например, воздействуя на грань остриём карандаша). Силу \vec{F} будем прикладывать к точке, находящейся на одинаковом расстоянии от вертикальных рёбер бруска, перпендикулярно вертикальной грани и параллельно плоскости основания бруска (рис. 113).

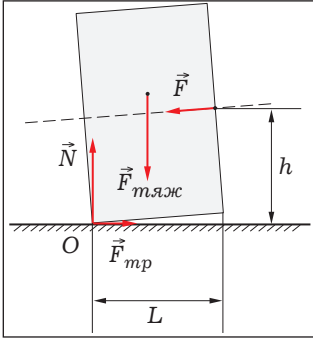


Рис. 113

Перемещая остриё карандаша снизу вверх, определим такую точку приложения силы, когда наблюдается переход от поступательного движения бруска по листу бумаги к его опрокидыванию. В этой «пограничной» ситуации сила реакции и сила трения скольжения, «перемещаются» к ребру O , относительно которого «намечается» опрокидывание.

Для рассматриваемой ситуации из первого условия равновесия с очевидностью вытекают следующие соотношения между силами:

$$F_{\text{тяж}} = N, \quad (1)$$

$$F_{\text{тр. скол}} = F. \quad (2)$$

Из второго условия равновесия (правила моментов) имеем:

$$F_{\text{тяж}} \frac{a}{2} - Fh = 0, \quad (3)$$

где a – длина наиболее короткого ребра бруска,

h – расстояние от нижнего основания бруска до точки приложения «опрокидывающей» силы.

С учётом соотношений (1) и (2) выражение (3) запишем иначе:

$$N \frac{a}{2} - F_{\text{тр. скол}} h = 0, \quad (4)$$

Теперь осталось только вспомнить известную формулу для расчёта силы трения скольжения:

$$F_{\text{тр. скол}} = \mu N,$$

подставить её в соотношении (4) и получить итоговое выражение для расчёта коэффициента трения:

$$\mu = \frac{a}{2h}.$$

Таким образом, для определения коэффициента трения узкой грани деревянного бруска по бумаге необходимо измерить длину наиболее

короткого ребра бруска и высоту точки приложения силы при переходе от поступательного движения бруска по листу бумаги к его опрокидыванию.

6.8. Поставим карандаш вертикально на лист бумаги, и, приложив к нему силу \vec{F} вдоль карандаша, будем постепенно отклонять карандаш от вертикали (рис. 114). Помимо силы \vec{F} на карандаш действует сила со стороны листа бумаги, которую мы представим как векторную сумму силы трения покоя \vec{F}_{mp} , направленной вдоль поверхности листа бумаги и силы реакции \vec{N} , перпендикулярной листу бумаги. Силу тяжести $\vec{F}_{тяж}$, действующую на карандаш, не учитываем ввиду её малости в сравнении с силой \vec{F} .

При равновесии карандаша

$$\vec{F} + \vec{F}_{mp} + \vec{N} = 0$$

или

$$\vec{F}_{mp} + \vec{N} = -\vec{F},$$

то есть векторная сумма сил \vec{F}_{mp} и \vec{N} должна быть направлена вдоль карандаша и компенсировать силу \vec{F} . Соотношения между величиной силы трения покоя и силы реакции при этом определяется тангенсом угла отклонения карандаша α от вертикали:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_{mp}}{N}. \quad (1)$$

При увеличении угла отклонения карандаша от вертикали для сохранения равновесия карандаша сила трения покоя должна возрастать, но максимальное значение силы трения покоя ограничено значением приблизительно равным силе трения скольжения.

$$F_{mp. \text{ скол}} = \mu N. \quad (2)$$

Подставить соотношение (2) в формулу (1) получим итоговое выражение для расчёта коэффициента трения:

$$\mu = \operatorname{tg}\alpha,$$

где α – максимально возможный угол отклонения карандаша от вертикали, при превышении которого равновесие карандаша нарушается.

Таким образом, для определения коэффициента трения скольжения необходимо измерить угол отклонения карандаша от вертикали при достижении которого грифель карандаша начинает скользить по листу бумаги.

7.1. Рассмотрим движение тележки в наиболее «проблемной» – верхней точке петли. Движение тележки в этой точке должно происходить по траектории, которая является дугой окружности радиуса R .

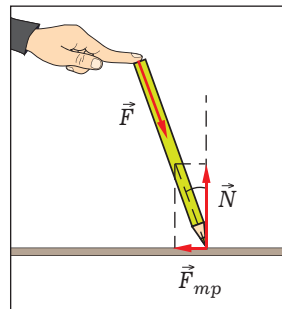


Рис. 114

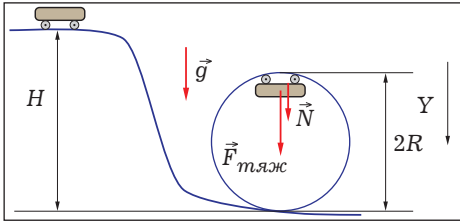


Рис. 115

Следовательно, в верхней точке петли тележка должна двигаться с центростремительным ускорением \vec{a}_{cy} , вызываемым действующими на тележку силами – силой тяжести $\vec{F}_{тяж}$ и силой реакции опоры \vec{N} (рис. 115).

Применим II закон Ньютона:

$$m\vec{a}_{cy} = \vec{F}_{тяж} + \vec{N},$$

где m – масса тележки.

В проекции на ось Y имеем:

$$ma_{cy} = F_{тяжy} + N_y. \quad (1)$$

Так как

$$F_{тяжy} = mg,$$

$$N_y = N$$

и

$$a_{cy} = \frac{v^2}{R},$$

где v – скорость тележки в верхней точке петли, то выражение (1) можно записать в виде

$$\frac{mv^2}{R} = mg + N. \quad (2)$$

Пусть тележка начинает своё движение с высоты H . Тогда в соответствии с законом сохранения механической энергии

$$mgH = mg(2R) + \frac{mv^2}{2}. \quad (3)$$

Решая систему уравнений (2) и (3), получим:

$$H = \frac{5}{2}R + \frac{NR}{2mg}. \quad (4)$$

Минимальная возможная высота H_{min} , при запуске с которой тележка ещё сможет совершить движение по петле, соответствует случаю, при котором тележка проходит верхнюю точку петли, находясь в состоянии невесомости, то есть

$$N = 0.$$

В этом случае из соотношения (4) имеем:

$$H_{min} = \frac{5}{2}R.$$

Ответ: $H_{min} = \frac{5}{2}R$.

Примечание. Подумайте, почему в задаче рассматривается движение тележки, а не движение, например, шарика.

7.2. При движении тела по поверхности полушария оно движется по дуге окружности радиуса R с центростремительным ускорением \vec{a}_y , вызываемым силой тяжести $\vec{F}_{тяж}$ и силой реакции опоры \vec{N} (рис. 116).

Применим II закон Ньютона.

$$m\vec{a}_y = \vec{F}_{тяж} + \vec{N},$$

где m – масса тела.

В проекции на ось Z имеем:

$$ma_{yz} = F_{тяжz} + N_z, \quad (1)$$

Определим проекции векторов:

$$a_{yz} = -\frac{v^2}{R},$$

где v – скорость тела в рассматриваемой точке;

$$F_{тяжz} = -mg\cos\alpha,$$

где α – угол, который равен углу между вертикалью и радиусом, проведённым из центра возвышения (точка O) к телу (точка A);

$$N_z = N.$$

Тогда уравнение (1) примет вид

$$-m\frac{v^2}{R} = -mg\cos\alpha + N. \quad (2)$$

В момент «отрыва» тела от возвышения оно теряет контакт с поверхностью, и сила реакции обращается в ноль:

$$N = 0.$$

Тогда из соотношения (2) имеем

$$\frac{v^2}{R} = g\cos\alpha. \quad (3)$$

Вновь обратимся к рисунку 116, из которого видно, что

$$\cos\alpha = \frac{h}{R},$$

где h – высота, при достижении которой тело «покидает» поверхность и переходит в режим свободного падения.

Тогда соотношение (3) примет вид:

$$v^2 = gh. \quad (4)$$

Воспользуемся законом сохранения механической энергии

$$mgR = mgh + \frac{mv^2}{2},$$

где h – высота, при достижении которой тело «покидает» поверхность и переходит в режим свободного падения.

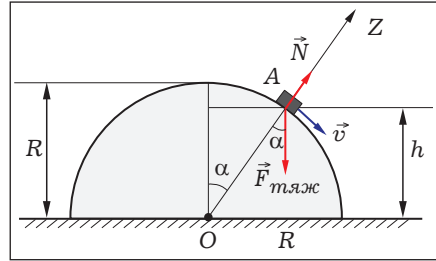


Рис. 116

$$gR = gh + \frac{v^2}{2}. \quad (5)$$

Решая систему уравнений (4) и (5) получим:

$$h = \frac{2}{3}R.$$

Ответ: $h = \frac{2}{3}R$.

7.3. Подвесим нить длиной L вертикально, прикрепив к нижнему концу нити груз массой m . Сохраняя нить натянутой, отведём груз от вертикали, отклонив нить в вертикальной плоскости первоначально на угол α (рис. 117).

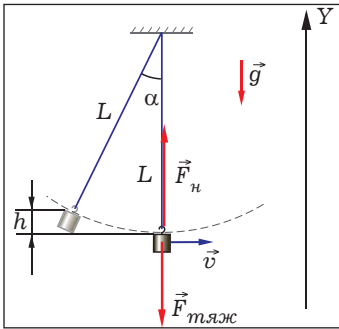


Рис. 117

Выясним, чему будет равна сила натяжения нити \vec{F}_n в момент прохождения грузом нижней точки траектории. Применим II закон Ньютона:

$$m\vec{a}_y = \vec{F} + \vec{F}_{тяж},$$

где \vec{a}_y – центростремительное ускорение, с которым груз движется в нижней точке траектории,

m – масса груза.

В проекции на ось Y имеем

$$ma_{cy} = F_y + F_{тяжy}. \quad (1)$$

Так как

$$F_y = F,$$

$$F_{тяжy} = -mg$$

и

$$a_{cy} = \frac{v^2}{L},$$

где v – скорость груза в верхней точке петли, то выражение (1) можно записать в виде

$$m\frac{v^2}{R} = F - mg,$$

откуда

$$F = mg + m\frac{v^2}{L}. \quad (2)$$

При отклонении нити в вертикальной плоскости на угол α груз был поднят на высоту h , равную

$$h = L - L\cos\alpha,$$

$$h = L(1 - \cos\alpha). \quad (3)$$

(Выведите эту формулу самостоятельно, обратившись к рисунку 117.)

Воспользуемся также законом сохранения механической энергии:

$$mgh = \frac{mv^2}{2}. \quad (4)$$

Решая систему уравнений (2)–(4) получим:

$$F = mg(3 - 2\cos\alpha). \quad (5)$$

Проанализируем полученное выражение. Если нить не отклонять от вертикали, то есть, когда груз покоится, то (и это очевидно)

$$F = mg,$$

Если нить отклонить от вертикали на максимально возможный угол в 90° , то при прохождении грузом нижней точки траектории на нить действует сила, равная

$$F = 3mg.$$

Таким образом, один из возможных вариантов решения следующий:

- прикрепите с помощью струбицы основание штатива к крышке стола;
- выясните, сколько стограммовых грузов необходимо прикрепить к нижнему концу нити, чтобы при максимальном отклонении нити от вертикали (на угол 90°) нить порвалась;
- установленное вами число грузов вновь прикрепите к нижнему концу нити, и постепенно увеличивая угол отклонения (его измеряют транспортиром), заметьте, при каком значении угла α происходит разрыв нити;
- воспользуйтесь формулой (5) и вычислите значение силы натяжения, которую выдерживает нить.

Примечание. Не забудьте провести, как обычно, необходимые измерения несколько раз и оценить погрешность полученного результата.

7.4. Пусть лягушка прыгает с начальной скоростью \vec{v}_0 под углом α к горизонту (рис. 118).

Так как вдоль оси X на систему «лягушка-доска» внешние силы не действуют, то проекция импульса на ось X постоянна. Поскольку первоначально проекция импульса на ось X была равна нулю, то и в дальнейшем

$$p_x = 0. \quad (5)$$

После прыжка движущаяся лягушка имеет определённую проекцию импульса $p_{ляг\ x}$ вдоль оси X . Как видно из рисунка 118, эта проекция положительна и равна

$$p_{ляг\ x} = mv_0\cos\alpha.$$

Соотношение (5) будет соблюдено, если после прыжка лягушки и доска придёт в

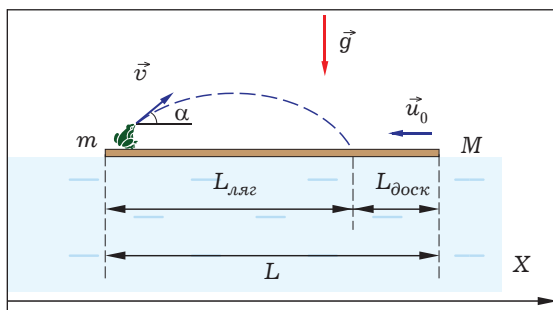


Рис. 118

движение с некоторой скоростью u_0 . При этом проекция импульса доски $p_{\text{доск } x}$ на ось X

$$p_{\text{доск } x} = -Mu_0$$

должна быть такова, чтобы

$$mv_0 \cos \alpha - Mu_0 = 0. \quad (6)$$

Пусть лягушка находится в полёте время t . Какое расстояние $l_{\text{ляг}}$ пролетит лягушка вдоль оси X за это время?

$$l_{\text{ляг}} = v_0 \cos \alpha t. \quad (7)$$

На какое расстояние $l_{\text{доск}}$ продвинется доска за это же время?

$$l_{\text{доск}} = u_0 t. \quad (8)$$

Так как по условию задачи лягушка приземляется точно на противоположном конце доски, то

$$L = l_{\text{ляг}} + l_{\text{доск}}. \quad (9)$$

Из уравнений (6)–(9) имеем:

$$L = \left(1 + \frac{m}{M}\right) v_0 \cos \alpha t. \quad (10)$$

Теперь осталось сообразить, как рассчитать время полета t лягушки.

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (11)$$

(Последнее соотношение выведите самостоятельно.)

Из соотношений (10) и (11) имеем:

$$L = \left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \quad (12)$$

При записи последнего выражения использовано известное тригонометрическое соотношение

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Из соотношения (12) окончательно имеем

$$v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\left(1 + \frac{m}{M}\right) \sin 2\alpha}}.$$

Ответ: $v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\left(1 + \frac{m}{M}\right) \sin 2\alpha}}.$

7.5. Пусть v – скорость шайбы на левой вершине горки, а u – скорость горки. Из закона сохранения импульса (смотрите пояснение к задаче 7.4) следует, что

$$Mu - mv = 0, \quad (1)$$

где m – масса шайбы,

M – масса горки,

причём по условию задачи

$$M = 5m. \quad (2)$$

Из закона сохранения механической энергии следует, что

$$mg3H = mgH + \frac{mv^2}{2} + \frac{mu^2}{2}. \quad (3)$$

Решая систему уравнений (1)–(3) получим:

$$v = \sqrt{\frac{10}{3}gH}.$$

Ответ: $v = \sqrt{\frac{10}{3}gH}$.

7.6. Подвесим пластилиновый и стальной шарик на нитях одинаковой длины, как это показано на рисунке 119.

Отклоним пластилиновый шарик влево на угол α от вертикали и отпустим его. После неупругого столкновения пластилиновый и стальной шарик слипнутся вместе отклоняются вправо от вертикали на угол β , значение которого также необходимо измерить¹.

Таким образом, пластилиновый шарик массой m начинает движение с высоты h , «встречает» стальной шарик массой M , и слипнутся вместе стальной и пластилиновый шарик (их общая масса $M + m$) поднимаются до высоты h' (рис. 119). Возникает «соблазн», использовав закон сохранения механической энергии, записать соотношение следующего вида:

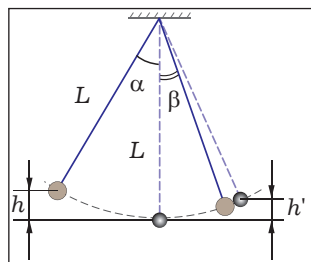


Рис. 119

$$mgh = (M + m)gh'$$

и определить массу m пластилинового шарика. Но будет ли верным такой подход к решению задачи? *Нет!* Использовать закон сохранения в таком упрощённом виде нельзя – ведь при столкновении стального шарика с пластилиновым часть механической энергии переходит во внутреннюю, шарик при ударе нагревается. Решение задачи требует более вдумчивого подхода.

Определим скорость v пластилинового шарика перед столкновением. Если длина нити L , то при отклонении от вертикали на угол α шарик поднят на высоту h , равную:

$$h = L(1 - \cos\alpha). \quad (1)$$

(Выведите это соотношение самостоятельно.)

Применим закон сохранения механической энергии:

$$mgh = \frac{mv^2}{2}. \quad (2)$$

¹ Для надёжного слипания шариков следует нанести на стальной шарик в точке контакта с пластилиновым шариком небольшой слой пластилина.

Из соотношений (1) и (2) получим:

$$v = \sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)}. \quad (3)$$

Аналогичные рассуждения позволяют определить начальную скорость u двух слипшихся шариков, которые поднимаются до некоторой высоты h' :

$$h' = L(1 - \cos\beta), \quad (4)$$

$$u = \sqrt{2gL(1 - \cos\beta)}. \quad (5)$$

Теперь воспользуемся для анализа столкновения шариков *законом сохранения импульса*, что позволяет записать следующее соотношение:

$$mv = (M + m)u. \quad (6)$$

Решая систему уравнений (3), (5), (6) получим:

$$m = \frac{M\sqrt{(1 - \cos\beta)}}{\sqrt{(1 - \cos\alpha)} - \sqrt{(1 - \cos\beta)}}. \quad (7)$$

«Потерю» механической энергии Q , то есть, ту часть механической энергии, что при столкновении шариков перешла во внутреннюю энергию, можно определить следующим образом:

$$Q = mgh - (M + m)gh'.$$

Используя соотношения (1), (4), (7) несложно произвести расчёт величины потерь Q .

Таким образом, для решения поставленной задачи необходимо:

- подвесить шарики на нитях одинаковой длины;
- сохраняя нить натянутой, отвести пластилиновый шарик влево, отклонив нить в вертикальной плоскости на угол α (угол α необходимо измерить);
- отпустить пластилиновый шарик и измерить, на какой угол β отклоняется от вертикали нить подвеса шариков, которые, слипнувшись, движутся как единое целое;
- рассчитать массу пластилинового шарика и величину «потерь» механической энергии.

Примечание. Не забудьте провести, как обычно, необходимые измерения несколько раз и оценить погрешность полученного результата. Используя весы проведите контрольное измерение массы пластилинового шарика.

7.7. На рисунке 120, а показано направление вектора импульса \vec{p}_0 движущейся монеты до столкновения и направление векторов импульсов \vec{p}_1 и \vec{p}_2 монет после столкновения. По условию задачи нам необходимо определить угол разлёта монет – угол α между векторами \vec{p}_1 и \vec{p}_2 .

Запишем закон сохранения импульса

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

Графически сложение векторов импульса показано на рисунке 120, б.

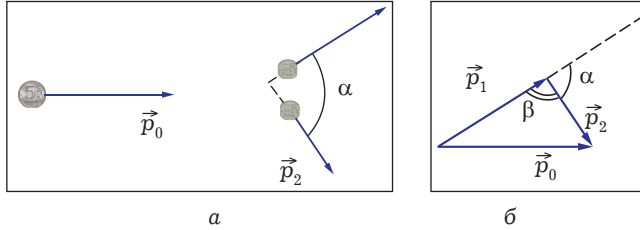


Рис. 120

Одновременно из закона сохранения энергии имеем:

$$\frac{p_0^2}{2m} = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m},$$

где m – масса монеты
или

$$p_0^2 = p_1^2 + p_2^2. \quad (1)$$

(Если быть совершенно точным, то необходимо учитывать, что при нецентральной ударе монеты скользят относительно друг друга, а значит, между ними возникает сила трения. Эта сила трения «раскручивает» монеты. В результате, часть кинетической энергии поступательного движения переходит в кинетическую энергию вращательного движения. Однако ввиду малости эффекта этим пренебрегают.)

Вновь обратимся к рисунку 120, б. Модули векторов \vec{p}_0 , \vec{p}_1 и \vec{p}_2 являются сторонами треугольника и одновременно стороны этого «треугольника импульсов» связаны между собой соотношением (1). Это позволяет сделать вывод, что рассматриваемый треугольник является прямоугольным:

$$\beta = 90^\circ,$$

а значит и угол разлёта α также равен 90° :

$$\alpha = 90^\circ.$$

Ответ: монеты разлетятся под прямым углом друг к другу.

Лабораторная работа «Определение скорости “пули” методом баллистического маятника»

Если масса шарика m , и первоначально его скорость v , а после попадания в мишень массой M скорость мишени с застрявшим в ней шариком составляет u , то закон сохранения энергии позволяет записать следующее соотношение:

$$mv = (M + m)u. \quad (1)$$

После попадания шарика мишень приобретает кинетическую энергию, что позволяет мишени подняться до высоты h . Закон сохранения механической энергии позволяет записать следующее соотношение:

$$(M + m)gh = \frac{(M + m)v^2}{2}. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2) выведем формулу для расчёта скорости шарика перед попаданием его в мишень:

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh}. \quad (3)$$

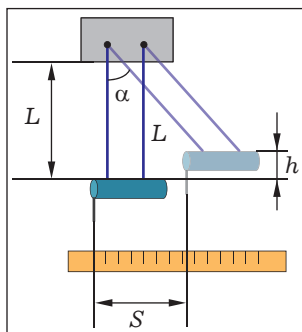


Рис. 121

Для определения высоты h подъёма мишени поступим следующим образом. Из рисунка 121 видно, что

$$h = L(1 - \cos\alpha), \quad (4)$$

где L – длина нити подвеса мишени,

α – угол отклонения нити подвеса мишени от вертикали.

Для расчёта косинуса угла отклонения первоначально определим значение синуса угла отклонения (рис. 121):

$$\sin\alpha = \frac{s}{L}, \quad (5)$$

где s – величина сдвига мишени.

и воспользуемся известным тригонометрическим соотношением:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1. \quad (6)$$

Из соотношений (4) – (6) получим:

$$h = L\left(1 - \sqrt{1 - \frac{s^2}{L^2}}\right). \quad (7)$$

В ходе выполнения задания 1 лабораторной работы необходимо измерить массу шарика m , массу мишени M , длину нитей подвеса мишени L , величину сдвига мишени s и провести необходимые расчёты, воспользовавшись формулами (7) и (3).

В ходе выполнения задания 2 лабораторной работы необходимо вначале рассчитать, «потери» механической энергии системы Q в результате неупругого взаимодействия «шарик – мишень»:

$$Q = \frac{mv^2}{2} - (M + m)gh,$$

а затем и доля k кинетической энергии пули-шарика, которая «теряется» при неупругом взаимодействии шарика и мишени:

$$k = \frac{Q}{E_k},$$

где E_k – кинетическая энергия шарика, которой он обладает перед столкновением с мишенью.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Примечание. Произведите выстрел из баллистического пистолета вертикально, измерьте высоту подъёма шарика, рассчитайте его начальную скорость и сравните с результатом, полученным при выполнении лабораторной работы.

8.1. Если масса шайбы m и она находится первоначально на высоте H , то потенциальная энергия шайбы E_n равна

$$E_n = mgH. \quad (1)$$

Далее шайба скользит по гладкой горке, а значит, её механическая энергия не превращается во внутреннюю энергию. Как результат, у основания горки кинетическая энергия шайбы в точности равна её первоначальной потенциальной энергии.

При скольжении по шероховатой горизонтальной поверхности потенциальная энергия шайбы, очевидно, не меняется, а кинетическая энергия уменьшается за счёт работы силы трения и происходящем при этом переходе механической энергии шайбы во внутреннюю энергию. Так как по условию задачи скорость шайбы уменьшилась в 2 раза, то, следовательно, кинетическая энергия шайбы уменьшилась в 4 раза. Таким образом, мы приходим к выводу, что $3/4$ первоначальной механической энергии шайбы перешло во внутреннюю энергию. Так как первоначальная механическая энергия шайбы рассчитывается по формуле (1), то и выделилось количество теплоты Q , равное

$$Q = \frac{3}{4}mgH.$$

$$Q = 3,5 \text{ Дж.}$$

Ответ: $Q = 3,5 \text{ Дж.}$

8.2. Мысленно разобьём обруч на малые элементы массой Δm_1 , Δm_2 , Δm_3 и так далее. Все эти элементы обруча вращаются с одинаковой скоростью v , равной

$$v = \frac{2\pi R}{T}. \quad (1)$$

Тогда кинетическая энергия элементов обруча равна

$$E_{k1} = \frac{\Delta m_1 v^2}{2},$$

$$E_{k2} = \frac{\Delta m_2 v^2}{2},$$

$$E_{k3} = \frac{\Delta m_3 v^2}{2} \text{ и так далее.}$$

Кинетическая энергия E_k всего обруча равна

$$E_k = E_{k1} + E_{k2} + E_{k3} + \dots,$$

$$E_k = \frac{(\Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3 + \dots)v^2}{2}$$

или

$$E_k = \frac{Mv^2}{2}, \quad (2)$$

где M – масса всего обруча.

С учётом соотношения (1) получим:

$$E_k = \frac{2\pi^2 MR^2}{T^2}, \quad (3)$$

Так как обруч при торможении находится на горизонтальном столе, то на элемент обруча массой Δm_1 действует сила трения скольжения равная

$$F_{тр. скол1} = \mu \Delta m_1 g. \quad (4)$$

Если до полной остановки обруч совершил N оборотов, то величина «тормозного пути» S , пройденного элементом обруча массой Δm_1 составит:

$$S = 2\pi RN. \quad (5)$$

В этом случае работа A_1 силы трения, приложенной к элементу обруча массой Δm_1 , составит

$$A_1 = F_{тр. скол1} S \cos 180^\circ,$$

$$A_1 = -F_{тр. скол1} S$$

или с учётом соотношений (4) и (5)

$$A_1 = -2\pi\mu g \Delta m_1 RN.$$

Работа A_2 , A_3 и так далее сил трения, приложенных к другим элементам обруча, рассчитывается точно так же:

$$A_2 = -2\pi\mu g \Delta m_2 RN,$$

$$A_3 = -2\pi\mu g \Delta m_3 RN \text{ и так далее.}$$

Общая работа A всей силы трения, действующей на обруч, будет равна

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots,$$

$$A = -2\pi\mu g (\Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3 + \dots) RN$$

или

$$A = -2\pi\mu g MRN. \quad (6)$$

Как известно, механическая работа силы, действующей на тело, равна изменению кинетической энергии тела, произошедшему под действием этой силы. Работа силы трения определяется выражением

(6), конечная кинетическая энергия обруча равна нулю, а начальная кинетическая энергия обруча может быть рассчитана по формуле (3). Тогда

$$-2\pi\mu gMRN = 0 - \frac{2\pi^2MR^2}{T^2}.$$

Отсюда

$$N = \frac{\pi R}{\mu g T^2}.$$

Теперь определим, на сколько градусов повысится температура обруча при его торможении. Количество теплоты Q , требуемое для повышения температуры обруча на Δt равно:

$$Q = Mc\Delta t, \quad (7)$$

где c – теплоёмкость металла, из которого изготовлен обруч. С другой стороны, по условию задачи

$$Q = 0,5E_k. \quad (8)$$

Из соотношений (3), (7), (8) получим:

$$\Delta t = \frac{\pi^2 R^2}{c T^2}.$$

Ответ: $N = \frac{\pi R}{\mu g T^2}, \Delta t = \frac{\pi^2 R^2}{c T^2}.$

8.3. На горизонтальном участке шоссе, когда автомобиль движется с постоянной скоростью энергия двигателя идёт на работу против силы сопротивления воздуха, силы трения скольжения о дорогу, силы трения в осях колёс и на работу вспомогательных агрегатов автомобиля (помпа системы охлаждения, генератор, кондиционер). Так как при подъёме скорость движения автомобиля остаётся прежней, то и величина перечисленных выше «расходов» энергии неизменна, но дополнительно при подъёме увеличивается потенциальная энергия автомобиля.

Как следует из условия задачи, на пути в 100 км высота подъёма h составила бы 1000 м:

$$h = 1000 \text{ м.}$$

Тогда увеличение потенциальной энергии ΔE_n составит

$$\Delta E_n = Mgh, \quad (1)$$

где M – масса автомобиля.

Если масса дополнительно израсходованного при этом топлива Δm , то при его сгорании выделится количество теплоты Q , равное

$$Q = \Delta m q, \quad (2)$$

где q – удельная теплота сгорания бензина.

Так как по условию задачи КПД двигателя 20%, то

$$\Delta E_n = 0,2 Q. \quad (3)$$

Из соотношений (1) – (3) получим

$$\Delta m = \frac{Mgh}{0,2q} \quad (4)$$

или, если нас интересует дополнительный расход топлива не по массе, а по объёму (ΔV), то

$$\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho},$$

где ρ – плотность бензина.

С учетом выражения (4) окончательно имеем

$$\Delta V = \frac{Mgh}{0,2q\rho}.$$

$$\Delta V = 2,1 \text{ л.}$$

Ответ: дополнительный расход топлива составит 2,1 л на 100 км пути.

8.4. Покажем, как можно решить задачу, рассматривая движение снаряда и осколков в системе отсчёта, движущейся относительно Земли со скоростью \vec{v}_0 . В этой системе отсчета снаряд покоится, его импульс и его кинетическая энергия равны нулю.

После взрыва осколки снаряда имеют импульсы \vec{p}_1 и \vec{p}_2 и в соответствии с законом сохранения импульса

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0,$$

то есть

$$p_1 = p_2. \quad (1)$$

После взрыва осколки снаряда обладают кинетической энергией и общая кинетическая энергия E_k осколков равна

$$E_k = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m},$$

где m – масса осколка (по условию задачи массы осколков одинаковы).

С учётом соотношения (1)

$$E_k = \frac{p_1^2}{2m}$$

или

$$E_k = mv_{\text{относит}}^2, \quad (2)$$

где $v_{\text{относит}}$ – скорость первого осколка относительно системы отсчёта, движущейся со скоростью \vec{v}_0 .

$$v_{\text{относит}} = v_1 - v_0.$$

Тогда формула (2) примет вид

$$E_k = m(v_1 - v_0)^2. \quad (3)$$

В рассматриваемой системе отсчёта до разрыва кинетическая энергия снаряда равна нулю, а после взрыва общая кинетическая энергия осколков отлична от нуля, как это следует из формулы (3). Откуда же

«возникла» кинетическая энергия? Никакой загадки в этом нет – ведь при взрыве – «сгорании топлива» – произошло превращение внутренней энергии взрывчатки-топлива в механическую энергию осколков. Значит,

$$E_{\kappa} = \Delta E. \quad (4)$$

Тогда из соотношений (3) и (4) имеем

$$m = \frac{\Delta E}{(v_1 - v_0)^2}.$$

Масса же всего снаряда M в 2 раза больше массы осколка и она равна

$$M = \frac{2\Delta E}{(v_1 - v_0)^2}.$$

Ответ: $M = \frac{2\Delta E}{(v_1 - v_0)^2}.$

Примечание. Решите задачу более традиционным образом, рассматривая движение снаряда и осколков в системе отсчёта «Земля» и сравните трудоёмкость вариантов решения.

Лабораторная работа «Изучение зависимости КПД наклонной плоскости от угла наклона плоскости к горизонту» (§ 8)

КПД наклонной плоскости равен:

$$\text{КПД} = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{пол}}} \cdot 100\%. \quad (1)$$

Полезная работа $A_{\text{полезн}}$ – это работа по поднятию деревянного бруска, «утяжелённого» стограммовыми грузами:

$$A_{\text{полезн}} = mgh, \quad (2)$$

где m – масса бруска, «утяжелённого» стограммовыми грузами,

h – высота, на которую поднят брусок с помощью наклонной плоскости (рис. 122).

Так как сила тяжести $F_{\text{тяж}}$, действующая на брусок, равна

$$F_{\text{тяж}} = mg,$$

то формула (2) примет вид:

$$A_{\text{полезн}} = F_{\text{тяж}}h, \quad (3)$$

Величину силу тяжести не составляет труда определить, используя динамометр, высоту подъёма бруска можно измерить с помощью измерительной ленты.

Полная работа $A_{\text{полн}}$ – это работа, совершаемая силой F , прикладываемой к бруску со стороны пружины динамометра в процессе перемещения бруска по наклонной плоскости:

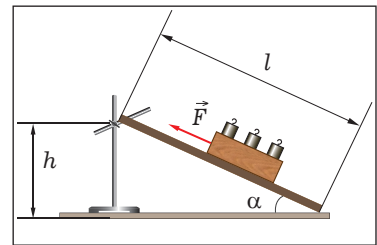


Рис. 122

$$A_{\text{полн}} = F_1 l, \quad (4)$$

где l – длина наклонной плоскости.

С учётом соотношений (3) и (4) формула (1) для расчёта КПД наклонной плоскости примет вид

$$\text{КПД} = \frac{F_{\text{тяж}} h}{F l} \cdot 100\%. \quad (5)$$

При выполнении задания 1 лабораторной работы результаты измерений удобно занести в таблицу:

Угол наклона плоскости α , °	10	20	30	40	50	60	70
Высота подъёма груза h , см							
Сила тяги F , Н							
КПД наклонной плоскости КПД, %							

По экспериментально полученным данным строят график зависимости

$$\text{КПД} = f(\alpha).$$

При выполнении задания 2 лабораторной работы и выводе формулу для расчёта зависимости КПД наклонной плоскости от угла наклона α плоскости к горизонту воспользуемся выражением (5):

$$\text{КПД} = \frac{F_{\text{тяж}} h}{F l} \cdot 100\%$$

и учтём, что, как следует из рисунка 122,

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}.$$

Тогда

$$\text{КПД} = \frac{F_{\text{тяж}} \sin \alpha}{F} \cdot 100\%. \quad (6)$$

На брусок при его движении по наклонной плоскости действуют следующие силы: сила тяги \vec{F} , сила тяжести $\vec{F}_{\text{тяж}}$, сила трения скольжения $\vec{F}_{\text{тр. скол}}$, сила реакции опоры \vec{N} (рис. 123).

В случае равномерного движения бруска

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{тяж}} + \vec{F}_{\text{тр. скол}} + \vec{N} = 0.$$

Это условие позволяет определить величину силы F :

$$F = F_{\text{тяж}} \sin \alpha + \mu F_{\text{тяж}} \cos \alpha,$$

где μ – коэффициент трения скольжения. (Выведите эту формулу самостоятельно.)

С учётом последнего соотношения выражение (6) примет вид

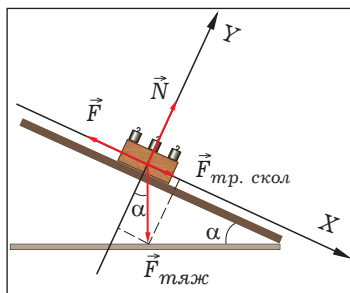


Рис. 123

$$\text{КПД} = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} \cdot 100\%$$

или

$$\text{КПД} = \frac{1}{1 + \mu\text{ctg}\alpha} \cdot 100\%.$$

Из полученного выражения видно, что для установления зависимости КПД от угла наклона плоскости к горизонту необходимо определить коэффициент трения скольжения бруска по доске наклонной плоскости. Это можно сделать известным образом – измерить, при каком угле α_0 наклона плоскости к горизонту брусок, поставленный на наклонную плоскость, соскальзывает, двигаясь равномерно. Тогда

$$\mu = \text{tg}\alpha_0$$

и окончательно формула для расчёта зависимости КПД наклонной плоскости от угла наклона α плоскости к горизонту приобретает вид

$$\text{КПД} = \frac{1}{1 + \text{tg}\alpha_0 \text{ctg}\alpha} \cdot 100\%.$$

Теперь можно построить график теоретической зависимости

$$\text{КПД} = f(\alpha)$$

и сравнить с графиком, построенным ранее по экспериментальным данным.

9.1. Применим уравнение неразрывности:

$$s_1 v_1 = s_2 v_2, \quad (1)$$

где s_1 и s_2 , v_1 и v_2 соответственно площадь поперечного сечения и скорость потока жидкости в широкой и узкой трубе.

Из уравнения (1) имеем

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{s_1}{s_2}.$$

Так как

$$s_1 = \frac{\pi D^2}{4},$$

$$s_2 = \frac{\pi d^2}{4},$$

то

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{D^2}{d^2}.$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 3,24.$$

Ответ: скорость течения воды в трубе возрастёт в 3,24 раза.

9.2. Допустим, что отверстие проделано на высоте h от поверхности стола. Тогда вода будет вытекать из отверстия, которое находится на

глубине $H - h$ от свободной поверхности жидкости. Скорость v вытекания жидкости в этом случае будет равна

$$v = \sqrt{2g(H-h)} . \quad (1)$$

Время t падения воды с высоты h можно определить из соотношения

$$h = \frac{gt^2}{2} .$$

Отсюда

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} . \quad (2)$$

Вода, вытекая из отверстия в горизонтальном направлении со скоростью v , находится в полёте в течение времени t . В таком случае дальность полёта L струи воды составит

$$L = vt$$

или с учётом соотношений (1) и (2)

$$L = \sqrt{h(H-h)} . \quad (3)$$

Итак, выражение для расчёта дальности полёта L нами получено, и теперь осталось выяснить, при каком значении h дальность полёта будет максимальной.

Рассмотрим функцию

$$y = -x^2 + bx .$$

Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вниз. Парабола пересекает ось X в точках

$$x = 0$$

и

$$x = b .$$

Значит, вершина параболы находится в точке с координатой

$$x = \frac{b}{2} .$$

Вновь обратимся к выражению (3):

$$L = \sqrt{h(H-h)} .$$

Подкоренное выражение здесь также квадратичная функция

$$-h^2 + Hh$$

и очевидно, что дальность полёта L максимальна в случае

$$h = \frac{H}{2} .$$

Ответ: $h = \frac{H}{2}$.

9.3. Пусть керосин вытекает из выходного отверстия сечением s_2 со скоростью v_2 (рис. 124). Тогда за время Δt из насоса вытечет объём жидкости ΔV , равный

$$\Delta V = s_2 v_2 \Delta t.$$

(Обоснуйте эту формулу самостоятельно.)

При этом масса вытекшего керосина Δm составит

$$\Delta m = \rho \Delta V$$

или

$$\Delta m = \rho s_2 v_2 \Delta t. \quad (1)$$

Таким образом, для решения задачи нам необходимо определить скорость v_2 , с которой керосин вытекает из выходного отверстия.

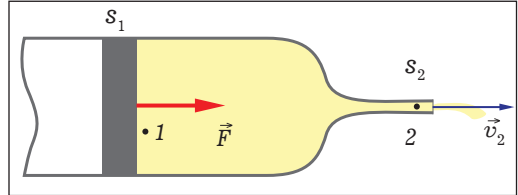


Рис. 124

Вспользуемся уравнением Бернулли, рассматривая точки 1 и 2 (рис. 124). В точке 1 в цилиндре вблизи поршня скорость жидкости v_1 , площадь поперечного сечения потока керосина s_1 ; в точке 2 у выходного отверстия скорость жидкости нами уже обозначена как v_2 , а площадь поперечного сечения потока здесь составляет s_2 . Высота h_1 расположения точки 1 и высота расположения точки 2 равны соответственно h_1 и h_2 ; внешнее давление на жидкость p_1 и p_2 .

Тогда

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Учтём, что цилиндр с керосином расположен горизонтально:

$$h_1 = h_2.$$

Укажем, чему равны давления p_1 и p_2 :

$$p_1 = p_0 + \frac{F}{s_1},$$

где p_0 – атмосферное давление;

$$p_2 = p_0.$$

Тогда уравнение Бернулли примет вид

$$\frac{F}{s_1} + \frac{\rho v_1^2}{2} = \frac{\rho v_2^2}{2}. \quad (2)$$

Применим также уравнение неразрывности:

$$s_1 v_1 = s_2 v_2, \quad (3)$$

Решая систему уравнений (2) и (3), получим:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2F}{\rho s_1 \left(1 - \frac{s_2^2}{s_1^2}\right)}}.$$

Используя полученный результат, запишем соотношение (1) в виде:

$$\Delta m = s_2 \sqrt{\frac{2\rho F}{s_1 \left(1 - \frac{s_2^2}{s_1^2}\right)}} \Delta t \quad (4)$$

и учтём, что

$$s_1 = \frac{\pi D^2}{4},$$

$$s_2 = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Тогда соотношение (4) преобразуем к виду

$$\Delta m = \frac{d^2}{D} \sqrt{\frac{\pi\rho F}{2\left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right)}} \Delta t.$$

Так как по условию задачи

$$\frac{d^4}{D^4} \ll 1,$$

то полученное выражение следует упростить:

$$\Delta m = \frac{d^2}{D} \sqrt{\frac{\pi\rho F}{2}} \Delta t.$$

$$\Delta m = 40 \text{ г.}$$

Ответ: $\Delta m = 40 \text{ г.}$

9.4. Сравните ваше объяснение с тем, которое приведено в книге Я.И. Перельмана «Занимательная физика»: «Когда два парохода плывут параллельно один другому, между их бортами получается как бы водяной канал. В обыкновенном канале стенки неподвижны, а движется вода; здесь же наоборот: неподвижна вода, а движутся стенки. Но действие сил от этого нисколько не меняется: в узких местах подвижного канала вода слабее давит на стенки, нежели в пространстве вокруг пароходов. Другими словами, бока пароходов, обращенные друг к другу, испытывают со стороны воды меньшее давление, нежели наружные части судов. Что же должно произойти вследствие этого? Суда должны под напором наружной воды двинуться друг к другу, и естественно, что меньшее судно перемещается заметнее, между тем как более массивное остается почти неподвижным. Вот почему притяжение проявляется с особенной силой, когда большой корабль быстро проходит мимо маленького.

Итак, притяжение кораблей обусловлено всасывающим действием текущей воды. Этим же объясняется и опасность быстрин для купающихся, всасывающее действие водоворотов».

Домашняя лабораторная работа «Исследование зависимости скорости вытекания жидкости из сосуда от уровня этой жидкости в нём»

Установим бутылку на подставке на определённой высоте над дном ванной. В дальнейших опытах расстояние от отверстия до дна ванной не меняют. Это означает, что *время t падения струи во всех опытах будет одним и тем же.*

Если вода вытекает из отверстия в горизонтальном направлении со скоростью v и находится в полёте в течение времени t , то дальность полёта L струи воды составит:

$$L = vt.$$

Отсюда

$$v = \frac{L}{t},$$

следовательно, о скорости вытекания воды легко судить по дальности полёта струи.

Проводите измерения дальности полёта L струи воды при различных значениях уровня h воды в бутылке. (Чтобы при проведении конкретного измерения уровень воды в бутылке не менялся, следует по мере необходимости доливать воду в бутылку.) Результаты измерений удобно занести в таблицу:

Уровень воды в бутылке h , см					
Дальность полёта струи воды L , см					
Квадрат дальности полёта струи L^2 , см ²					

По экспериментально полученным данным постройте графики зависимости

$$L = f(h)$$

и

$$L^2 = f(h).$$

Сделайте вывод, подтверждается ли экспериментально зависимость

$$v \sim \sqrt{h},$$

которая следует из уравнения Бернулли.

10.1. Пусть координата колеблющегося тела в некоторый момент времени равна x (рис. 125)

Применив II закон Ньютона и закон Гука, получим в проекции на ось X следующее соотношение:

$$ma_x = -k_1x - k_2x,$$

где a_x – проекция ускорения груза на ось X .

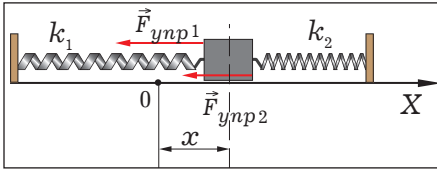


Рис. 125

Отсюда

$$a_x = -\frac{k_1 + k_2}{m}x.$$

Следовательно, круговая частота колебаний груза ω и период колебаний груза T равны

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}},$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}.$$

Ответ: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}.$

10.2. Пусть в некоторый момент времени координата камня равна r (рис. 126).

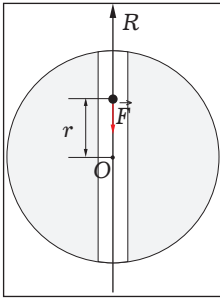


Рис. 126

На камень массой действует сила тяжести F , равная

$$F = G \frac{mM}{r^2}, \quad (1)$$

где G – гравитационная постоянная,

M – масса внутренней части Земли, ограниченная радиусом r .

Очевидно, что

$$M = \rho V, \quad (2)$$

где ρ – плотность Земли,

V – объём внутренней части Земли, ограниченной радиусом r .

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3. \quad (3)$$

Из соотношений (1) – (3) имеем:

$$F = \frac{4}{3}\pi G m \rho r. \quad (4)$$

Тогда, используя выражение (4) и II закон Ньютона, получим в проекции на ось R следующее соотношение:

$$ma_r = -\frac{4}{3}\pi G m \rho r,$$

где a_r – проекция ускорения груза на ось R .

Следовательно, круговая частота ω колебаний камня в туннеле равна

$$\omega = \sqrt{\frac{4}{3}\pi G \rho}. \quad (5)$$

Преобразуем подкоренное выражение в формуле (5) следующим образом:

– во-первых, выразим плотность Земли ρ через массу Земли M_3 и её радиус R_3 :

$$\rho = \frac{M_3}{\frac{4}{3}\pi R_3^3};$$

– во-вторых, используем известное выражение для расчёта ускорения свободного падения g на поверхности Земли:

$$g = \frac{GM_3}{R_3^2}.$$

Тогда выражение (5) примет вид

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R_3}}.$$

Таким образом, период колебаний камня в тоннеле равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R_3}{g}},$$

а время движения камня t от одного полюса Земли до другого полюса составит половину периода колебаний, то есть

$$t = \pi\sqrt{\frac{R_3}{g}}.$$

$$t = 42 \text{ мин.}$$

Ответ: $t = 42$ мин.¹

10.3. Выведем формулу для расчёта периода колебаний тела, плавающего в жидкости. По II закону Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{арх.добав}},$$

где m – масса тела,

a – ускорение, с которым движется тело,

$\vec{F}_{\text{арх.добав}}$ – равнодействующая сила, приложенная к телу, которая равна добавочной архимедовой силе, возникающей при выведении тела из положения равновесия и его дополнительном погружении на глубину x (рис. 127).

В проекции на ось X имеем:

$$ma_x = -F_{\text{арх.добав}},$$

$$ma_x = -\rho g V_{\text{погр.добав}}, \quad (1)$$

где $V_{\text{погр.добав}}$ – дополнительный объём, на который погружено тело в жидкость при его смещении на x от положения равновесия.

$$V_{\text{погр.добав}} = sx,$$

где s – площадь поперечного сечения тела.

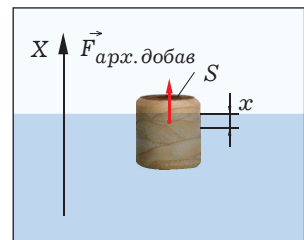


Рис. 127

¹ Сравните это время со временем полуоборота искусственного спутника Земли, движущегося на высоте во много раз меньшей радиуса планеты.

Тогда выражение (1) примет вид

$$ma_x = -\rho g s x. \quad (2)$$

$$a_x = -\frac{\rho g s}{m} x.$$

Мы видим, что проекция ускорения колеблющегося тела прямо пропорциональна координате тела с противоположным знаком. Следовательно, колебания являются гармоническими, а круговая частота ω этих колебаний равна

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho g s}{m}}. \quad (3)$$

Определим также период колебаний T :

$$T = \frac{2\pi}{\omega},$$

Или, используя соотношение (3), имеем

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\rho g s}}. \quad (4)$$

10.4. Если шарик подвешен на нити, то в состоянии покоя сила тяжести $\vec{F}_{\text{тяж}}$ и сила натяжения нити маятника \vec{F}_n , действующие на шарик, компенсируют друг друга (рис. 128).

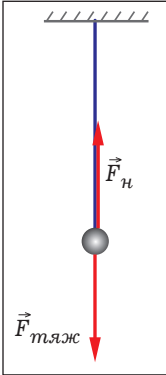


Рис. 128

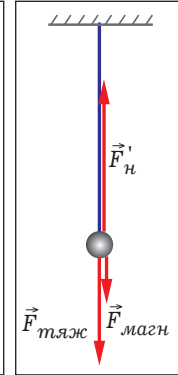


Рис. 129

$$F_n = F_{\text{тяж}}$$

или

$$F_n = mg, \quad (1)$$

где g – ускорение свободного падения.

При отклонении шарика от положения равновесия маятник совершает колебания с периодом T , равным

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (2)$$

где l – длина нити подвеса.

При включении электромагнита на стальной шарик дополнительно действует магнитная сила $\vec{F}_{\text{магн}}$ (рис. 129).

В этом случае в состоянии покоя шарика сила натяжения нити маятника \vec{F}'_n компенсирует силу тяжести $\vec{F}_{\text{тяж}}$ и магнитную силу $\vec{F}_{\text{магн}}$:

$$F'_n = mg + F_{\text{магн}}$$

или

$$F'_n = m\left(g + \frac{F_{\text{магн}}}{m}\right).$$

Введём обозначение

$$g' = g + \frac{F_{\text{магн}}}{m}. \quad (3)$$

Тогда

$$F'_н = mg'. \quad (4)$$

Сравнивая выражения (1) и (4) мы вправе сделать вывод, что если маятник после включения электромагнита находится в усиленном «гравитационно-магнитном поле», то период колебаний такого маятника будет рассчитываться по формуле, аналогичной формуле (2), а именно:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

или с учетом соотношения (3):

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{F_{\text{магн}}}{m}}}. \quad (5)$$

По условию задачи

$$\frac{T - T'}{T} = k$$

или

$$1 - \frac{T'}{T} = k.$$

С учётом соотношений (2) и (5) имеем:

$$1 - \sqrt{\frac{g}{g + \frac{F_{\text{магн}}}{m}}} = k.$$

Отсюда

$$F_{\text{магн}} = \frac{k(2 - k)}{(1 - k)^2} \cdot mg.$$

$$F_{\text{магн}} = 0,01 \text{ Н},$$

$$F_{\text{магн}} = 10 \text{ мН}.$$

Ответ: $F_{\text{магн}} = 10 \text{ мН}$.

10.5. Предположим, маятник не совершает колебания, Тогда, в случае движения лифта с ускорением a , направленным вертикально вверх, сила натяжения нити маятника $F''_н$ равна

$$F''_н = mg + ma,$$

$$F''_н = m(g + a).$$

Если маятник вывести из равновесия, то он будет совершать колебания в «усиленном» гравитационном поле с «ускорением свободного падения» g' , равным:

$$g' = g + a. \quad (1)$$

Период колебаний T' такого маятника равен

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

или с учетом соотношения (1):

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}.$$

$$T' = 1,7 \text{ с.}$$

Ответ: $T' = 1,7 \text{ с.}$

10.6. Используя лабораторный динамометр измерительную линейку, не составляет труда установить зависимость длины нити маятника l' от силы натяжения F'_n . Один из графиков, отражающий результаты таких измерений, приведён на рисунке 130.

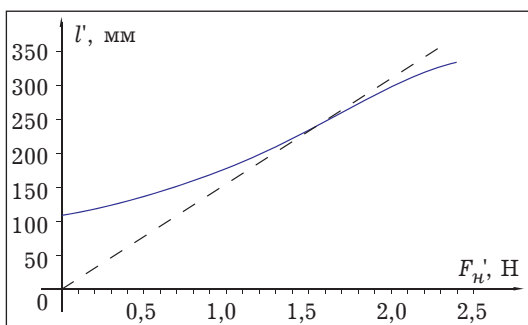


Рис. 130

Видно, что на графике имеется участок, на котором длина нити l' прямо пропорциональна силе натяжения F'_n (участок от 1,3 до 1,6 Н).

Значит, если к концу такой упругой растяжимой нити прикрепить груз массой 130 г и отвести груз от положения равновесия по горизонтали в сторону на 13–14 см (так, чтобы сила натяжения F'_n не превышала 1,6 Н), то мы будем

наблюдать, как маятник совершает гармонические колебания вдоль горизонтальной прямой.

Лабораторная работа «Изучение колебаний груза на пружине»

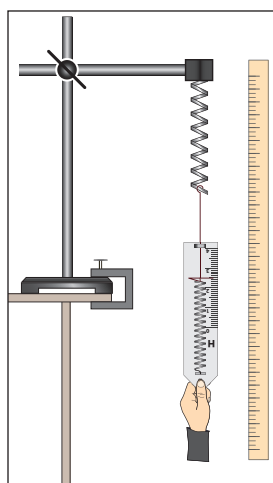


Рис. 131

Практическое выполнение заданий 1 и 2 не составляет труда. Для проведения измерений закрепите пружину вертикально, зажав один конец пружины в лапке штатива, и рядом расположите измерительную линейку или измерительную ленту (рис. 131).

Опыт показывает, что даже для пружин с малой жесткостью в интервале от 0 до 1,5 Н закон Гука справедлив. Это позволяет рассчитать жёсткость пружин, а также определить, какой груз следует использовать при измерении периодов колебаний.

При выполнении задания 3 для определения периода колебаний T груза на пружине следует, как обычно, измерить время t нескольких (двадцати, тридцати) колебаний N :

$$T = \frac{t}{N}.$$

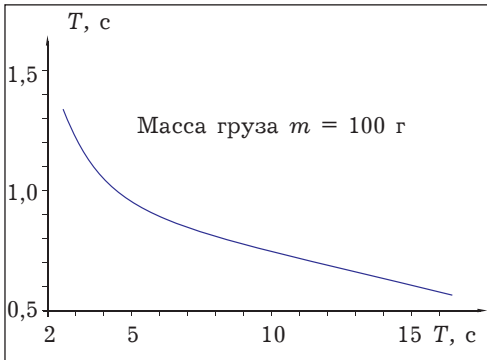


Рис. 132

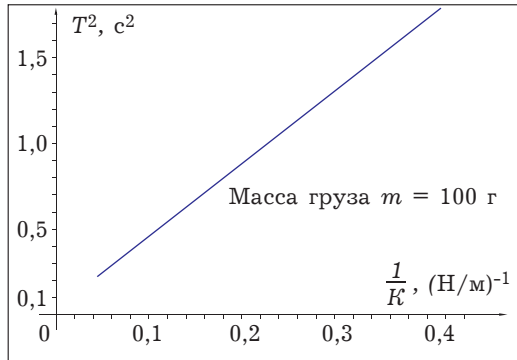


Рис. 133

Определив жёсткость пружин и периоды колебаний, строят график зависимости периода колебаний T груза определённой массы от жёсткости пружины k . Подобный график, построенный по результатам проведённых измерений, приведён на рисунке 132. (Для увеличения числа точек на графике можно менять жёсткость пружины, «укорачивая» пружину, скрепив часть её витков. Так, например, получена точка на графике с периодом колебаний $T = 1,15$ с.)

Из графика видно, что период колебаний груза на пружине тем меньше, чем больше жёсткость пружины.

Для того чтобы проверить, что период колебаний T груза на пружине обратно пропорционален квадратному корню из жёсткости пружины можно построить график зависимости квадрата периода колебаний от обратного значения жёсткости:

$$T^2 = f\left(\frac{1}{k}\right).$$

Подобный график приведён на рисунке 133.

График представляет собой прямую линию, что подтверждает справедливость исследуемой теоретической зависимости.

Лабораторная работа «Изучение колебаний физического маятника»

График зависимости периода колебаний T физического маятника от расстояния L от оси вращения до центра тяжести тела выглядит следующим образом¹ (рис. 134):

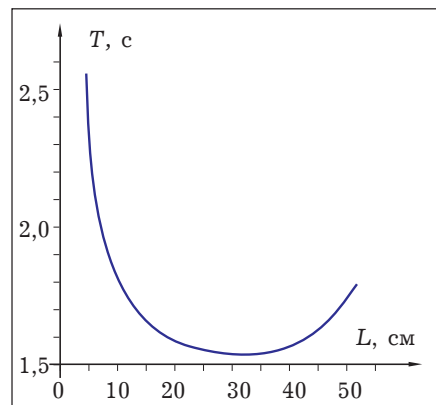


Рис. 134

¹ В качестве физического маятника был использован деревянный демонстрационный метр.

Как видно из графика, функция $T = f(L)$ имеет минимум при некотором значении L и возрастает как при уменьшении L , так и при увеличении L слева и справа от минимума. С качественной стороны это можно обосновать следующим образом:

– вращающее действие силы (вспомните условие равновесия рычага) определяется модулем силы и плечом силы – расстоянием от оси вращения до линии действия силы. При малых значениях L плечо силы тяжести относительно оси вращения будет невелико, а значит, и поворот физического маятника будет происходить медленно, то есть период колебаний физического маятника будет возрастать при уменьшении L – расстояния от оси вращения до центра тяжести тела;

– увеличение L означает «растяжение» физического маятника, при котором он становится всё ближе по своим свойствам к простейшей модели – математическому маятнику. У математического маятника, как известно, период колебаний тем больше, чем длиннее нить его подвеса. Это объясняет увеличение периода колебаний физического маятника с возрастанием L – расстояния от оси вращения до центра тяжести тела.

Лабораторная работа «Изучение крутильных колебаний»

На рисунке 135 приведён график зависимости периода колебаний диска T от расстояния грузов R от центра диска.

На рисунке 136 приведён график зависимости периода колебаний диска T от высоты подвеса диска на нитях H .

Полученные результаты можно интерпретировать следующим образом:

– чем дальше грузы расположены от оси вращения диска, тем больше его «вращательная инертность» и по этой причине период крутильных колебаний увеличивается при смещении грузов от центра к краю диска;

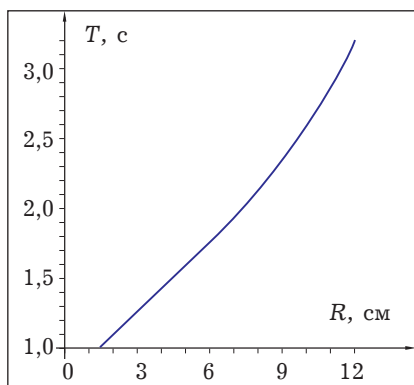


Рис. 135

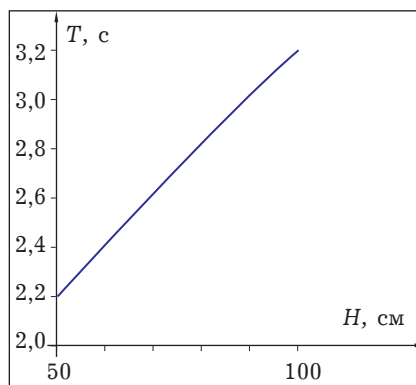


Рис. 136

- чем больше высота подвеса H , тем меньше «крутильная жесткость» нитей подвеса и по этой причине период крутильных колебаний увеличивается при удлинении нитей.

Что касается зависимости периода колебаний диска T от массы грузов m , то такую зависимость установить не удалось. Например, в одной из серии измерений при изменении массы грузов в 4 раза (от 300 до 1200 г) период колебаний диска увеличился незначительно – на 3%. Вероятно, это можно объяснить тем, что увеличению массы грузов приводит к росту инертности системы, но одновременно растёт и сила натяжения нитей, что увеличивает силы, вращающие диск.

12.1. Колебания давления воздуха в рассматриваемой точке являются вынужденными колебаниями, происходящими с той же частотой, что и колебания воздуха мембраны громкоговорителя. По этой причине зависимость изменения избыточного давления воздуха с течением времени $\Delta p(t)$ в рассматриваемой точке будет иметь вид

$$\Delta p(t) = \Delta p_{\text{макс}} \sin \omega t', \quad (1)$$

где $\Delta p_{\text{макс}}$ – амплитуда колебаний избыточного давления воздуха,
 ω – круговая частота колебаний избыточного давления воздуха,
 t' – время, отсчитываемое от начала возникновения колебаний избыточного давления воздуха в рассматриваемой точке.

Так как по условию задачи амплитуда колебаний избыточного давления воздуха в рассматриваемой точке не отличается от амплитуды колебаний избыточного давления воздуха вблизи мембраны громкоговорителя, то из графика, приведённого на рисунке 46, легко определить, что

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{макс}} &= 100 \text{ мПа}, \\ \Delta p_{\text{макс}} &= 0,1 \text{ Па}. \end{aligned} \quad (2)$$

Круговая частота ω и период колебаний T связаны известным соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Период колебаний также определим из графика, приведённого на рисунке 46:

$$\begin{aligned} T &= 1 \text{ мс}, \\ T &= 0,001 \text{ с}. \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначим расстояние от мембраны громкоговорителя до рассматриваемой точки как x . Звуковая волна преодолевает это расстояние за интервал времени Δt равный

$$\Delta t = \frac{x}{v_{зв}}, \quad (5)$$

где $v_{зв}$ – скорость звука в воздухе.

Таким образом, время колебаний t' в рассматриваемой точке, отсчитываемое от начала возникновения колебаний избыточного давления воздуха в рассматриваемой точке, и время колебаний t мембраны громкоговорителя связаны соотношением

$$t' = t - \Delta t$$

или с учётом выражения (5):

$$t' = t - \frac{x}{v_{зв}}. \quad (6)$$

Подставив полученный результат в уравнение (1), имеем:

$$\Delta p(t) = \Delta p_{\text{макс}} \sin(\omega t - \omega \frac{x}{v_{зв}})$$

или с учётом соотношения (3):

$$\Delta p(t) = \Delta p_{\text{макс}} \sin(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{T v_{зв}} x).$$

Используя численные значения (2), (4), расстояния x и скорости звука в воздухе $v_{зв}$, окончательно получим:

$$\Delta p(t) = 0,1 \sin(2000\pi t - \pi) \text{ (Па)}.$$

Ответ: $\Delta p(t) = 0,1 \sin(2000\pi t - \pi) \text{ (Па)}$.

12.2. Пусть период колебаний источника звука составляет T_0 . Это означает, что максимумы избыточного давления воздуха, создаваемые источником звука, разделены интервалом времени T_0 . За время T_0 звуковая волна распространяется в воздухе на расстояние равное длине волны λ_0 .

$$\lambda_0 = v_{зв} T_0, \quad (1)$$

где $v_{зв}$ – скорость звука в воздухе.

После того, как звуковая волна достигает приёмника звука, он фиксирует изменение избыточного давления воздуха. После того как приёмник зафиксирует максимум избыточного давления воздуха, следующий максимум давления воздуха будет зафиксирован приёмником звука через время T_0' , равное

$$T_0' = \frac{\lambda_0}{v_{зв}},$$

то есть

$$T_0' = T_0$$

Это означает, что приёмник звука фиксирует звуковые колебания той же частоты, что издаёт источника звука.

Иным образом будет обстоять дело, если приёмник звука неподвижен, а источник звука движется в направлении распространения звука (приближается к приёмнику). Если скорость движения источни-

ка звука равна v , то за время T_0 источник звука перемещается на расстояние s , равное:

$$s = vT_0 \quad (2)$$

и тогда расстояние λ между двумя последовательными (ближайшими друг к другу) максимумами избыточного давления воздуха будет меньше λ_0 :

$$\lambda = \lambda_0 - s$$

или с учётом соотношений (1) и (2)

$$\lambda = (v_{зв} - v)T_0. \quad (3)$$

Значит, интервал времени T между фиксацией приёмником звука двух последовательных максимумов избыточного давления воздуха будет меньше и составит

$$T = \frac{\lambda}{v_{зв}}$$

или с учётом соотношения (3)

$$T = \frac{(v_{зв} - v)T_0}{v_{зв}}. \quad (4)$$

Таким образом, если источник звука излучает звук частотой ν_0 :

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0}, \quad (5)$$

то приёмник звука в этом случае фиксирует звук частотой ν :

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (6)$$

Из формул (4) – (6) легко получить, что

$$\nu = \frac{v_{зв}}{(v_{зв} - v)} \cdot \nu_0 \quad (7)$$

Следовательно, *при приближении источника звука к неподвижному приёмнику звука высота звука, фиксируемая приёмником, повышается* (частота звука увеличивается). Этот вывод подтверждается и результатами опыта.

Что происходит, *если источник звука удаляется от приёмника звука?* В этом случае длина звуковой волны «удлиняется» и частота звука ν' , фиксируемая приёмником звука, уменьшается – *высота звука понижается*. Очевидно, что

$$\nu' = \frac{v_{зв}}{(v_{зв} + v)} \cdot \nu_0 \quad (8)$$

Таким образом, максимальное изменение частоты звука $\Delta\nu$ при движении источника звука составит

$$\Delta\nu = \nu - \nu'$$

или с учётом соотношений (7) и (8):

$$\Delta v = \frac{2v_{зв}v_0}{v_{зв}^2 - v^2}.$$

Отсюда

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{2v_{зв}v}{v_{зв}^2 - v^2}. \quad (9)$$

Рассчитаем скорость движения источника звука. Пусть наушник движется в вертикальной плоскости по окружности радиусом r , имея частоту вращения $\nu_{ер}$. Тогда, очевидно, скорость движения наушника v составляет:

$$v = \frac{2\pi r}{T_{ер}},$$

где $T_{ер}$ – период вращения наушника.

$$T_{ер} = \frac{1}{\nu_{ер}}.$$

Тогда

$$v = 2\pi r \nu_{ер}. \quad (10)$$

Так как скорость вращения наушника v значительно меньше скорости звука в воздухе $v_{зв}$, то формулу (9) можно приближённо записать следующим образом:

$$\frac{\Delta v}{v_0} \approx \frac{2v_{зв}v}{v_{зв}^2},$$

$$\frac{\Delta v}{v_0} \approx \frac{2v}{v_{зв}}$$

или окончательно с учётом выражения (10)

$$\frac{\Delta v}{v_0} \approx \frac{4\pi r \nu_{ер}}{v_{зв}}.$$

$$\frac{\Delta v}{v_0} \approx 0,04,$$

$$\frac{\Delta v}{v_0} \approx 4\%.$$

Ответ: $\frac{\Delta v}{v_0} \approx 4\%.$

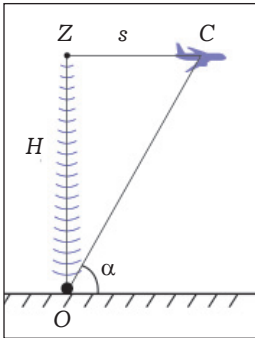


Рис. 137

12.3. Пусть наблюдатель находится в точке O и пусть в некоторый момент времени самолёт был «строго над наблюдателем», в зените (точка Z на рисунке 137).

Если высота полёта самолёта равна H ($ZO = H$), то это расстояние звук преодолит за некоторое время t .

$$H = v_{зв} t, \quad (1)$$

где $v_{зв}$ – скорость звука в воздухе.

За это же время самолёт сместится на расстояние s ($ZC = s$).

$$s = vt, \quad (2)$$

где v – скорость самолёта.

По условию задачи в тот момент, когда наблюдатель воспринимает звук, дошедший из зенита, он видит самолёт под углом α к горизонту. Так как в треугольнике OZC (рис. 137) угол C равен углу α , то

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H}{s}$$

или с учётом соотношений (1) и (2)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{зв}}{v}.$$

Отсюда

$$v = \frac{v_{зв}}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

$$v = 120 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v = 120$ м/с.

12.4. Обозначим интенсивность звука, создаваемого громкоговорителем, как P_0 . Тогда звуковая энергия W , излучаемая мембраной громкоговорителя за единицу времени, равна

$$W = P_0 s_0,$$

где s_0 – площадь поверхности мембраны громкоговорителя.

Так как

$$s_0 = \frac{\pi d^2}{4},$$

где d – диаметр мембраны громкоговорителя, то

$$W = P_0 \frac{\pi d^2}{4}. \quad (1)$$

На расстоянии R от громкоговорителя звуковая энергия W переносится звуковой волной через поверхность шара радиусом R . Так как площадь поверхности шара s равна

$$s = 4\pi R^2, \quad (2)$$

то на расстоянии R от громкоговорителя интенсивность звука P будет равна

$$P = \frac{W}{s}.$$

С учётом соотношений (1) и (2) последнее выражение примет вид:

$$P = \frac{P_0 d^2}{16R^2}. \quad (3)$$

При дальнейшем увеличении расстояния R от громкоговорителя до точки регистрации звуковой волны, интенсивность звука P достигнет

порога слышимости. Таким образом, соотношение (3) позволяет определить дальность звучания громкоговорителя:

$$R = \frac{d}{4} \sqrt{\frac{P_0}{P}}.$$

$$R = 200 \text{ м.}$$

Ответ: $R = 200 \text{ м.}$

12.5. Экспериментатора достигают две когерентные звуковые волны, возбуждаемые колебаниями мембран наушников, подключённых к звуковому генератору. Эти звуковые волны интерферируют и в точке наблюдения амплитуда результирующих колебаний избыточного давления воздуха, а значит и громкость звука, будут минимальны, если выполняется условие интерференционного минимума:

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2},$$

$$\Delta d = \lambda + \frac{\lambda}{2},$$

$$\Delta d = 2\lambda + \frac{\lambda}{2} \dots$$

и так далее,

где Δd – разность хода звуковых волн от источника звука до точки наблюдения,

λ – длина звуковой волны.

Обратимся к рисунку 47 и вычислим разность хода Δd :

$$\Delta d = BO - AO.$$

По теореме Пифагора

$$BO = \sqrt{(AO)^2 + (AB)^2},$$

тогда

$$\Delta d = \sqrt{(AO)^2 + (AB)^2} - AO.$$

$$\Delta d = 0,1 \text{ м.}$$

(Обратите внимание, что при вычислении разности хода мы учитывали только звуковые волны, распространяющиеся непосредственно от источников звука – наушников к точке наблюдения и не принимали во внимание звуковые волны, отражённые от стен акустической лаборатории.)

Если считать, что разность хода Δd равна половине длины звуковой волны λ , то

$$\lambda = 0,2 \text{ м.}$$

Теперь не составляет труда определить и частоту звука (а значит, и частота переменного тока, вырабатываемого звуковым генератором):

$$\nu = \frac{v_{зв}}{\lambda},$$

где $v_{зв}$ – скорость звука в воздухе.

$$v = 1700 \text{ Гц.}$$

Если же считать, что разность хода равна длине звуковой волны плюс половина длины волны (это также условие интерференционного минимума), то в этом случае длина волны λ' должна быть:

$$\lambda' = 0,067 \text{ м,}$$

а соответствующая её частота колебаний ν' :

$$\nu' = 5100 \text{ Гц,}$$

но такое значение частоты не соответствует техническим характеристикам наушников.

Ответ: $\nu = 1700 \text{ Гц.}$

12.6. Если расстояние до препятствия – опушки леса равно s , то скорость звуковой волны $v_{зв}$ можно определить из соотношения

$$v_{зв} = \frac{2s}{\Delta t},$$

где Δt – время «путешествия» звуковой волны «туда» и «обратно».
 $v_{зв} = 350 \text{ м/с.}$

Из графика зависимости скорости звука в воздухе от температуры (рис. 48) видно, что такую скорость звук имеет при температуре более 30 °С. Вряд ли такая высокая температура воздуха возможна в утренние часы в начале – первой половине августа в сибирских регионах России. Таким образом, вероятнее всего охота проходит летом, и охотник является браконьером.

Лабораторная работа «Измерение сопротивления емкостного и индуктивного участков цепи переменного тока» (§ 13)

В том случае, когда электрическую цепь, содержащую конденсатор, подключают к источнику постоянного тока, происходит «одноразовая» зарядка конденсатора и далее электрический ток в цепи отсутствует – лампа не светится. Если подключить такую электрическую цепь к источнику переменного тока, то ток в цепи есть и лампа светится. Существование тока в цепи, как вы знаете, обусловлено периодической зарядкой и разрядкой конденсатора.

Если в электрической цепи заменить конденсатор катушкой, то ток в цепи будет и при использовании источника постоянного тока, и при использовании источника переменного тока.

Для определения сопротивления конденсатора в цепи переменного тока, сопротивления катушки в цепи постоянного тока, сопротивления катушки в цепи переменного тока воспользуемся тем, что нам известно сопротивление резистора. Достаточно измерить напряжение на рези-

сторы и напярэжэнне на ісследуемым участку электрычнай ланцы (кандэнсатар, катунке). Очевидно, что супраціўленне участка ланцы во столько же раз адрозніваецца ад супраціўлення рэзістара, во скольки раз адрозніваюцца значэння напярэжэнняў.

13.1. Существование тока в цепи, содержащей конденсатор, обусловлено периодической зарядкой и разрядкой конденсатора. Чем выше частота тока, тем чаще напярэжэнне на клеммах істочніка – звуковаго генератора прынімаецца то максімальнае значэнне, то становіцца равным нулю. Значит, тем чаще происходит зарядка конденсатора (когда напярэжэнне на клеммах істочніка велико) и его разрядка (когда напярэжэнне на клеммах істочніка мало). В результате, электрычэскі заряд «курсіруецца» ад істочніка к кандэнсатару і абратна за меншое время – сіла тока больша. Таким образом, таблица 1 содержит результаты измерений, полученные при работе с электрычэскай ланцай, содержащей кандэнсатар.

Таблица 2 содержит результаты измерений, полученные при работе с электрычэскай ланцай, содержащей катушку. Причиной уменьшения силы тока в цепи при увеличении частоты тока служит явление электромагнитной индукции (в форме его частного случая – явления самоиндукции). Действительно, чем выше частота тока, тем быстрее происходят изменения магнитного поля, создаваемого током. Значит в соответствии с законом электромагнитной индукции больша величина вихревого электрычэскаго поля, «тормозящего» изменения тока (вспомните правило Ленца). В результате, ток не успевает достигать тех значений, которые бы он имел в отсутствии вихревого электрычэскаго поля, порождаемого быстрыми изменениями магнитного поля тока – сіла тока в ланцы менша.

13.2. Если напярэжэнне, под которым работает ЛЭП, составляет U , а мощность, поставляемая потребителю, равна P , то сіла тока I в проводах ЛЭП равна

$$I = \frac{P}{U}. \quad (1)$$

В соответствии с законом Джоуля и Ленца количество теплоты Q , выделяющееся в электрычэскай ланцай за время t , составит

$$Q = I^2 R t. \quad (2)$$

Обозначим количество теплоты, выделяющееся в единицу времени, как $P_{\text{потерь}}$:

$$P_{\text{потерь}} = \frac{Q}{t}$$

или с учётом соотношения (2)

$$P_{\text{потерь}} = I^2 R. \quad (3)$$

Сопротивление R проводов ЛЭП равно

$$R = \rho \frac{2l}{s}, \quad (4)$$

где ρ – удельное сопротивление алюминия, $\rho = 2,8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м;

l – длина ЛЭП (содержащей два провода);

s – площадь поперечного сечения провода ЛЭП.

$$s = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (5)$$

По условию задачи потери электроэнергии в ЛЭП не должны превышать 4 % ($k = 0,04$), то есть

$$k = \frac{P_{\text{потеря}}}{P}. \quad (6)$$

С учётом соотношений (1), (3) – (5) выражение (6) примет вид

$$k = \frac{8P\rho l}{U^2 \pi d^2}.$$

Отсюда

$$U = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{2P\rho l}{k\pi}}.$$

$$U = 1,1 \cdot 10^5 \text{ В.}$$

$$U = 110 \text{ кВ.}$$

Ответ: $U = 110$ кВ.

Лабораторная работа «Определение амплитудного значения силы переменного тока» (§ 13)

Используя формулу закон Ома

$$I = \frac{U}{R},$$

где R – сопротивление проводника, используемого в качестве электронагревателя,

и известные нам соотношения:

$$P = UI,$$

$$U = \frac{U_{\text{макс}}}{\sqrt{2}},$$

$$I = \frac{I_{\text{макс}}}{\sqrt{2}},$$

легко получить следующее выражение для расчёта мощности:

$$P = \frac{I_{\text{макс}}^2 R}{2}. \quad (1)$$

Если электронагреватель действует в течение времени t , то работа A электрического тока составит

$$A = Pt$$

или с учётом соотношения (1):

$$A = \frac{I_{\text{макс}}^2 R}{2} t. \quad (2)$$

Сопrotивление проводника R , используемого в качестве электронагревателя, определяется его удельным сопротивлением ρ , длиной проводника l и площадью s поперечного сечения:

$$R = \frac{\rho l}{s}, \quad (3)$$

Измерив микрометром диаметр проводника d , можно рассчитать площадь поперечного сечения проволоки s :

$$s = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (4)$$

Из соотношений (2)–(4) имеем:

$$A = \frac{2I_{\text{макс}}^2 \rho l t}{\pi d^2} \quad (5)$$

Пусть масса внутреннего металлического стаканчика калориметра равна m_{κ} , а удельная теплоёмкость металла c_{κ} ; пусть в калориметр налита вода массой $m_{\text{в}}$ (удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}}$). Если за счёт работы электронагревателя температура воды и внутреннего металлического стаканчика калориметра повысилась на Δt , то полученное ими количество теплоты Q равно

$$Q = (m_{\text{в}} c_{\text{в}} + m_{\kappa} c_{\kappa}) \Delta t. \quad (6)$$

Сравнивая работы тока A и количество теплоты Q и используя соотношения (5) и (6), получим окончательное выражение, позволяющее определить амплитудное значение силы переменного тока:

$$I_{\text{макс}} = \sqrt{\frac{\pi d^2 (m_{\text{в}} c_{\text{в}} + m_{\kappa} c_{\kappa}) \Delta t}{2 \rho l t}}.$$

15.1. Пусть OO' – плоское зеркало, AB – человек, а $A'B'$ – его изображение в зеркале (рис. 138). Плоское зеркало даёт мнимое симметрично расположенное изображение. Обсудим, как, к примеру, возникает изображение носка ботинка (точка B на рисунке 138). Лучи, испускаемые этой точкой¹, отражаются от зеркала и достигают глаза человека. Далее мозг человека мысленно продолжает отражённые лучи, и точка пересечения продолжённых лучей и есть точка мнимого

¹ Безусловно, носок ботинка (как и любая другая точка поверхности человека) не является самосветящимся источником света. Но любой освещённый участок поверхности в большей или меньшей степени отражает падающий на него свет. Это замечание сразу же позволяет сделать вывод, что же необходимо освещать – зеркало или предмет, который отражается в этом зеркале.

изображения (точка B' на рисунке 138). Соединим отрезком глаз человека (точка A) и мнимое изображение носка ботинка (точка B'). Отрезок AB' пересекает плоскость зеркала в точке O_1 . В этой точке поверхность, отражающая лучи, – зеркало – должна быть! Иначе не будет отражённого луча O_1A и его мысленного продолжения O_1B' . Итак, нижняя «рабочая точка» зеркала определена, это точка O_1 . Участок зеркала O_1O' не участвует в создании мнимого изображения, и в нём нет необходимости.

Рассуждая аналогичным образом, обосновываем необходимость наличия отражающей поверхности в точке O_2 на высоте, практически равной росту человека¹, и то, что часть зеркала OO_2 может быть удалена.

Так как O_2O_1 – средняя линия треугольника $AA'B'$ ($AO_2 = O_2A'$), то высота зеркала O_1O_2 должна быть равна половине роста человека, рассматривающего своё изображение в этом зеркале.

Точно такое же рассуждение проведём, выясняя, какой должна быть минимальная ширина зеркала – половина ширины человека в плечах.

Теперь, зная минимальную высоту и минимальную ширину зеркала, не составит труда провести расчёт площади поверхности зеркала.

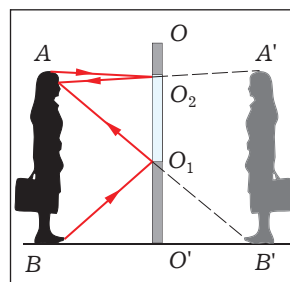


Рис. 138

15.2. Построение изображения предмета, даваемого плоским зеркалом, не составляет труда. Рассмотрим вопрос об определении области полного видения предмета. Пусть точка A и точка B – крайние точки предмета (рис. 139). Покажем ход лучей, идущих из точки A предмета и отражающихся от крайних точек зеркала (рис. 139, а). Лучи, отражённые от крайних точек зеркала, очевидно, определяют границы области, из которой будет видна точка A предмета (все остальные лучи, идущие от точки A предмета, и отражающиеся от других точек зеркала находятся внутри этой области).

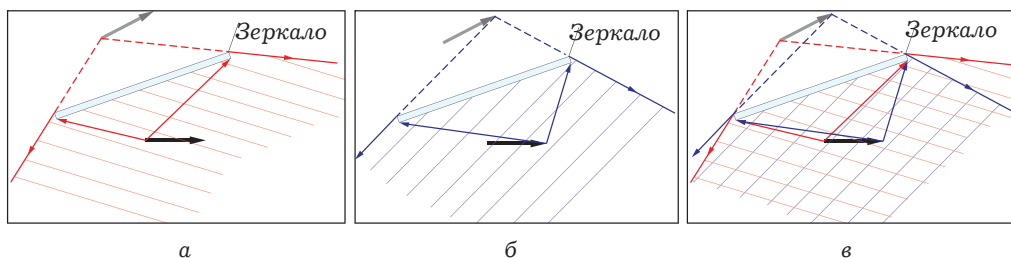


Рис. 139

¹ Точнее, точка O_2 находится ниже высоты, равной росту человека, на половину расстояния от верхней точки головы человека (макушки) до уровня его глаз.

Аналогичным образом определим границы области из которых видна точка B предмета (рис. 139, б).

Область пространства, отмеченная на рисунке двойной штриховкой, – эта область из которой видна и точка A , и точка B предмета, а значит, виден весь предмет полностью (рис. 139, в).

Пронаблюдав изображение какого-нибудь предмета в плоском зеркале и наметив границы полной видимости предмета, можно убедиться в справедливости приведённых выше рассуждений.

Лабораторная работа «Изучение явления преломления света» (§ 15)

На рисунке 140, а, б показаны графики зависимости угла преломления от угла падения и синуса угла преломления от угла падения, полученные при изучении явления преломления света в плоскопараллельной стеклянной пластинке.

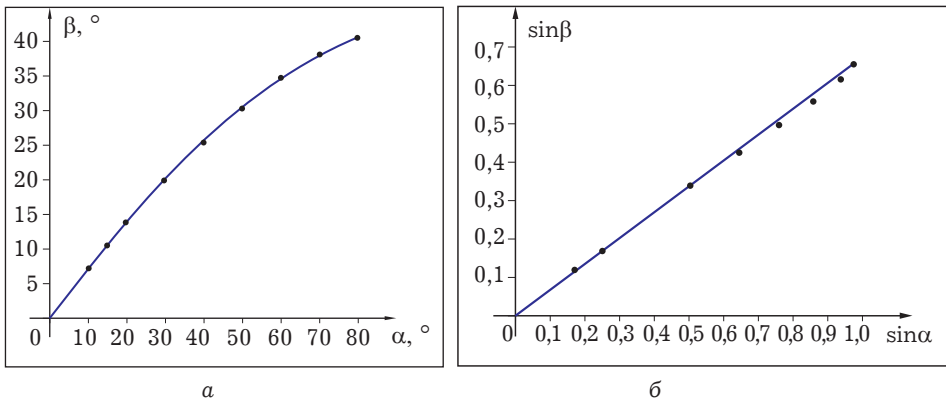


Рис. 140

Из графиков видно, что угол преломления возрастает с ростом угла падения и синус угла преломления прямо пропорционален синусу угла падения.

Экспериментальная задача по изучению физического содержания пословицы «Не зная броду не суйся в воду» (§ 15)

При выполнении задания 1 в мензурку (с лежащей на дне мензурки монетой) постепенно доливали воду, и всякий раз измеряли реальный уровень воды h и кажущийся уровень воды. Результаты таких измерений приведены ниже в таблице.

Реальный уровень воды h , см						
Кажущийся уровень воды h' , см						
Отношение уровней воды h/h'						

Видно, что отношение уровней воды h/h' есть величина постоянная и не зависит от «глубины водоёма» h .

При выполнении задания 2 в качестве «водоёма» используется 4–5 стеклянных трапециевидных пластинок, поставленных одна на другую (рис. 141).

Измеряют высоту стопки пластин – реальную «глубину водоёма» h . На листе бумаги делают небольшую метку, затем на метку ставят стопку пластин и на боковой стенке одной из пластин карандашом отмечают кажущееся положение метки – кажущуюся «глубину водоёма» h' . Удалив одну из пластин, повторяют измерения. Результаты таких измерений приведены ниже в таблице.

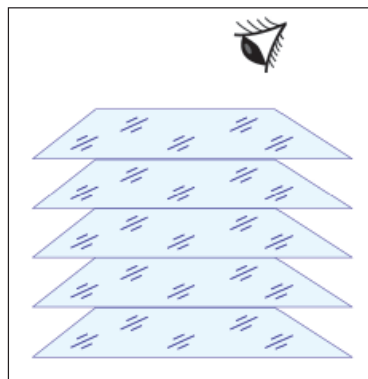


Рис. 141

h , см						
h' , см						
Отношение h/h'						

Мы видим, что в случае «стеклянного водоёма» отношение h/h' больше, чем при прохождении света через воду. Результат не является неожиданным, так как в стекле свет преломляется в большей степени, чем в воде.

16.1. На рисунке 142 приведено построение уменьшенного и увеличенного изображения, даваемого собирающей линзой.

Введём обозначения:

a – расстояние от линзы до лампы (в случае уменьшенного изображения лампы);

b – расстояние от линзы до экрана (в случае уменьшенного изображения лампы);

a' – расстояние от линзы до лампы (в случае увеличенного изображения лампы);

b' – расстояние от линзы до экрана (в случае увеличенного изображения лампы);

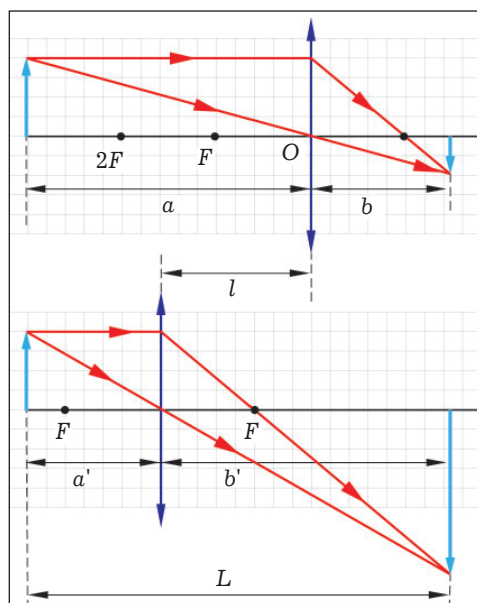


Рис. 142

L – расстояние от лампы до экрана (в обоих случаях).

Очевидно, что

$$L = a + b, \quad (1)$$

$$L = a' + b'. \quad (2)$$

Если F – фокусное расстояние линзы, то

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{F}. \quad (4)$$

При неизменном расстоянии L между лампой и экраном формулы (3) и (4) выполняются, если расстояния от линзы до лампы и от линзы до экрана «поменять местами»:

$$a' = b, \quad (5)$$

$$b' = a. \quad (6)$$

Если в ходе проведения опыта линза была передвинута на l (рис. 142), то

$$l = a - a'$$

или с учётом соотношения (5):

$$l = a - b. \quad (7)$$

Решая систему уравнений (1) и (7)

$$\begin{cases} L = a + b \\ l = a - b, \end{cases}$$

получим

$$a = \frac{L + l}{2},$$

$$b = \frac{L - l}{2}.$$

Подставив эти результаты в уравнение (3), получим формулу для расчёта фокусного расстояния линзы F :

$$F = \frac{L^2 - l^2}{4L}.$$

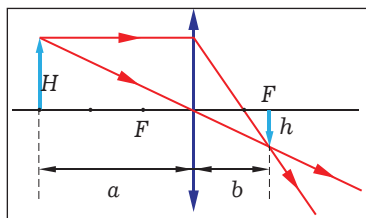


Рис. 143

16.2. На рисунке 143 приведено построение уменьшенного изображения, даваемого собирающей линзой.

Введём обозначения:

F – фокусное расстояние собирающей линзы;

a – расстояние от линзы до светящегося шара;

b – расстояние от линзы до изображения;

H – диаметр светящегося шара;

h – диаметр изображения шара.

По условию задачи первоначально

$$\frac{H}{h} = 2.$$

С другой стороны (смотрите рисунок 143),

$$\frac{a}{b} = \frac{H}{h},$$

значит

$$\frac{a}{b} = 2. \tag{1}$$

Используя формулу линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

и соотношение (1), получим:

$$a = 3F.$$

Если же расстояние между линзой и светящимся шаром увеличить так, чтобы на экране получалось изображение шара, уменьшенное в 4 раза, то новое расстояние a' можно будет определить аналогичным образом. Оно будет равно

$$a' = 5F.$$

Следовательно,

$$\frac{a'}{a} = \frac{5}{3}.$$

Ответ: расстояние между линзой и светящимся шаром необходимо увеличить в $\frac{5}{3}$ раза.

16.3. На рисунке 144 приведено построение уменьшенного изображения свечи, даваемого собирающей линзой.

Введём обозначения:

F – фокусное расстояние собирающей линзы;

a – расстояние от линзы до свечи, $a = 30$ см;

b – расстояние от линзы до изображения;

H – высота свечи;

h – высота изображения свечи, $h = 20$ мм.

Очевидно, что (смотрите рисунок 144),

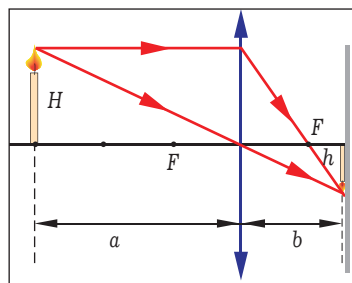
$$\frac{a}{b} = \frac{H}{h},$$

значит

$$b = \frac{a \cdot h}{H}.$$

Используя формулу линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$



(1)

Рис. 144

и соотношение (1), получим:

$$\frac{1}{a} + \frac{H}{a \cdot h} = \frac{1}{F}.$$

Отсюда

$$\frac{H}{h} = \frac{a-F}{F}. \quad (2)$$

Если расстояние от линзы до свечи увеличить до расстояния a' ,

$$a' = 50 \text{ см},$$

то высота изображения свечи составит h' ,

$$h' = 10 \text{ мм}.$$

В этом случае

$$\frac{H}{h'} = \frac{a-F}{a'-F}. \quad (3)$$

Разделим уравнение (2) на уравнение (3):

$$\frac{h'}{h} = \frac{a-F}{F}.$$

Отсюда

$$F = \frac{(a \cdot h - a' \cdot h')}{h - h'}.$$

$$F = 10 \text{ см}.$$

Ответ: $F = 10 \text{ см}$.

16.4. Восстановим ход падающего на линзу светового луча в «обратном» направлении до пересечения с оптической осью линзы (рис. 145).

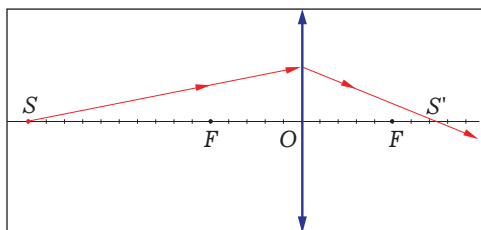


Рис. 145

Если точка S – источник световых лучей, падающих на линзу, то в какой точке S' после преломления в собирающей линзе будут собираться лучи? Это можно определить следующим образом: как следует из рисунка 145, расстояние от предмета (источника света) до линзы составляет 15 делений:

$$OS = 15 \text{ дел},$$

фокусное расстояние линзы F равно 5 делений:

$$F = 5 \text{ дел}.$$

Тогда по формуле линзы вычислим расстояние от линзы до изображения (расстояние OS'). Оно равно 7,5 дел:

$$OS' = 7,5 \text{ дел}.$$

Если положение точки S' определено, то определён и ход произвольного светового луча после его преломления в линзе (рис. 145).

16.5. Пусть система состоит из двух собирающих линз. Рассмотрим ход лучей, идущих из источника света, находящегося на главной оптической оси системы в точке, являющейся фокусом одной из линз (рис. 146). Сделаем следующие пояснения к рисунку:

– точка O – общий центр линз (не забывайте, что по условию задачи линзы являются тонкими и они расположены вплотную друг к другу);

– отрезок OF_1 – фокусное расстояние F_1 левой (по рисунку) линзы;

– отрезок OF_2 – фокусное расстояние F_2 правой (по рисунку) линзы;

– S – источник света, находящийся в фокусе линзы.

Лучи, идущие из точки фокуса F_1 левой (по рисунку) линзы, пройдя через эту линзу, дадут параллельный пучок лучей. Параллельный пучок лучей, падающий на правую (по рисунку) линзу, соберётся в фокусе этой линзы – точке F_2 . В соответствии с формулой линзы

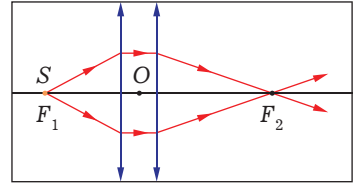


Рис. 146

$$\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} = D, \quad (1)$$

где D – оптическая сила системы линз.

С другой стороны

$$\frac{1}{F_1} = D_1 \quad (2)$$

и

$$\frac{1}{F_2} = D_2, \quad (3)$$

где D_1 и D_2 – оптические силы линз, составляющих систему.

С учётом соотношений (2) и (3) выражение (1) примет вид

$$D_1 + D_2 = D.$$

Что и требовалось доказать.

Теперь рассмотрим случай, когда система состоит из рассеивающей и собирающей линз.

Пусть на рассеивающую линзу падает параллельный пучок световых лучей, направленных вдоль главной оптической оси (рис. 147). Сделаем следующие пояснения к рисунку:

– точка O – общий центр линз (не забывайте, что по условию задачи линзы являются тонкими и они расположены вплотную друг к другу);

– отрезок OF_1 – фокусное расстояние F_1 рассеивающей, левой (по рисунку) линзы;

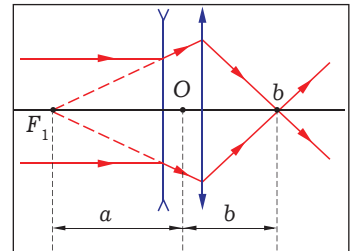


Рис. 147

– точка B – точка, в которой фокусируется параллельный пучок лучей, прошедший через систему линз.

После прохождения рассеивающей линзы параллельный пучок лучей превращается в расширяющийся пучок лучей. Если мысленно продолжить преломлённые световые лучи, то продолжения лучей сойдутся в точке F_1 – мнимом фокусе рассеивающей линзы. Сами же лучи падают на собирающую линзу и далее фокусируются в некоторой точке B .

Мысленно уберём рассеивающую линзу и вообразим, что в точку F_1 мы поместили некоторый источник света. Очевидно, что в этом случае изображение источника света, даваемое собирающей линзой, находилось бы также в точке B . В соответствии с формулой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = D_2, \quad (4)$$

где D_2 – оптическая сила собирающей, правой (по рисунку) линзы;

a – расстояние от собирающей линзы до источника световых лучей. Это расстояние равно фокусному расстоянию рассеивающей линзы и, следовательно,

$$\frac{1}{a} = D_1, \quad (5)$$

где D_1 – оптическая сила рассеивающей линзы;

b – расстояние от собирающей линзы до изображения источника света, даваемое линзой, оно равно OB . С другой стороны, точка B – это точка, в которой фокусируется параллельный пучок лучей, прошедший через систему линз. Таким образом, длина отрезка OB – это фокусное расстояние системы линз и, следовательно,

$$\frac{1}{b} = D, \quad (6)$$

где D – оптическая сила системы линз.

С учётом соотношений (5) и (6) выражение (4) примет вид:

$$D_1 + D = D_2$$

или

$$D = D_2 - D_1.$$

Если оптическую силу рассеивающей линзы, как это обычно принято, считать отрицательной, то вновь выполняется правило: оптическая сила системы двух тонких расположенных вплотную друг к другу линз равна сумме оптических сил линз, составляющих систему.

16.6. Как известно, рассеивающая линза даёт мнимое изображение. Рассмотрим, как оно возникает (рис. 148).

Пусть AB – предмет (монета), Луч, идущий из точки B через центр линзы (точка O) не меняет своего направления (ход луча BOC показан на рисунке 148). Произвольный луч BE , падающий на линзу, прелом-

ляется, «удаляясь» от оптической оси линзы (ход преломлённого луча EK показан на рисунке 148). Оптическая система человека «глаз + мозг» мысленно продолжает лучи OC и EK и человеку кажется, что эти лучи исходят из некоторой точки B' . Таким образом, B' – мнимое изображение точки B , а $A'B'$ – мнимое уменьшенное прямое (не перевёрнутое) изображение предмета AB .

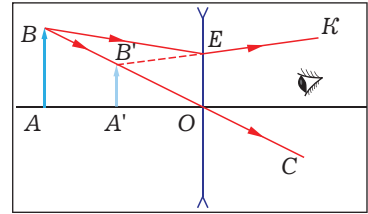


Рис. 148

По условию задачи рассеивающая линза расположена относительно предмета так, что размер изображения $A'B'$ в 2 раза меньше размера самого предмета AB .

На рисунке 149 показан ход светового луча BL , параллельного оптической оси рассеивающей линзы.

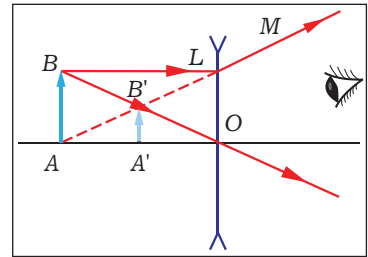


Рис. 149

После прохождения линзы преломлённый луч LM должен идти в таком направлении, что его «мысленное» продолжение проходит через точку B' . Но точка B' – середина диагонали BO четырёхугольника $ABLO$ (докажите это). Следовательно, «мысленное» продолжение преломлённого линзой луча LM проходит не только через точку B' , но и через точку A . Таким образом, точка A – мнимый фокус рассеивающей линзы. Следовательно, фокусное расстояние рассеивающей линзы равно 8 см, а оптическая сила линзы D составляет:

$$D = -12,5 \text{ дп.}$$

Ответ: $D = -12,5$ дп.

Лабораторная работа «Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы» (§ 17)

Метод теневых зон

Рассмотрим треугольник FOA и треугольник $AC'A'$ (рис. 63). Эти треугольники подобны (докажите это).

Обозначим фокусное расстояние линзы FO как F , расстояние от линзы до экрана OO' (или равное ему расстояние AC') как l , радиус линзы OA как R , ширину кольцевой зоны $A'C'$ как h . Тогда из подобия треугольников FOB и $AC'A'$ имеем:

$$\frac{F}{l} = \frac{R}{h}.$$

Отсюда

$$F = \frac{Rl}{h}.$$

Метод формулы линзы

Рассмотрим треугольник $A'OS$ и треугольник $A'O'S'$ (рис. 65). Эти треугольники подобны (докажите это).

Обозначим радиус линзы OA как R , расстояние OO' от линзы до экрана как l , внешний радиус $O'S'$ кольцевой зоны максимальной освещенности как H . Расстояние OA' от линзы до мнимого изображения ещё ранее было обозначено как b .

Тогда из подобия треугольников $A'OS$ и $A'O'S'$ имеем:

$$\frac{b}{b+l} = \frac{R}{H}.$$

Отсюда

$$b = \frac{Rl}{H-R}. \quad (1)$$

В случае рассеивающей линзы расстояние a от линзы до предмета, расстояние b от линзы до мнимого изображения и фокусное расстояние линзы F связаны соотношением

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{F}.$$

Выразим отсюда фокусное расстояние линзы F :

$$F = \frac{a-b}{ab}$$

и, привлекая соотношение (1), проведём окончательный расчёт фокусного расстояния рассеивающей линзы.

18.1. Пусть оптическая сила глаза человека равна $D_{2л}$. Если человек читает текст, который расположен от глаз на расстоянии $a = 20$ см, то в соответствии с формулой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = D_{2л}, \quad (1)$$

где b – расстояние от хрусталика – линзы глаза до сетчатки глаза – «экрана».

Если же человек использует очки, то формула линзы запишется в виде:

$$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{b} = D_{2л} + D_{оч}, \quad (2)$$

где $D_{оч}$ – оптическая сила очков,

d_0 – расстояние наилучшего зрения, $d_0 = 25$ см.

Вычтем из формулы (2) формулу (1):

$$D_{оч} = \frac{1}{d_0} - \frac{1}{a}. \quad (3)$$

$$D_{оч} = -1 \text{ дп.}$$

Совершенно аналогично решается вторая часть задачи – определение оптической силы очков для дальновзорного человека. В этом случае

$$D_{оч} = 2 \text{ дп.}$$

Ответ: близорукому человеку необходимы очки с оптической силой -1 дп; дальновзоркому человеку необходимы очки с оптической силой $+2$ дп.

21.1. Стекло, прозрачное для видимого излучения, задерживает ультрафиолетовое излучение, а именно оно вызывает фотоэффект.

21.2. Внешний фотоэффект может происходить, если энергия кванта излучения E превышает работу выхода электрона из металла $A_{\text{вых}}$.

Энергия кванта равна

$$E = h\nu,$$

где h – постоянная Планка, $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с,

ν – частота излучения.

Длина волны λ и частота ν излучения связаны известным соотношением:

$$c = \lambda\nu,$$

где c – скорость света, $c = 2,9979 \cdot 10^8$ м/с.

Тогда энергия кванта равна:

$$E = \frac{hc}{\lambda}. \quad (1)$$

В предельном случае при некоторой максимальной длине волны излучения $\lambda_{\text{макс}}$ энергия кванта E равна работе выхода $A_{\text{вых}}$:

$$E = A_{\text{вых}}$$

С учётом соотношения (1) получим:

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{макс}}} = A_{\text{вых}}$$

Отсюда

$$\lambda_{\text{макс}} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}}.$$

$$\lambda_{\text{макс}} = 2,95 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Ответ: $\lambda_{\text{макс}} = 2,95 \cdot 10^{-7}$ м.

21.3. В соответствии с теорией фотоэффекта Эйнштейна

$$E = A_{\text{вых}} + E_{\text{к}}, \quad (1)$$

где E – энергия кванта электромагнитного излучения,

$A_{\text{вых}}$ – работа выхода,

$E_{\text{к}}$ – кинетическая энергия электрона.

Энергию кванта E и работу выхода $A_{\text{вых}}$ можно определить по формулам, которая выведена при решении предыдущей задачи:

$$E = \frac{hc}{\lambda}, \quad (2)$$

$$A_{\text{вых}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{макс}}}, \quad (3)$$

где λ – длина волны света, освещающего катод фотоэлемента,
 $\lambda_{\text{макс}}$ – максимальная длина волны излучения, при которой прекращается фотоэффект и ток через фотоэлемент становится равным нулю, $\lambda_{\text{макс}} = 670$ нм.

Кинетическая энергия электрона $E_{\text{к}}$ равна:

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}, \quad (4)$$

где m – масса электрона, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг,

v – скорость электрона, которую он приобрёл при фотоэффекте.

Из соотношений (1) – (4) имеем:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_{\text{макс}}} + \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{\text{макс}}} \right)}. \quad (5)$$

График зависимости скорости электронов, вырванных светом из сурьмяно-цезиевого катода фотоэлемента, от длины волны света, построенный в соответствии с зависимостью (5), показан на рисунке 150.

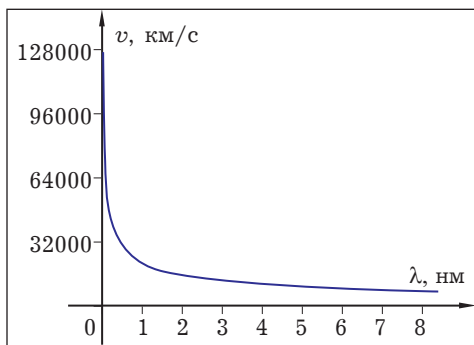
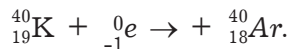
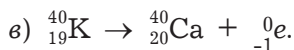
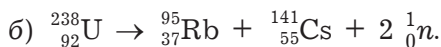
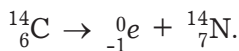
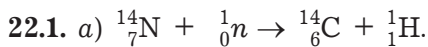


Рис. 150

Максимальная скорость электрон будет иметь при освещении катода светом с длиной волны излучения 380 нм. Величину этой скорости и максимальную кинетическую энергию электрона не составляет труда рассчитать, воспользовавшись формулами (5) и (4). Максимальная кинетическая энергия электрона составит 1,4 эВ.



22.2. На рисунке 151 показан график зависимости относительной активности радона-222 от времени. (Относительная активность в

начальный момент времени взята за 100 %.) Из графика видно, что активность уменьшается вдвое, до 50 %, приблизительно за 90 ч. Уменьшение активности есть следствие уменьшения числа атомов радона-222 в исследуемой порции вещества ввиду α -распада радона. Значит, период полураспада радона-222 равен 90 ч. Это хорошо согласуется со значением периода полураспада радона-222, указанным в современной справочной литературе, – 3,8235 сут.

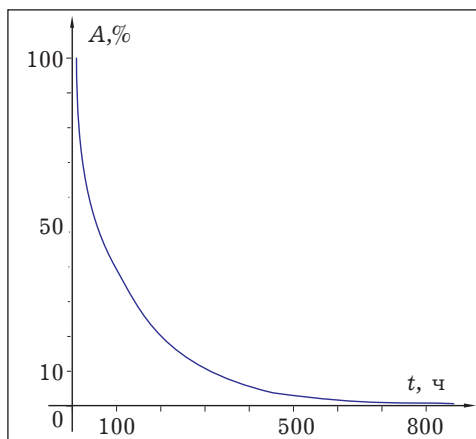


Рис. 151

22.3. Период полураспада изотопа фосфора-32 составляет 14 дней, значит, за 28 дней распадётся 75% ядер изотопа фосфора-32, содержащихся в 0,10 мг вещества (обоснуйте этот вывод самостоятельно). Масса ядра изотопа фосфора составляет 32 а. е. м. Так

$$1 \text{ а. е. м.} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ кг,}$$

то масса ядра изотопа фосфора m_0 составит:

$$m_0 = 32 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ кг,}$$

$$m_0 = 5,31 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Тогда в 0,10 мг вещества первоначально содержалось число ядер N_0 , равное

$$N_0 = \frac{0,10 \cdot 10^{-6} \text{ кг}}{5,31 \cdot 10^{-26} \text{ кг}},$$

$$N_0 = 1,88 \cdot 10^{18}.$$

Число распавшихся ядер N будет равно

$$N = 0,75 N_0$$

или

$$N = 0,75 \cdot 1,88 \cdot 10^{18},$$

$$N = 1,41 \cdot 10^{18}.$$

Дальнейшее решение задачи не составляет труда. Если при β -распаде одно ядра изотопа фосфора-32 выделяется энергия $E_1 = 1,7$ МэВ, то общее выделение энергии Q составит

$$Q = E_1 N. \quad (1)$$

Если вся энергия, выделившаяся в результате радиоактивного распада, идёт на нагревание воды объёмом V , то

$$Q = \rho V c \Delta t, \quad (2)$$

где ρ – плотность воды, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$,
 c – удельная теплоёмкость воды, $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$,
 Δt – изменение температуры воды, $\Delta t = 80 \text{ }^\circ\text{C}$.

Из соотношений (1) и (2) имеем:

$$V = \frac{E_1 N}{\rho c \Delta t}.$$

$$V = 1,1 \text{ л.}$$

Ответ: $V = 1,1 \text{ л.}$

22.4. Как известно, Земля движется вокруг Солнца по орбите радиусом $r = 150\,000\,000 \text{ км}$. Мысленно представим себе сферу такого радиуса. Так как плотность потока излучения Солнца, падающего на Землю (без учёта поглощения атмосферой) составляет $k = 1,4 \text{ кВт/м}^2$, то за время Δt Солнце излучает энергию $E_{\text{изл}}$, равную

$$E_{\text{изл}} = ks\Delta t, \quad (1)$$

где s – площадь поверхности сферы, радиус которой равен радиусу орбиты Земли.

$$s = 4\pi r^2. \quad (2)$$

Далее воспользуемся знаменитым соотношением между энергией покоящегося тела E_0 и его массой m , установленным Эйнштейном:

$$E_0 = mc^2.$$

Из этого соотношения следует, что если Солнце излучило энергию $E_{\text{изл}}$, то его масса уменьшилась на Δm :

$$E_{\text{изл}} = \Delta mc^2. \quad (3)$$

Из выражений (1) – (3) окончательно получим:

$$\Delta m = \frac{4\pi k r^2 s \Delta t}{c^2}.$$

$$\Delta m = 3,8 \cdot 10^{14} \text{ кг.}$$

Итак, мы выяснили, что ежедневно Солнце «худеет» почти на четыреста миллиардов тонн! По земным масштабам это огромная величина, а велико ли такое уменьшение массы по астрономическим меркам? В учебнике физики для 9 класса имеется задача, в которой предлагается определить массу Солнца¹. Полученный при решении этой задачи результат: масса Солнца $M = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$.

¹ Андрияшечкин, С.М. Физика. 9 кл. : учеб. для организаций, осуществляющих образовательную деятельность. – М. : Баласс, 2016. – 320 с. Смотрите задачу 8.3. после § 8 «Закон всемирного тяготения».

Оценим, сколько времени t (в сутках) потребуется для уменьшения массы светила на 0,01%:

$$t = \frac{0,0001 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{3,8 \cdot 10^{14}} \approx 5 \cdot 10^{11} \text{ (сут)}$$

или

$$t \approx 1,4 \text{ млрд лет.}$$

Таким образом, повода для пессимизма нет.

Ответ: $\Delta m = 3,8 \cdot 10^{14}$ кг.

22.5. Первоначально энергия системы «электрон – позитрон» определялась энергией покоя электрона E_0 и энергией покоя позитрона E_0 , которая рассчитывается по формуле Эйнштейна:

$$E_0 = mc^2, \quad (1)$$

где m – масса электрона (позитрон имеет такую же массу), $m = 9,1095 \cdot 10^{-31}$ кг.

Возникшие в процессе аннигиляции кванты электромагнитного излучения имеют энергию $E_{кв}$, которая вычисляется по формуле Планка

$$E_{кв} = h\nu, \quad (2)$$

где h – постоянная Планка, $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с,
 ν – частота излучения.

Из закона сохранения энергии имеем:

$$E_0 + E_0 = E_{кв} + E_{кв}.$$

Тогда с учётом формул (1) и (2) и известного соотношения:

$$c = \lambda\nu,$$

где λ – длина волны излучения,
окончательно получим

$$\lambda = \frac{h}{mc}.$$

$$\lambda = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ м,}$$

$$\lambda = 2,426 \text{ пм.}$$

Ответ: $\lambda = 2,426$ пм.

23.1. Кинетическая энергия α -частицы $E_{к}$ до столкновения равна

$$E_{к} = \frac{mv^2}{2}, \quad (1)$$

где m – масса α -частицы,

v – её скорость до столкновения с ядром атома.

Импульс α -частицы p при этом равен

$$p = mv. \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) имеем

$$E_k = \frac{p^2}{2m}.$$

Пусть после столкновения α -частицы с ядром атома массой M импульс α -частицы и ядра атома равны соответственно \vec{p}_1 и \vec{p}_2 . Применим закон сохранения энергии и закон сохранения импульса и запишем:

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m}, \quad (3)$$

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2. \quad (4)$$

Так как импульсы \vec{p}_1 и \vec{p}_2 взаимно перпендикулярны друг другу, то модули векторов импульса \vec{p} , \vec{p}_1 и \vec{p}_2 , очевидно, связаны между собой соотношением

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2. \quad (5)$$

Разделим соотношение (5) почленно на массу α -частицы m :

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m}.$$

и сравним последнее выражение с соотношением (3).

Ясно, что

$$M = m.$$

Таким образом, α -частица упруго столкнулась с ядром атома, масса которого равна массе α -частицы, то есть с ядром атома гелия.

Ответ: масса ядра атома равна массе α -частицы.

23.2. Если α -частица массой m до столкновения с неподвижным ядром массой M имела скорость v , а после столкновения скорость α -частицы и скорость ядра равны соответственно v_1 и v_2 , то

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}, \quad (1)$$

$$m\vec{v} = m\vec{v}_1 + M\vec{v}_2.$$

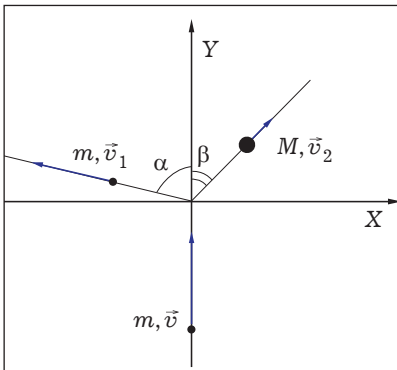


Рис. 152

Пусть направление скорости α -частицы после её столкновения с ядром атома составляет угол α с направлением первоначального движения α -частицы, а направление скорости ядра атома составляет угол β с направлением первоначального движения α -частицы (рис. 152).

Тогда из закона сохранения импульса в проекции на ось OX и на ось OY имеем:

$$mv_1 \sin \alpha = Mv_2 \sin \beta \quad (2)$$

$$mv = mv_1 \cos \alpha + Mv_2 \cos \beta \quad (3)$$

Обозначим отношение массы ядра M к массе α -частицы m как k :

$$k = \frac{M}{m}.$$

Тогда соотношения (1) – (3) примут вид:

$$v^2 = v_1^2 + kv_2^2 \quad (4)$$

$$v_1 \sin \alpha = kv_2 \sin \beta \quad (5)$$

$$v = v_1 \cos \alpha + kv_2 \cos \beta \quad (6)$$

Выразим скорость v_1 из соотношения (5):

$$v_1 = \frac{kv_2 \sin \beta}{\sin \alpha} \quad (7)$$

и подставим полученный результат в соотношение (6).

Тогда

$$v = \frac{kv_2(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)}{\sin \alpha}. \quad (8)$$

Теперь, если использовать соотношения (7) и (8) и подставить их в уравнение (4), отражающее закон сохранения энергии, то после несложных преобразований можно получить выражение для расчёта отношения масс k :

$$k = \frac{\sin^2 \alpha}{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)^2 - \sin^2 \beta}.$$

Полученное выражение можно ещё дополнительно математически преобразовать и упростить, но мы, не выполняя дальнейших преобразований, используем данное соотношение именно в таком виде.

Используя фотографию треков частиц, полученных в камере Вильсона (рис. 78), измерим углы α и β .

$$\alpha = 76^\circ$$

$$\beta = 45^\circ$$

Тогда

$$k = 4,01.$$

Таким образом, мы вправе сделать вывод, что α -частица столкнулась с неподвижным ядром атома кислорода.

Ответ: произошло столкновение α -частицы с ядром атома кислорода.

23.3. В камере Вильсона фиксируются только треки заряженных частиц. Так в результате распада ядра атома образовалось четыре

α -частицы, то заряд ядра атома составлял 8 единиц, то есть это ядро изотопа кислорода. Вероятно, что это ядро наиболее распространённого изотопа кислорода ${}_{16}^{8}\text{O}$.

Ответ: изотоп кислорода ${}_{16}^{8}\text{O}$.

23.4. Так как протон движется по дуге окружности, то силу F , действующую на него со стороны магнитного поля, можно определить по формуле II закона Ньютона:

$$F = ma_y, \quad (1)$$

где m – масса протона, $m = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг,
 a_y – его центростремительное ускорение.

$$a_y = \frac{v^2}{R}, \quad (2)$$

где v – скорость протона на начальном участке его траектории,
 R – радиус дуги, по которой движется протон.

Из соотношений (1) и (2) получим:

$$F = \frac{mv^2}{R}. \quad (3)$$

Пусть скорость протона в момент влёта в камеру Вильсона (на первоначальном участке траектории) составляет v , тогда его кинетическая энергия E_k равна

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

С учётом последнего выражения соотношение (3) примет вид:

$$F = \frac{2E_k}{R}. \quad (4)$$

Таким образом, для того, чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо определить радиус дуги, по которой движется протон на начальном участке его траектории.

Для определения радиуса дуги поступим следующим образом: проведём на начальном участке траектории две хорды (рис. 80). Опустим из середины каждой из хорд перпендикуляры. Точка пересечения этих перпендикуляров и будет центром той окружности, по дуге которой и движется протон (обоснуйте это).

Измерения, проведённые по итогам такого построения, дают следующий результат:

$$R = 8 \text{ см.}$$

Таким образом

$$F = 6,4 \cdot 10^{-12} \text{ Н,}$$

$$F = 6,4 \text{ пН.}$$

Ответ: $F = 6,4$ пН.

23.5. Пусть, например, мощность дозы излучения $0,23$ мкЗв/ч, а масса человека 50 кг. Так как

$$1 \text{ Зв} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}},$$

то поглощённая за год энергия Q составит

$$Q = 0,23 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{ч}} \cdot 24 \text{ ч} \cdot 365,25 \cdot 50 \text{ кг} = 0,1 \text{ Дж}.$$

Как видим, величина энергии невелика. Для сравнения: выпивая чашку чая (100 г) человек получает энергию порядка 8000 Дж. Но, как вы знаете, значительные дозы излучения (допустимый уровень разового аварийного облучения для населения – 100 мЗв, т.е. 50 годовых норм) представляют опасность для здоровья людей, хотя «доза энергии» и в этом случае около 5 Дж. Следовательно, негативный эффект от радиационного излучения обусловлен не величиной поглощённой энергии, а тем, в какой форме эта энергия поглощается, воздействию каким вида излучения – γ -излучение, поток нейтронов, α -частицы – подвергается организм человека.

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Часть 1. Опыты и задачи факультатива	4
Раздел 1. Основы механики	4
§ 1. Прямолинейное равномерное движение	5
§ 2. Неравномерное движение.....	6
§ 3. Движение по окружности	7
§ 4. Движение тела, брошенного под углом к горизонту.....	10
§ 5. Силы в механике	15
§ 6. Основы статики	16
§ 7. Закон сохранения энергии и импульса в механике	19
§ 8. Q-процессы.....	21
§ 9. Элементы гидродинамики	22
Раздел 2. Колебания и волны	29
§ 10. Механические колебания.....	29
§ 11. Экспериментальное изучение свободных механических колебаний.....	34
§ 12. Механические волны.....	37
§ 13. Переменный ток.....	38
§ 14. Экспериментальная задача	41
«Измерение скорости электромагнитных волн».....	41
Раздел 3. Световые явления.....	45
§ 15. Отражение и преломление света.....	45
§ 16. Линзы.....	47
§ 17. Лабораторная работа «Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы».....	48
§ 18. Глаз. Очки.....	52
§ 19. Лабораторная работа «Изучение модели телескопа»	54
§ 20. Лабораторная работа «Изучение модели микроскопа»	57
Раздел 4. Элементы квантовой физики.....	60
§ 21. Фотоэффект	60
§ 22. Закон радиоактивного распада. Энергетический выход ядерных реакций.....	64
§ 23. Регистрация частиц.....	68
Часть 2. Указания	70
Часть 3. Решения и ответы	79

Андрюшечкин Сергей Михайлович

ФИЗИКА В ОПЫТАХ И ЗАДАЧАХ

факультативный курс

9 класс

Подписано в печать 28.12.2018. Формат 70x90 ¹/₁₆

Гарнитура Journal.

Бумага офсетная. Усл. печ. л. 12,72. Тираж 200 экз. Заказ № 0035

Общероссийский классификатор продукции ОК-005-93, том 2; 953005 – литература учебная

Издательство «Баласс». 111123 Москва, 1-я Владимирская ул., 9

Почтовый адрес: 111123 Москва, а\я, «Баласс»

Телефоны для справок: (495) 368-70-54, 672-23-12, 672-2334

<http://www.school2100.ru> E-mail: balass.izd@mtu-net.ru

Отпечатано в ООО «Полиграфический центр «Татьяна»

644010, г. Омск, ул. Жукова, дом 78, офис 14П

тел.: (3812) 95-65-45, 46-21-15